

이동가공 공정에서 속도차에 의한 장력변동 모델링과 시뮬레이션

허 유
경희대학교 섬유공학과

1. 서론

섬유공정은 대부분 섬유물이 연속적으로 이동하는 가운데 기계적인 처리 또는 건식/습식가공이 행하여진다. 이러한 공정에서는 원료의 공급속도 (feeding speed)와 생산되는 섬유제품의 방출속도(delivery speed)사이엔 정확한 속도비를 유지하는 것이 필요하다. 공급속도와 방출속도와의 차이는 공정처리를 받고 있는 섬유물에 이동방향으로 긴장, 느슨함 또는 중첩을 일으킨다. 따라서 공급속도와 방출속도와의 속도비 변동은 공정중의 부하변동을 일으키므로써 섬유제품의 품질유지에 큰 영향을 미치게 된다. 예를 들어 합성섬유 방사공정에서의 연신, 방적공정, 부직포 제조공정에서의 랩 공급, 드래프트, 권취, 텐터기와 건조기, 코우팅기, 가공욕조, 등에서의 평면 섬유물 공급, 정경공정, 가호공정, 제직공정에서의 경사 시스템의 공급/권취, 편성공정에서의 편사공급, 편성물의 권취, 어패럴 생산공정에서의 봉사공급, 스티칭 프레스에의 섬유물 공급, 등 섬유물이 이동하며 공정처리를 받게되는 연속공정에서는 원료가 공급되고 제품이 방출되므로 공급/방출 선속도 유지 여부에 따라 생산품의 품질이 결정되는 경우가 대단히 많다. 따라서 공급속도와 방출속도에 의하여 섬유물에 가해지는 장력이 어떻게 변화하게 되는가 하는 동특성을 파악하는 것은 생산공정중의 섬유물 품질과 공정 최적화에 반드시 필요하며, 산업기술면에서도 대단히 중요하다. 이러한 연구는 이미 여러 학자를 통하여 이루어지고 있는 상태이다 (1-5). 그러나 이 연구는 공정중의 질량변화에 대한 고려가 이루어지지 않았으며 선형 탄성체를 대상으로 모델을 제시하고 제어결과를 주로 다루므로써 공정처리를 받는 물성 및 공정조건이 장력거동에 미치는 영향에 대한 해석이 대단히 미진하다. 본 연구에서는 이동가공 공정에서의 속도차에 의한 장력거동 모델을 설정하고 이를 단순화시킨 모델을 바탕으로 공정 parameter가 장력변동에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통하여 해석하여 보았다.

2. 모델링

이동가공 공정에서 섬유원료의 공급과 제품의 방출은 여러 가지 형태로 이루어 질 수 있다. 그러나 공급로울과 방출로울에 의하여 섬유물이 이동되며, 로울러 표면의 속도차이는 섬유물의 변형을 일으킨다. 본 연구에서는 모델링을 위하여 공정구간을 공급로울과 방출로울의 파지선으로 구성되는 구간으로 생각하였으며 Fig.1과 같이 표시하였다.

이와같은 시스템을 대상으로 모델링을 용이하게 하기 위하여 다음과 같이 가정하였다.

- (1) 섬유물과 로울러 표면 사이에는 미끄러짐이 없다.

- (2) 모든 섬유물의 물성은 균일하고 일정하며 변형은 아주 작다.
- (3) 공정구간에서의 장력은 고르게 분포되어 있다.
- (4) 공정구간에서의 섬유물의 성질은 방출 섬유물과 같다.

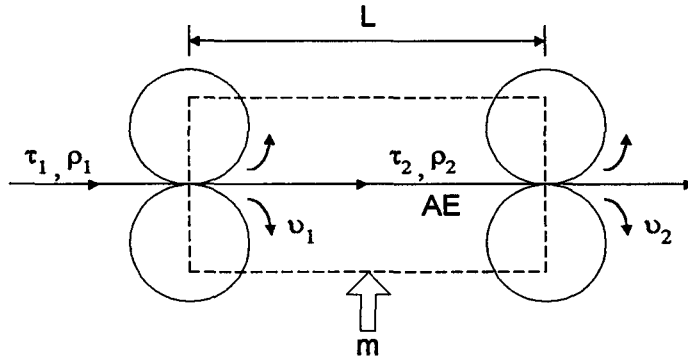


Fig.1 Schematic diagram for the continuous processing system, consisting of feeding and delivery rolls

이러한 가정하에 섬유물의 이동방향으로의 미소길이를 ds , τ_1 은 공급장력, τ_2 는 공정구간에서의 장력, ρ_1 은 공급 섬유물의 밀도, ρ_2 는 공정처리를 받은 섬유물의 밀도, m 은 공정중 단위시간당 섬유물에 추가되는 질량, A_1 은 공급 섬유물의 단면적, A_2 는 공정처리를 받은 섬유물의 단면적, v_1 은 섬유물의 공급속도, v_2 는 섬유물의 방출속도, t 는 시간, L 은 공정구간의 길이라고 할 때, Fig.1에서 control volume 내로 들어오는 단위시간당 섬유물의 질량 ΔV_i 과 control volume에서 나가는 단위시간당 섬유물의 질량 ΔV_o 는

$$\Delta V_i = \rho_1(t)A_1(t)v_1(t) + m(t), \quad \Delta V_o = \rho_2(t)A_2(t)v_2(t)$$

이므로 control volume 내에서 질량보존의 법칙에 의하여

$$\frac{d}{dt} \left(\int_0^L \rho_2(s, t) A_2(s, t) ds \right) = \rho_1(t) A_1(t) v_1(t) + m(t) - \rho_2(t) A_2(t) v_2(t) \quad (1)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

무변형 상태에서 공급 또는 방출되는 섬유/섬유물의 단면적을 각각 A_{10} , A_{20} 이라고 하면 (1)식은

$$\begin{aligned} L \frac{A_{20}}{A_{10}} \left[\frac{A_2(t)}{A_{20}} \frac{d\rho_2(t)}{dt} + \rho_2(t) \frac{d \frac{A_2(t)}{A_{20}}}{dt} \right] \\ = \rho_1(t) \frac{A_1(t)}{A_{10}} v_1(t) + \frac{A_{20}}{A_{10}} \left[\frac{m(t)}{A_{20}} - \rho_2(t) \frac{A_2}{A_{20}} v_2(t) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

으로 나타낼 수 있다. 또한 공급 또는 방출되는 섬유물의 인장 변형율을 각각 ε_1 , ε_2 이라고 하면 미소변형이라는 가정에 의하여

$$\frac{A_1(t)}{A_{10}} = 1 - \varepsilon_1(t), \quad \frac{A_2(t)}{A_{20}} = 1 - \varepsilon_2(t)$$

이며, 무변형 상태에서 공급 또는 방출되는 섬유물의 단면적의 비 x , 즉

$$\frac{A_{20}}{A_{10}} = x$$

를 이용하면 (2)식은

$$\begin{aligned} Lx \left[(1 - \varepsilon_2(t)) \frac{d\rho_2(t)}{dt} + \rho_2(t) \frac{d(1 - \varepsilon_2)}{dt} \right] \\ = \rho_1(t) (1 - \varepsilon_1(t)) v_1(t) + x \left[\frac{m(t)}{A_{20}} - \rho_2(t) (1 - \varepsilon_2(t)) v_2(t) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

으로 된다. 섬유물의 인장성은 일반적으로

$$\tau_1(t) = f_1(\varepsilon_1(t)), \quad \tau_2(t) = f_2(\varepsilon_2(t))$$

으로 나타낼 수 있으므로 공급속도 v_1 과 방출속도 v_2 그리고 공급장력 τ_1 , 공정장력 τ_2 와의 관계는

$$\begin{aligned} Lx \left[(1 - f_2^{-1}(\tau_2(t))) \frac{d\rho_2(t)}{dt} - \rho_2(t) \frac{df_2^{-1}(\tau_2(t))}{dt} \right] \\ = \rho_1(t) (1 - f_1^{-1}(\tau_1(t))) v_1(t) + x \left[\frac{m(t)}{A_{20}} - \rho_2(t) (1 - f_2^{-1}(\tau_2(t))) v_2(t) \right] \quad (4) \end{aligned}$$

으로 주어지게 된다. 위에 주어진 식 (4)는 질량과 밀도의 변화가 주어지는 이동가공 공정중에서 공급 및 방출속도와 공급장력, 공정장력간의 관계를 묘사하는 일반적인 수학적 모델이라고 할 수 있다.

실제 공정에서는 밀도의 시간에 따른 변화와 변동이 극히 작게 일어나고, 공정구간 내에서의 섬유물의 질량변화가 거의 없고, 섬유물이 선형 탄성변형을 한다고 가정할 수 있는 경우가 많다. 따라서 모델을 단순화시키기 위하여

$$\rho_1 = \rho_2 = \text{constant}, \quad m = 0, \quad x = 1, \quad f_1(\varepsilon) = f_2(\varepsilon) = AE\varepsilon$$

단, E는 Young's Modulus

이라면 (4)식은

$$L \frac{d\tau_2(t)}{dt} = AE [v_2(t) - v_1(t)] + \tau_1(t)v_1(t) - \tau_2(t)v_2(t) \quad (5)$$

이 된다 (1,6). 이 결과에 의하면 공급속도와 공정장력은 선형적인 관계에 있으나, 방출속도는 공정장력에 비선형적으로 작용한다는 것을 알 수 있다.

3. 시뮬레이션

단순화된 식 (5)에 의하면 정상상태 근처에서 공급속도 v_1 과 공정장력 t_2 는 1차 시스템 특성을 보인다. 반면에 방출속도는 공정장력에 비선형적으로 작용하므로 시뮬레이션에서는 방출속도가 일정한 경우와 선형적으로 증가하는 경우를 대상으로 이루어졌다.

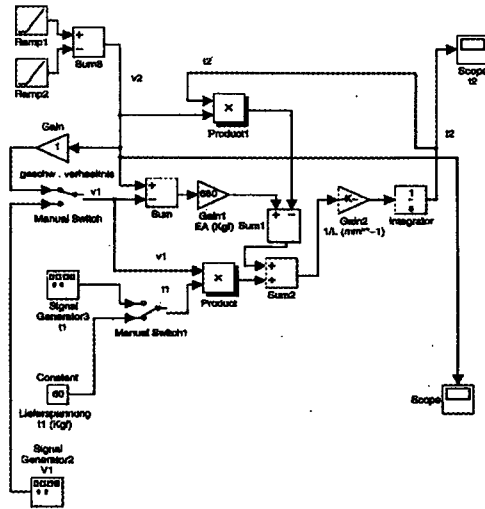


Fig.2 The simulation network for the continuous processing system

시뮬레이션을 위한 파라메타 값은

$$L = 2,300\text{mm}, AE = 980\text{kgf}, v_2 = 7.7\text{mm/sec},$$

$$v_1 = k v_2 \quad (k : \text{속도비}, 0.97, 1.0, 1.03)$$

$$\tau_1 = 60\text{kgf}, \tau_{20} = 40, 60, 80\text{kgf}, T_{\text{ramp}} = 0, 77, 154\text{sec} \quad (T_{\text{ramp}} : \text{ramp time})$$

으로 사용하였다.

3.1 일정한 공정속도에서의 속도차에 의한 공정장력

공급속도와 공정속도가 같고, 공급상태에서의 장력이 60kgf일 때, 초기 장력이 80, 60, 40kgf로 주어지는 경우에 대한 공정장력의 변화는 Fig.3과 같이 주어진다. 식 (5)에서 볼 수 있는 바와 같이 공정장력 τ_2 는 1차 시스템 특성에 따라 초기치에서부터 지수함수적 변화를 나타낼 수 있다. 또한 초기치를 공급장력보다 낮게 40kgf로 설정하고 공급속도와 공정속도의 비를 각각 0.97, 1.0, 1.03으로 달리한 경우에 대한 시뮬레이션 결과는 Fig.4에 주어져 있다. 이 결과에 의하면 속도비에 따른 공정장력은 서로 다르게 변하게 되며 정상상태의 값은 속도비에 대단히 크게 영향을 받는 것을 알 수 있다. 실제 식 (5)에 $v_1 = k v_2$ 를 대입하고 정상상태의 공정장력을 구하면 $\tau_{2s} = AE(1-k) + \tau_1 k$ 이며 정상상태에 다가가는 속도는 $-v_2/L$ 에 의하여 결정된다. 일반적으로 공급장력과 속도비 k , 그리고 섬유품의 물성치인 AE 값은 정확히 주어지기가 어려우므로 공정실험을 통하여 정상상태값을 결정하는 것이 가장 용이하다고 할 수 있다.

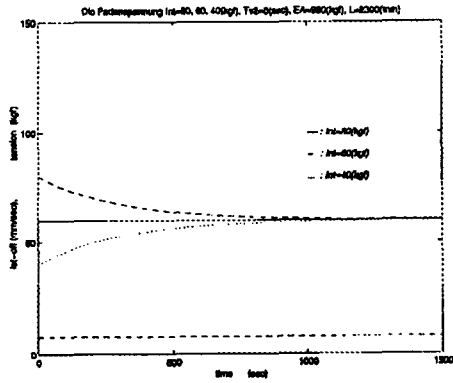


Fig.3 The tension behavior for various initial tensions (constant speed)

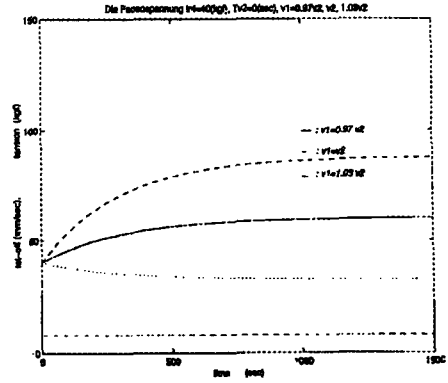


Fig.4 The tension behavior for various velocity ratios (constant speed)

3.2 변화하는 공정속도에서의 공정장력

일반적으로 공정중의 섬유물은 외력의 작용에 쉽게 변형을 일으키게 된다. 특히 공급속도와 공정속도와의 속도비 변화는 공정장력의 변동을 야기하므로써 결함발생의 중요한 원인이 된다. 예를 들어 제직공정의 경우, 직기가 정지하거나 재가동할 때에는 권취속도가 크게 변하게 된다. 이에 따라 장력이 변하게 되어 결함발생의 주 원인이 되고 있다. 따라서 위에 주어진 모델을 바탕으로 공정속도가 변하는 상태에서의 공정장력의 거동을 시뮬레이션해 보았다.

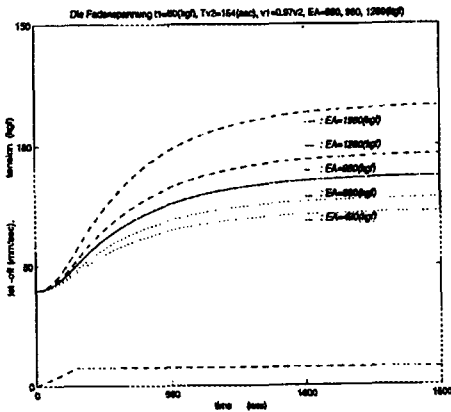


Fig.5 The tension behavior for various tensile properties of materials (linear increase of processing speed)

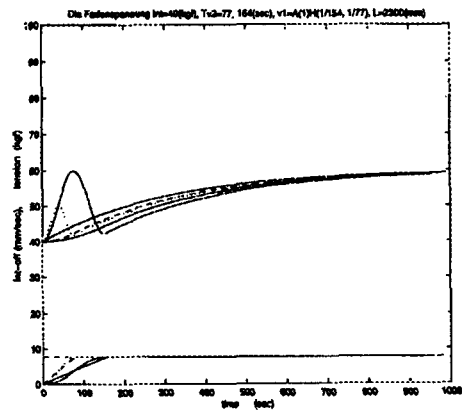


Fig.6 The tension behavior for various processing speed variations

공정속도가 선형적으로 증가하고 공급속도가 공정속도에 비하여 3% 작으며, 초기장력이 공급장력보다 낮게 주어지는 경우, 섬유물의 물성이 장력거동에 미치는 영향은 Fig.5에 주어져 있다. 특히 여러 가지 공정속도 변화에 대한 공정장력은 Fig.6에 주어져 있다.

이 결과에 의하면 선형적 속도변화는 순간속도 변화에 비하여 설비에 가해지는 부하가 ramp time동안 분산되는 반면, 공정장력의 변화를 서서히 일으키므로써 정상상태에 도달하는데 걸리는 시간이 오래 걸리는 것을 알 수 있다. 그러나 초기 및 ramp time이 끝나는 순간에 가속도의 불연속이 나타나므로 이를 피하기 위하여 연속적인 가속도를 갖도록 속도변화를 부여하는 경우에는 급격한 공정장력의 변화가 발생하였다. 이는 제품의 품질에 결함을 일으킬 가능성이 대단히 높다는 것을 의미하며, 이미 발표된 연구결과(9,10)와 잘 일치한다.

4. 결론

섬유공정에는 섬유물이 연속적으로 움직이며 기계적 처리 또는 물리화학적 가공을 행하는 연속 이동가공 공정이 많이 있다. 이러한 공정에서는 공급속도와 방출속도와의 차이에 기인하여 나타나는 장력은 섬유물에 부하로서 작용하게 되며 이의 변동은 제품의 품질에 결함으로 나타나게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 이동가공 공정을 대상으로 공정장력 거동을 묘사할 수 있는 수학적 모델을 유도하고, 시뮬레이션을 통하여 공정장력의 거동을 해석하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 공급속도 v_1 과 방출속도 v_2 그리고 공급장력 τ_1 , 공정장력 τ_2 와의 관계는

$$Lx \left[(1 - f_2^{-1}(\tau_2(t))) \frac{d\rho_2(t)}{dt} - \rho_2(t) \frac{df_2^{-1}(\tau_2(t))}{dt} \right]$$

$$= \rho_1(t) (1 - f_1^{-1}(\tau_1(t))) v_1(t) + x \left[\frac{m(t)}{A_{20}} - \rho_2(t) (1 - f_2^{-1}(\tau_2(t))) v_2(t) \right]$$

으로 나타낼 수 있다.

- 2) 공정이 정상상태에 있을 때의 공정장력은 $x_{1s} = AE(1-k) + \tau_1 k$ 으로 주어지며 속도비에 대단히 민감하게 영향을 받는다
- 3) 공정가속도 변화는 급격한 공정장력의 변화를 일으킨다.

참고문헌

1. K. P. Grenfell, "Tension Control on Paper-making and Converting Machinery", *IEEE, Tran. on Applications and Industry, Vol. 83, July, 234-240 (1964)*
2. Soong. T. C, and Li. C, " An Elastic Analysis of Multroll Endless Web System", *ASME Tran. on Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 101, Dec. 308-313, (1979)*
3. D. P. D. Whitworth, M. C. Harrison, "Tension Variation in Pliable Material in Production Machinery", *Appl. Math. Modeling, Vol. 7, June (1983)*
4. R. Beyreuther, "Dynamik von Fadenbildungs- und Fadenverarbeitungsprozessen", 49-52, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1986
5. Karl. N. Reid, Ku-Chin. Lin, " Control of Longitudinal Tension in Mult-Span Web Transport System During Start up", *Proc. on 3rd. Int. Conf. on Web Handling, 77-99 (1995).*
6. 허 유, 장승호, 이석규, 이재원, 박정일, "송출/권취 시스템에서의 장력 거동 해석", *한국섬유공학회 추계 학술발표 논문집, 11. 1. 1997.*
7. D. M. Etter, "Engineering Problem Solving with MATLAB", Prentice HALL (1994)
8. Frederick/Chow, "Feedback Control Problems Using MATLAB", ITP (1994)
9. Y. Huh, W.Y. Ryu, J.L. Woo, "Dynamic Response of Weft Density to the Speed-Variation in Weaving System"
J. Korean. Fiber Soc., Vol. 28, No. 11, 56-62 (1991)
10. Y. Huh, S.T. Lee, W.Y. Ryu, J.L. Woo, "Effect of Starting up Conditions on the Product Wuality in the Weaving Process"
J. Korean. Fiber Soc., Vol. 31, No. 2, 111-118 (1994)