

유한요소법에 의한 비선형 자성체의 전자력밀도 특성 해석

¹이세희¹, 최명준², 박일한²
¹숭실대학교 전기공학과, ²성균관대학교 전기전자 및 컴퓨터공학부

The Analysis of Electromagnetic Force Density Characteristic of Nonlinear Magnetic Materials Using FEM

¹Se-Hee Lee¹, Myung-Jun Choi², Il-Han Park²

¹Dept. of Electrical Eng., Soongsil University,

²School of Electrical and Computer Eng., Sungkyunkwan University

Abstract - In this paper electromagnetic force and its distribution are analyzed on the nonlinear magnetic materials by Finite Element Method. Most of magnetic materials have the nonlinear characteristic, which considerably effects on the magnetic system. And it is necessary to know its distribution at the every part of the magnetic material in order to design the magnetic system considering noise, vibration and strain characteristic. The results are obtained by Maxwell stress, virtual work and magnetic charge method and compared with one another.

1. 서 론

전자기 시스템의 진동, 소음, 구조변형과 같은 문제는 주로 전자기현상을 근원으로한 전자기력에 의해 발생한다. 전자기력은 대상체가 받는 힘인 전체힘과 대상체 각부에서 발생하는 국부힘이 있다. 대체로 진동, 소음, 구조변형등과 관련된 문제를 해석하고 이를 토대로 전자기 시스템을 설계하기 위해서 설계자는 국부힘의 분포를 알아야한다. 일반적으로 유한요소법을 이용한 선형전자기 시스템에 대하여 전자력밀도를 계산하는 방법으로 흔히 맥스웰용력법, Reyn법, B^2 법, 자하법 등이 있다[3]. 맥스웰용력법은 물체를 둘러싸는 폐곡면을 대상체 표면까지 근접시켜 여기서 표면 각부에서 발생하는 전자력밀도를 구하게 된다. 이때 적분로는 물체를 둘러싸는 공간 상에서만 취해지기 때문에 내부적으로 발생하는 전자력 밀도의 특성을 이해할 수가 없다. B^2 법은 개략적인 방법으로서 자성체의 투자율이 거의 무한대 일때만 보장되며 이때 에너지는 공극에서만 존재한다는 가정하에서 수행되는 것으로 이 또한 내부적인 전자력밀도 분포를 해석할 수 없다. Reyn법은 선형해석시 동일 매질에서는 힘이 발생하지 않고 다른 매질과 접해있는 경계면에서 힘을 발생하게 된다. 이를 비선형에 적용하려면 식의 형태가 복잡해지며 여러 가지 어려움이 따른다. 한편 자하법은 우선적으로 자성체에 해석된 자계의 양에 따라 등가적으로 자하를 분포시켜 여기서 자기쿨롱의 법칙을 적용하여 외부자계에 의하여 자하가 받는 힘을 구하는 것인데 유한요소해석시 자하는 요소면상에 위치하게 된다. 이 방법은 자계의 양으로부터 대상체 내부와 외부에 걸쳐 자하를 분포시킬 수 있으므로 일단 자하량만 계산이 되면 쉽게 전자력밀도를 정의할 수 있게 된다. 따라서 본 논문에서는 입력전원의 크기에 따른 자성체의 비선형성을 고려하여 전체 전자력의 추이와 자하법으로 대상체의 내·외부에 존재하는 전자력의 밀도 분포를 정량적으로 해석하고 비교적 전체힘 계산시 검증용 받아 만족할 만한 결과를 보여주는 맥스웰용력법[1], 가상변위법[2]을 이용해서 얻은 결과를 서로 비교하여 해를 검

증하였다.

2. 비선형 자성체의 전자력 해석

2.1 비선형 문제에 대한 유한요소법 적용

자성체의 비선형성을 고려하여 계를 해석하는 방법으로 최소자승법, Newton-Raphon법, 직접수렴법등이 있는데 여기서는 Newton-Raphon법을 이용하여 비선형 해석을 하였다. 반복계산을 통하여 해에 수렴하게 되며 $(k+1)$ 회계의 반복으로 얻어지는 절점 i 의 포텐셜 근사치 $A_i^{(k+1)}$ 은 다음과 같다.

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} + \Delta A_i^{(k)} \tag{1}$$

여기서 $A_i^{(k)}$ 는 k 회계의 포텐셜의 값이며 $\Delta A_i^{(k)}$ 는 k 회계 반복에서 얻어진 포텐셜 해이다.

식 (1)은 수렴판정조건에 만족할때까지 반복되어 계산되며 매 반복회마다 자속밀도에 대한 자기저항률의 미분양, 즉 $\frac{\partial \nu(B^2)}{\partial B^2}$ 의 값을 B-H 곡선으로부터 구해서 계산이 수행된다. B-H 곡선은 해석을 용이하게 하기 위하여 세 부분으로 나누었다. 초기의 선형구간 ($\frac{\partial \nu}{\partial B^2} = 0$)과 선형구간이 끝나는 점에서 포화점까지 비선형 특성이 심한 구간 그리고 포화점에서부터 일정하게 변하는 포화영역($\frac{\partial \nu}{\partial B^2} = \nu_0$)으로 나누었다. 여기서 비선형성이 심한 두 번째 구간에서는 $\frac{\partial \nu}{\partial B^2}$ 를 바로 구할수 없기 때문에 cubic spline 함수를 이용하여 구간을 보간하였으며 이로부터 $\frac{\partial \nu}{\partial B^2}$ 을 구하였다.

2.2 맥스웰용력법과 가상변위법

맥스웰용력법은 맥스웰용력 텐서를 대상체에 대하여 폐곡분을 취하여 정의하며 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{F} = \int_v \nabla \cdot T dv = \oint_S T \cdot \hat{n} dS \tag{2}$$

여기서 T 는 맥스웰용력 텐서이며 \hat{n} 은 수직방향단위 벡터이다.

가상변위법은 가상일의 원리를 이용하여 힘을 구하는 것으로 대상체의 미소 움직임에대한 에너지의 변화로부터 힘을 구할 수 있다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_s = -\frac{\partial W}{\partial s} \quad (3)$$

여기서 W 는 자기에너지이며 s 는 움직이는 방향을 나타낸다. 본 논문에서는 가상변위에 대한 미분을 수행하기 위해 국부좌표계를 도입하였다.

2.3 자하법

자하법은 자계내에 있는 자성체를 동가 자하량으로 환산한 후 이를 외부자계와의 곱을 취하여 자성체에 작용하는 힘을 구하게 된다. 이는 자기쿨롱의 법칙으로 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{F} = q_m \vec{H}_{ext} \quad (4)$$

여기서 q_m 은 동가자하량이며 \vec{H}_{ext} 는 순수한 외부자계의 세기이다.

이를 유한요소법에 적용하면 다음 그림과 같다.

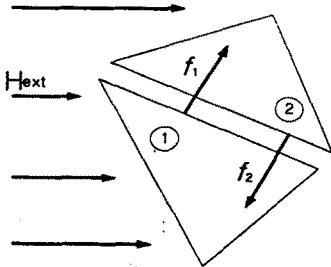


그림 1 자하법의 전자력밀도 발생도

여기서 f_1, f_2 는 요소 ①, ②가 접해있는 면에서 자기 ①번 요소와 ②번 요소의 자기량에 의해 발생한 전자력밀도이다.

동가자하량은 체적 자하밀도 $\rho_m = -\nabla \cdot (\mu_0 \vec{M})$ 또는 불연속면에서 표면자하밀도 $\sigma_m = \hat{n} \cdot (\mu_0 \vec{M})$ 으로 정의한다. 유한요소법을 이용하면 한 요소내에서 자속밀도는 일정하므로 $\rho_m = 0$ 이며 결국 자성체에서 서로 인접한 요소면에서 σ_m 이 생성되어 전자력에 기여하게 된다. 따라서 ①, ② 요소가 서로 인접한 면에 대하여 자속밀도는 다음과 같다.

$$\sigma_{m1} = \hat{n}_{12} \cdot (\mu_0 \vec{M}_1) \quad (5)$$

$$\sigma_{m2} = \hat{n}_{21} \cdot (\mu_0 \vec{M}_2) \quad (6)$$

여기서 σ_{m1}, \vec{M}_1 은 요소 ①에 의해 생성된 자속밀도와 자화이며 σ_{m2}, \vec{M}_2 은 요소 ②에 의해 생성된 자속밀도와 자화이다. $\hat{n}_{12}, \hat{n}_{21}$ 은 각 요소를 기준으로 발생한 단위 수직벡터, μ_0 는 진공중의 투자율이다. 따라서 공통 요소면에 발생하는 전체 자하밀도는 $\sigma_{m1} + \sigma_{m2}$ 가 되며 선형인 경우에는 비투자율이 일정하며 방향이 서로 반대되어 서로 상쇄된다. 하지만 비선형인 경우 요소에서의 포화정도가 틀리고 비투자율이 다르기 때문에 다른 양상을 보이게 된다.

외부자계 \vec{H}_{ext} 는 자하에 의한 자계의 세기를 제외한

순수한 자계이며 자계 해석 후 얻어진 자계는 외부자계와 자하에 의한 자계가 서로 합해져 있으므로 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{H}_{ext} = \frac{1}{2} (\vec{H}_1 + \vec{H}_2) \quad (7)$$

여기서 \vec{H}_1, \vec{H}_2 는 서로 인접해있는 두 요소 ①, ②에서의 자계의 세기이다. 따라서 최종적으로 식(4)에 의해 자하법에 의한 전자기력밀도가 각 요소면에서 계산된다.

3. 수치해석 적용 예

3.1 U형 전자석 해석 모델

전자력의 비선형 특성을 고려하기 위하여 그림 2와 같은 U형 전자석 해석 모델에 적용하였다. 전자석의 윗편을 고정시키고 가동부는 아래쪽으로 설정하였으며 공극은 5[mm], z 축은 단위깊이로 하였다. 전자석의 재질은 고정부와 가동부를 동일하게 S45C로 구성하였으며 입력단의 전류밀도는 처음 $5.00e+05 [A/m^2]$ 에서 시작하여 5단계로 나누어 각 단계는 이전 단계의 5배의 입력크기로 설정하였다.

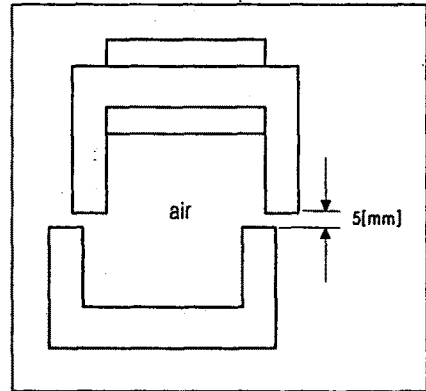


그림 2 U형 전자석 모델

3.2 수치해석 결과

그림 3은 가상변위법, 맥스웰용력법, 자하법에 의하여 5단계 입력에 따라 x, y 방향에 대한 전체 전자력의 추이를 선형, 비선형에 대하여 각기 실행한 결과를 비교한 그림이다. 막대 그래프는 각 입력단계마다 좌측으로부터 2개는 가상변위법의 선형과 비선형의 경우에 대하여 해석한 것이며 다음 두 개는 맥스웰용력법, 다음은 자하법에 의한 계산결과이다. 또한 y 축은 힘의 크기를 나타내며 Log 스케일로 표시하여 입력이 낮은 경우와 큰 경우에 대하여 선형, 비선형간의 전자력 비교를 쉽게 할 수 있게 하였다. 그림에서 알 수 있듯이 가동부는 1 사분면으로 이동할 것을 짐작할 수 있다. 또한 두 번째 입력까지는 선형, 비선형간의 전자력 크기가 거의 동일하여 B-H 곡선상에서 선형구간을 따라가고 있음을 알 수 있으며 세 번째 입력부터는 선형, 비선형간의 차이가 두드러지게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 자성체가 포화되기 시작하면서 점차 자속밀도 값이 선형의 경우처럼 입력에 대해 비례적으로 증가하지 않고 B-H 곡선을 따라가면서 포화 정도가 부분마다 다르게 나타나며 부분에 따라서는 심하게 포화되어 더 이상 증가되지 않으므로 선형에 비하여 크게 감소하게 된다.

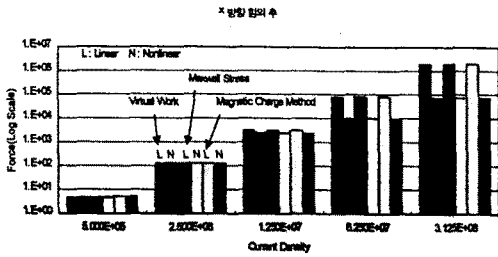


그림 3 x, y 방향에 대한 전체전자력의 추이

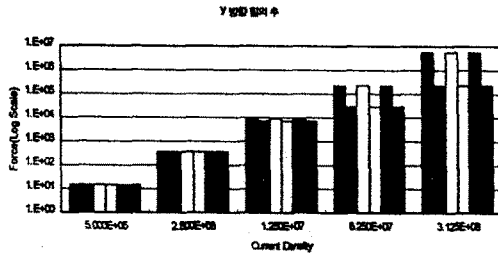


그림 4는 입력이 $6.25e+07 [A/m^2]$ 인 경우 자속 밀도 분포이다.

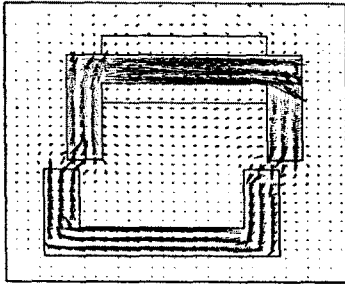


그림 4 자속밀도 분포도

자속밀도의 포화는 자속밀도가 큰 곳에서 빨리 일어나게 되며 이렇게 포화가 심한 부분에서 비투자율은 급격히 떨어지게 된다. 이렇게 되면 포화정도가 풀린 두 요소면 사이에는 자하밀도의 분포가 선형의 경우처럼 동일한 크기의 반대부호로 발생하여 서로 상쇄되는게 아니라 각기 요소에서 발생한 자하밀도의 불균형으로 말미암아 자하가 존재하게 되어 결국 외부자계와 곁어져 힘을 발생하게 된다. 내부적으로 힘이 주로 분포하는 곳은 자속밀도가 센곳, 즉 자기포화가 심한 곳 주변이며 이를 그림 5에 표시하였다.

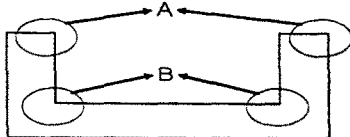


그림 5 내부전자력밀도 집중 발생 부분

그림 5는 자성체가 포화됨에 따라 내부 전자력이 크게 발생하는 위치를 보여주는 것으로 A부분은 선형해석 시에 전자력밀도가 다른 곳보다 크게 분포하는 곳으로 비교적 자속밀도가 세고 빠르게 포화되며 B부분의 경우

도 마찬가지로 내부적으로 포화가 빨리되는 부분이다. 이러한 내부 전자력밀도 중에서 입력에 따라 가장 큰 것만을 뽑아 그래프로 그 추이를 나타내면 그림 6과 같다.

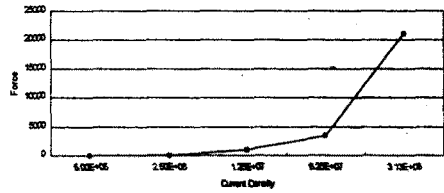


그림 6 내부 전자력의 최대값 추이

그림 6에서 알 수 있듯이 비선형성이 나타나기 시작한 세 번째 입력부터 내부 전자력 밀도는 증가하고 있음을 알 수 있다. 이러한 전자력의 크기를 표1에 나타내었다. 선형의 경우 자계는 입력 전원에 비례하며 ($B \propto J$), 힘은 자계의 자승에 비례하므로 결국 $F \propto B^2 \propto J^2$ 인 관계가 형성되어 선형인 경우 다섯배씩 증가시킨 입력은 전자력의 크기를 각 단계마다 $5^2 = 25$ 배씩 증가시키게 하는 것을 알 수 있다. 한편 비선형성 입력에 대한 전자력의 증가비는 선형의 경우보다 훨씬 큰 쪽으로 떨어지게 된다.

표 1 해석결과와의 비교

입력	가상변위법		맥스웰용력법		자하법	
	선형	비선형	선형	비선형	선형	비선형
5.00E5	4.9	4.9	4.9	4.9	5.0	5.1
	14.8	14.8	14.8	14.8	14.7	14.8
2.50E6	123.6	123.9	123.0	123.3	127.4	127.7
	371.4	372.4	371.3	372.3	369.7	370.7
1.25E7	3091.0	2490.6	3076.3	2478.7	3185.4	2558.5
	9286.9	7442.8	9282.9	7439.0	9243.0	7426.0
6.25E7	77288	9722	76909	9673	79635	9928
	232180	28600	232073	28590	231075	28549
3.125E8	1931954	70591	1922762	70145	1990885	71822
	5804669	222490	5801845	222493	5776903	222073

4. 결 론

자기시스템 내의 자성체는 대개 비선형성을 지니고 있으며 실제 해석시 이러한 현상을 고려하여 여러 가지 특성을 산정하여야만 실제에 가까운 해석과 설계를 할 수 있게 된다. 본 논문에서는 자성체의 비선형 현상을 고려하여 이에 따른 전자력의 특성과 전자력 밀도를 정량적으로 해석하고 고찰하였다. 여기서 사용한 방법으로 구한 전자력 밀도 분포는 비선형 자성체의 진동, 소음, 구조변형 문제를 고려하여 전자기 장치를 해석하고 설계하는데 이용될 수 있을 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] K.Reichert, et.al, "The Calculation of Force and Torque Within Numerical Magnetic Field Calculation Method," *Proceedings on COMPUMAG*, pp.64-74, 1976 .
- [2] J.L. Coulomb, et.al, "Finite element implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque computation," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. Mag-20, No. 5, pp.1894-1896, 1984
- [3] 이세희, 박일한 외, "자기시스템의 전자력 밀도 해석," 대한 전기학회 하계 학술대회 논문집, pp.201-203, 1997