傾斜面 碎波發生에 대한 수치해석

全仁植* · 沈載鳧** · 李弘植***

1. 서론

경사면 쇄파특성의 도출을 위한 기존의 연구는 주로 실험에 의존하여 왔다. 이들 실험적 연구들은 주로 임의 경사면에서 쇄파가 발생하는 水深과 碎波高를 산출하는데 목적을 두었으며, CERC(1984)는 이들의 연구결과를 취합하여 碎波諸元을 산출할 수 있는 도표를 제시하였다.

本 연구에서는 數値造波境界와 淺海 경사면으로 구성되는 波動場에서 경사면 쇄파거동에 대한 경계요소기법을 직접 수립하여 기법의 적용성을 세부적으로 고찰하기로 한다. 아울러, 碎波高, 碎波水深, 水粒子의 운동성분 등의 쇄파제원을 계산하여 기존 실험적 연구결과와 비교, 검토하였다.

2. 傾斜面 碎波에 대한 실험식

Goda (1970)는 기존 실험적 연구들의 결과를 비교, 검토하여 海底傾斜의 영향을 포함한 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$H_B/L_o = 0.17[1-\exp\{-1.5\pi(1+15\tan^{4/3}\beta)\frac{h_B}{L_o}\}] \qquad (1)$$

식 (1)은 임의로 주어진 해저경사 $m=\tan\beta$ 에 대하여 碎波高 H_B 와 碎波水深 h_B 의 관계를 나타낸다(Fig.1 참조). 여기서, L_o 는 線形波動理論에서 결정되는 深海波 파장이다.

또한, LeMehaute and Koh(1967)는 換算深海波高 H_o' 와 H_B 간의 관계를 다음과 같이 제시하였다.

$$H_B/H_o' = 0.76(\tan\beta)^{1/7}(H_o'/L_o)^{-1/4} \qquad (2)$$

주어진 해저면 경사에 대하여 碎波諸元을 구하고자 할 때는 식 (2)를 이용하여 H_B 를 구한 다음 이를 식 (1)에 대입하여 h_B 를 결정할 수 있다.

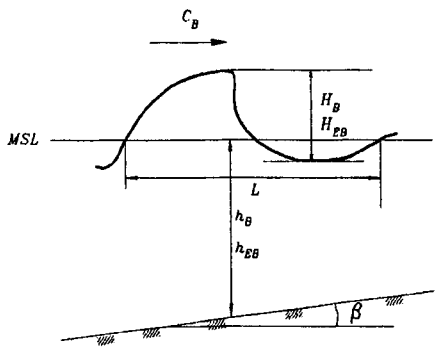

Fig.1 Breaker shape.

* 건국대학교 공과대학 토목공학과
** 한국해양연구소 연안 · 항만공학연구센터
*** 중앙대학교 건설대학 토목공학과

3. 지배방정식 및 경계조건의 설정

임의의 波가 경사면을 따라 전파하면서 발생시키는 非線型 波動場을 해석하기 위하여 유체영역을 Fig.2와 같이 설정한다. 波는 경사면 이전에 설정한 일정길이의 평탄바닥 S_4를 거쳐 경사면 S_3에 진입하게 된다. 파는 피스톤 형식의 數値造波機에 의하여 발생하며 조파기는 운동경계 S_1에 해당한다.

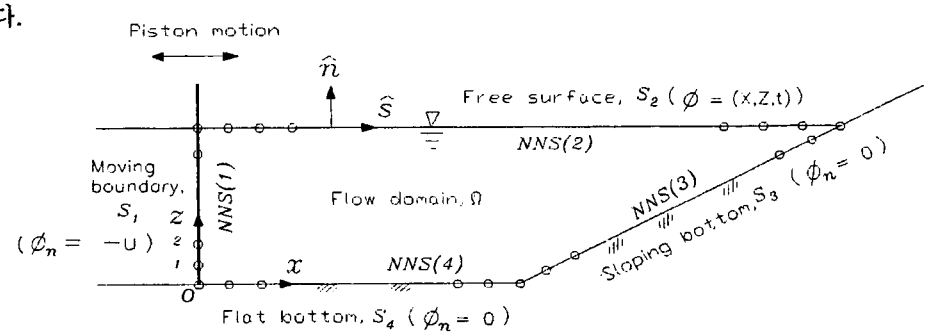

Fig.2 Flow domain and boundaries for the numerical analysis of breaking waves over sloping bottom.

本 해석의 목적은 임의 시간 t에서 자유수면 S_2의 위치 (X,Z)와 유체영역 임의 점에서의 속도포텐셜 ϕ를 결정하는데 있다. 이를 위한 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\nabla^2\phi=0 \tag{3}$$

- 동력학적 자유수면 경계조건(S_2) :

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}(\nabla\cdot\phi)^2+gZ = 0 \tag{4}$$

- 운동학적 자유수면 경계조건(S_2) :

$$\frac{dX}{dt}=\phi_x \tag{5}$$

$$\frac{dZ}{dt}=\phi_z \tag{6}$$

- 바닥 경계조건(S_3, S_4)

$$\frac{\partial\phi(x,z,t)}{\partial n}=0 \tag{7}$$

- 운동경계조건(S_1)

$$\frac{\partial\phi(x,z,t)}{\partial n}=-u\,(x,z,t) \tag{8}$$

식 (7)과 (8)의 좌항은 해당 경계면에서의 外向法線 벡터에 대한 ϕ의 편미분치를 의미한다.

또한, 자유수면 경계조건들을 이용하여 다음과 같은 식들을 유도할 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_z^2) - gZ \tag{9}$$

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \phi_{xt} + \phi_x\phi_{xx} + \phi_z\phi_{xz} \tag{10}$$

$$\frac{d^2Z}{dt^2} = \phi_{zt} + \phi_x\phi_{xz} + \phi_z\phi_{zz} \tag{11}$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \phi_x\frac{d^2X}{dt^2} + \phi_z\frac{d^2Z}{dt^2} - g\phi_z \tag{12}$$

식 (5), (6), (9)는 변수 X, Z, ϕ의 1차 시간미분을, 式 (10), (11)과 (12)는 2차 시간미분을 나타내며, 이들 시간미분치들을 이용하여 이들 변수들의 시간변화를 계속 추적할 수 있다. 이를 위해서는 임의 시간에서 자유수면 S_2상 임의점에서의 포텐셜 ϕ와 ϕ_t를 먼저 결정하여야 한다.

4. 境界要素法의 수립

자유수면 S_2상의 포텐셜 ϕ는 식 (3)에 대한 다음과 같은 Green의 二次公式(Green's second identity formula)을 통하여 결정할 수 있다.

$$C_p\,\phi_o = \int_S [\frac{\partial\phi}{\partial n}G - \phi\frac{\partial G}{\partial n}]dS \tag{13}$$

여기서,

$$\phi_o = \phi(x_o, z_o, t)$$

$$\phi = \phi(x, z, t)$$

$$G = \frac{1}{2\pi}\ln\frac{1}{r}$$

$$r = \sqrt{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2}$$

이며, (x_o, z_o)는 유체영역내의 임의점(field point) Q 의 좌표(이하 領域點이라 칭함), (x, z)는 경계 S에 위치하는 特異點(source point) P 의 좌표를 의미한다. G 는 이차원 영역에서의 Green 함수이다. C_p는 영역점 (x_o, z_o)의 위치에 따라 다른 값을 갖는다.

식 (4) - (8)을 참조하여 식 (13)의 우측 적분항을 각 경계에 따라 분할하면

$$\begin{aligned} C_p\,\phi_o = & \int_{S_1} [-uG - \phi\frac{\partial G}{\partial n}]dS \\ & + \int_{S_2} [\frac{\partial\phi}{\partial n}G - \phi\frac{\partial G}{\partial n}]dS \\ & + \int_{S_{3,4}} [-\phi\frac{\partial G}{\partial n}]dS \end{aligned} \tag{14}$$

와 같이 쓸 수 있다. 동일한 방법으로 ϕ_t에 대하여 Green의 이차공식을 적용하여 식 (14)와 유사한 식을 얻을 수 있다.

경계에서의 미지수 ϕ와 $\partial\phi/\partial n$ 또는 ϕ_t와 $\partial\phi_t/\partial n$을 구하게 되면 영역내 임의 점에서의 포텐셜 ϕ와 ϕ_t를 결정할 수 있다. 이를 위해서는 영역점 Q를 경계에 위치시킨 상태에서의 적분방정식을 해석하여야 한다. 우선, 식 (14)를 해석할 때 水面 S_2에서는 $\partial\phi/\partial n$, 바닥 S_3, S_4와 운동경계 S_1에서는 ϕ가 미지수이다.

$(m+1)$ 계산단계에서의 자유수면 S_2상의 변수 X, Z, ϕ는 식 (5), (6), (9), 그리고 식 (10), (11), (12)로부터 얻어진 m 계산단계에서의 정미분치들을 이용하여 결정할 수 있다.

모든 경계에서 m 계산 단계에서의 ϕ와 $\partial\phi/\partial n$을 구하면 영역내의 임의 점에서의 포텐셜과 이의 x 또는 z 의 미분치를 식 (14)를 이용하여 쉽게 계산할 수 있다(이때 C_p = 1임).

5. 境界要素法의 적용 결과

(1) 쇄파재원

경사도 1/15의 경사면과 평탄바닥에서의 水深이 0.7 m인 파동장에 대하여 본 수치해석기법을 적용하였다.

Fig.3은 파의 진행과정을 재현한 것이다. 경사면상에서 발견되는 파의 극대치는 쇄파에 해당되며 이 부분을 확대하여 도시하면 Fig.4와 같다. 전반적으로 비대칭 쇄파형상이 잘 재현되어 있다.

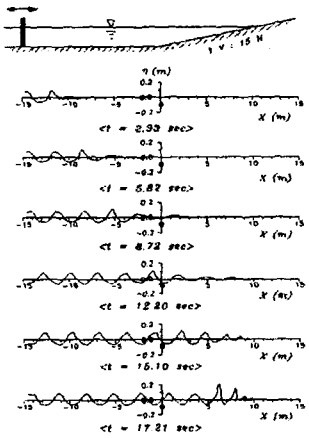

Fig.3 Wave evolution calculated by the numerical analysis (T = 1.543 sec, H = 0.188 m).

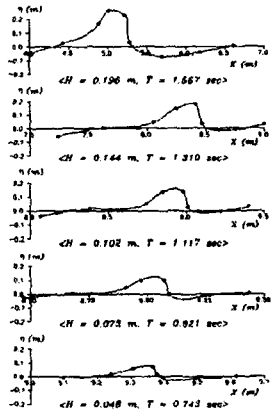

Fig.4 Details of breaker shape for some selective input wave conditions.

여러 입력조건에 대하여 경사면 쇄파를 재현하고 쇄파고 H_{EB}와 쇄파수심 h_{EB}를 독취하여 식

(1),(2)의 실험식의 결과와 함께 Fig.5에 도시하였다. 수치해석결과를 보면 다소의 데이터분산이 있음을 알 수 있다. 이것은 汀點에서의 에너지의 소산에 대하여 본 수치해석이 채택한 인위적 감쇠처리의 불확실성에 다소 기인된 것으로 보인다. 이 점에 대해서는 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다(한국해양연구소, 1997).

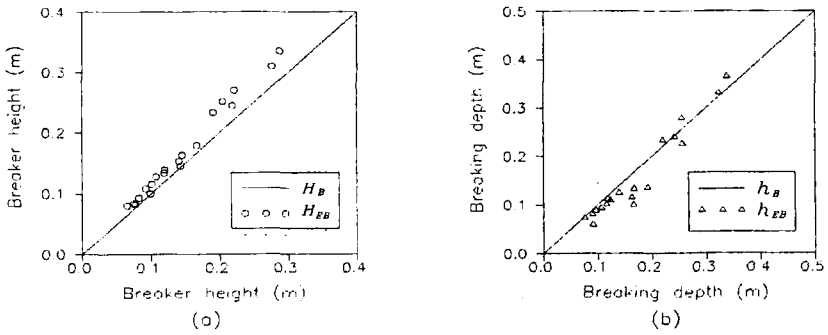

Fig.5 Comparison of the numerical results with existing experimental formula: (a) breaking wave heights, (b) breaking water depths.

碎波水深에 대해서는 비교적 h_{EB}가 h_B에 잘 근접함을 알 수 있다. 특기할 만한 사항은 孤立波理論에서의 쇄파조건이 $H_B/h_B = 0.78$임을 고려할 때 계산된 H_{EB}/h_{EB}와 실험식에서의 H_B/h_B가 공히 이 값보다 크게 나타나는 점이다. 이는 孤立波 쇄파조건이 平坦海底를 전제로 하고 있으나, 실제 경사면에서의 卷波性 쇄파고는 이보다 크게 나타날 수 있음을 보여주는 것이다(Dean and Darlymple, 1984).

(2) 碎波時 水粒子 운동성분

碎波들에 대하여 수면에서 바닥에 이르기까지의 水粒子 속도 및 가속도를 계산하여 Fig.6에 도시하였다. 波面의 직립부에서 수립자 속도가 최대값을 보임을 알 수 있다. 수립자의 속도와 가속도의 작용방향을 보면 직립면에서 속도는 다소 위쪽으로 작용하며 碎波峰의 중 앙부분에서의 가속도는 하향으로 작용한다. 또한, 쇄파 의 우측 정수면 이하에서는 수립자가 쇄파봉 쪽으로 향하는 속도 성분을 보이고 있음을 알 수 있다.

각 입력파랑조건에 대한 碎波峰에서 수립자 속도(수평 성분)의 최대치들을 구하고 이들을 선형파이론과 孤立波理論의 각각에 근거한 波速과 비교하면 Fig.7과 같다. 여다. 여기에서 고립파이론의 파속은 1차근사로서 다음과 같이 계산되었다.

$$C_B = \sqrt{g(H_B' + h_{EB})} \qquad (15)$$

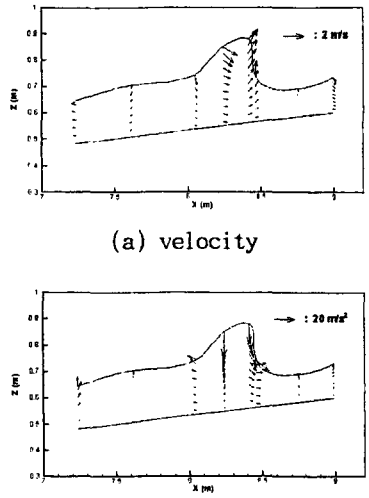

Fig.6 Water particle kinematics under breaking wave; (H_b = 0.144 m, T = 1.310 sec)

식 (15)에서 H_B'는 孤立波의 쇄파조건인 $H_B'=0.78h_{EB}$을 이용하였으며, 여기서 h_{EB}는 본 수치해석 결과이다. 선형파이론의 적용에서도 수심을 h_{EB}로 하였다. Fig.7에서 수립자의 수평속도는 대체적으로 선형파 파속과 고립파 파속의 중간값을 보임을 알 수 있다. 고립파 쇄파조건이 碎波下에서 수립자속도가 波速과 동일한 값을 갖는다는 전제하에 유도된 점을 감안하면(Galvin, 1972), 급경사면 쇄파에 대한 孤立波理論의 적용은 다소 과도한 수립자속도를 산출하게 될 가능성이 있는 것이다.

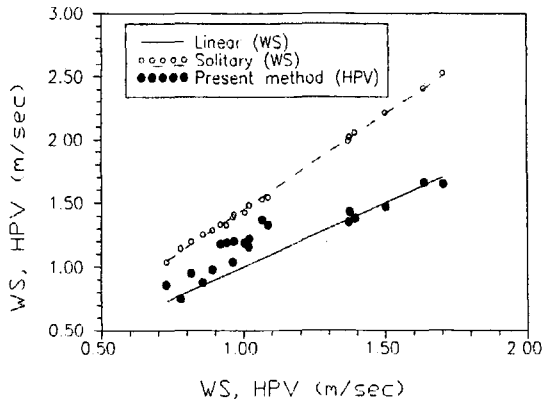

Fig. 7. Comparison of maximal water particle velocity under breaking waves with wave speeds (HPV : water particle velocity, WS : wave speed).

6. 결론

경사면에서의 波動場을 境界要素法을 적용하여 해석하였다. 기존의 파동이론이 전부가 대칭성 파형을 대상으로 하고 있으며 다소의 근사적 결과를 주는데 반해서, 本 수치해석은 非線型 자유수면 경계조건을 완벽하게 반영하여 卷波性 碎波와 같이 파면이 심한 비대칭 형상을 보이는 파에 대해서도 적용이 가능한 일종의 强非線形 해석기법이다. 본 해석기법을 경사면 파동장에 대하여 적용하여 본 결과 쇄파의 발달과정이 양호하게 재현되며, 또한 碎波高와 碎波水深이 기존의 실험식과 대체적으로 일치함을 확인하였다. 쇄파봉에서의 수립자 속도는 전반적으로 쇄파의 하류 쪽 직립면에서 발생하며 주어진 경사면 (경사도 1/15)에서 線形波의 파속보다는 크고 孤立波의 파속보다는 작은 것으로 나타났다. 또한, 水粒子의 속도와 가속도의 방향성은 정성적으로 線形波의 경우와 유사하게 나타났다.

참고문헌

韓國海洋研究所, 1997, '96 이어도 綜合海洋科學基地 구축 사업보고서, 海洋水産部.

CERC, 1984, *Shore Protection Manual*, U.S. Army Coastal Engineering Research Center. p.2-120 - 2-127.

Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., 1984, *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall Inc., p.335.

Galvin, C.J., 1972, "Wave Breaking in Shallow Water", *Waves on Beaches and Resulting Sediment Transport*, R.E. Meyer, Ed., Academic Press, New York, p.413-451.

Goda, Y., 1970, "A Synthesis of Breaker Indices", *Proc., 17th JSCE*, No.180, p.39-49 (in Japanese).

LeMehaute, B. and R.C.Y. Koh, 1967, "On the breaking of waves arriving at an angle to the shore", *J. Hydr. Res.*, Vol.5, No.1, p.67-88.