

# 궤도하부강성 변화에 따른 방진슬라브궤도의 진동특성 연구

## A Study on characteristics of vibration of a floating slab track according to change of stiffness of track

강윤석\*                      양신추\*\*                      오지택\*\*\*  
Kang, Yun-Suk      Yang, Shin-chu      Oh, Ji-Taek

### ABSTRACT

In this paper, an analytical model for analyzing the interaction between train and floating slab track is presented. Train is modelled by 4-lumped masses system which are composed of a carbody supported by secondary suspension, a bogie frame supported by primary suspension, and two wheelsets supported by nonlinear Hertzian springs. In the track model, rail is considered to have a distributed mass and to be supported discretely at sleepers above ballast on slab. The slab supported by discrete isolators put on fixed floor is modelled by finite beam elements.

Numerical analyses are carried out to examine anti-vibration effect of the GERB slab track which is same type laid in Puchon station on the subway No. 7 Line.

### 1. 서론

인구밀집인 국내 여건상 철도는 인접구조물에 매우 인접하여 부설할 수밖에 없으나 환경에 대한 주민의 관심이 점점 높아져 철도 소음, 진동에 따른 불편에 대한 민원이 증가하고 있는 실정이다. 따라서 이러한 민원에 대비하기 위하여 각 철도당국에서는 철도를 부설할 당시부터 소음, 진동을 줄이기 위한 여러 대책 마련에 많은 노력을 기하고 있다.

궤도에 있어 소음, 진동은 대부분 차량과 레일의 상호작용에 의한 진동으로부터 비롯된다. 이러한 소음, 진동은 대부분 차량과 레일의 상호작용에 의한 진동으로부터 비롯된다. 이러한 소음, 진동을 저감하기 위한 가장 효율적인 방법중의 하나는 궤도의 고주파진동을 줄일 수 있는 방진 슬라브궤도를 부설하는 방법이다. 세계적으로 많은 유형의 방진궤도가 개발되어 실용화 되고 있는데 이들의 기본개념은 레일과 노반 사이에 중량의 질량체와 감진장치를 두어 고주파 진동을 줄이는 것이다. 감진장치는 스프링과 댐핑역활을 할 수 있는 여러종류의 재료(강재스프링 및 댐퍼, 고무, 폴리우레탄 등)를 사용하고 있다. 그러나 방진궤도는 보통구간의 궤도에 비하여 가격이 비싸고, 열차 주행안전성을 다소 줄이는 역할을 할 수 있으므로 궤도의 구간에서 가장 높은 방진성을 갖도록 설계하는 것이 필요하다. 방진 궤도의 방진성을 정확하게 평가할 수 있기 위해서는 열차주행에 따라 발생하는 진동을 정확하게 해석하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 차량과 궤도의 상호작용을 통한 방진궤도의 방진성을 평가하는 방법을 제시하였다. 해석에 있어서 차량은 2차 현수장치로 구성된 반차체, 1차현수장치로 지지된 대차, 그리고 헤르짜안 비선형 접촉강성으로 지지된 스프링하질량 등으로 모형화하였으며, 궤

\* 한국철도기술연구원, 주임연구원

\*\* 한국철도기술연구원, 책임연구원

\*\*\* 한국철도기술연구원, 선임연구원

도는 다층의 이산지탄성체로 모형화하였다. 예제해석으로 지하철 7호선에 설치예정인 방진슬라브케도(GERB사 제품)를 대상으로 방진성을 검토하였으며, 방진장치를 다소 저렴한 폴리우레탄 제품으로 대체하였을 때의 방진성을 검토하였다.

## 2. 차량과 궤도의 상호작용 해석

### 2.1 운동방정식

#### 궤도의 운동방정식

그림 1에 보인 모델에 있어서 주행하중에 의한 레일변형의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[4]

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + R_k(t) \delta(x - x_k) = P(t) \delta(x - x_w) \quad (1)$$

여기서  $EI$ : 레일의 굴곡강성,  $\rho, A$ : 레일의 밀도 및 단면적,  $R_k(t)$ : 제  $k$  체결구에 있어서 레일지점반력,  $P(t)$ : 차량동하중,  $\delta(x)$ : 드랙델타함수,  $x_k$ : 제  $k$ 체결의  $x$ 좌표,  $x_w$ : 차량위치의  $x$ 좌표  $= x - x_0 - vt$ ,  $x_0$ : 차량의 초기위치,  $v$ : 열차속도이다.

또한  $i$ 층  $k$ 번째 질량체의 운동방정식은 다음과 같이 나타내진다.

$$m_{2k} \frac{d^2 y_{2k}}{dt^2} + (k_{3k} + c_{3k} \frac{d}{dt})(y_{2k} - y_{3k}) - (k_{2k} + c_{2k} \frac{d}{dt})(y_{1k} - y_{2k}) = 0 \quad (2)$$

여기서  $y_{ik}$ : 제  $k$ 체결에서 제  $i$ 층도상의 상하변위,  $m_{ik}$ : 제  $k$ 체결에서 제  $i$ 층도상의 질량(레일편측당),  $k_{ik}$ : 제  $k$ 체결에서 제  $i-1$ 층도상과 제  $i$ 층도상 사이 강성계수,  $c_{ik}$ : 제  $k$ 체결에서 제  $i-1$ 층도상과 제  $i$ 층도상 사이 감쇠계수이다

한편 슬라브에는 다음의 운동방정식이 성립한다.

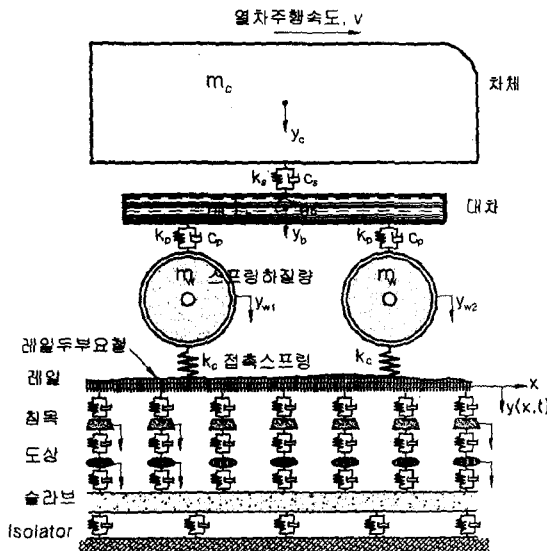


그림1. 차량과 궤도의 상호작용

$$E_2 I_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + \rho_2 A_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + (k_{2k} + c_{2k} \frac{d}{dt}) y_2 = R_k(t) \delta(x - x_k) \quad (3)$$

여기서  $y_1$ : 궤도의 수직방향 변위,  $y_2$ : 슬라브의 수직방향 변위,  $c_{1k}$ : 제  $k$ 체결에서 슬라브와 지반사이의 감쇠,  $k_{1k}$ : 제  $k$ 체결에서 슬라브와 지반사이의 강성이다.

#### 차량의 운동방정식

수직운동에 대한 차량/궤도 상호작용 시스템은 차체 반질량과 대차 및 스프링하질량으로 모형화할 수 있다.

이때 차체의 수직 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_c \ddot{y}_c + c_s (\dot{y}_c - \dot{y}_b) + k_s (y_c - y_b) = P_c \quad (4)$$

여기서  $m_s$  : 1/2 차체질량,  $c_s$  : 2차 현수장치의 감쇠계수,  $k_s$  : 2차 현수장치의 스프링계수,  $P_c$  : 1/2 차체 무게이다.

대차의 수직 및 회전운동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$m_b \ddot{y}_b + c_s(\dot{y}_b - \dot{y}_c) + c_p(2\dot{y}_b - \dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + k_s(y_b - y_c) + k_s(2y_b - y_{w1} - y_{w2}) = P_b \quad (5)$$

$$I_b \ddot{\theta}_b + c_p d(2d\dot{\theta}_b + \dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + k_p d(2d\theta_b + y_{w1} - y_{w2}) = 0 \quad (6)$$

여기서  $y_b$  : 대차의 상하변위,  $\theta_b$  : 대차의 회전변위,  $m_b$  : 대차질량,  $I_b$  : 대차의 회전관성 모멘트,  $c_p$  : 1차 현수장치의 감쇠계수,  $k_p$  : 1차 현수장치의 스프링계수,  $c_s$  : 2차 현수장치의 감쇠계수,  $k_s$  : 2차 현수장치의 스프링계수,  $P_b$  : 대차 무게,  $d$  : 1/2 축간 거리이다. 또한 차륜 및 차축에 의한 두 개의 스프링하중량에 의한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_w \ddot{y}_{w1} + c_p \{\dot{y}_{w1} - (\dot{y}_b - d\dot{\theta})\} + k_p \{y_{w1} - (y_b - d\theta)\} + k_c \{y_{w1} - y(x_{w1})\} = P_{w1} + k_c y_{w/r}(x_{w1}) \quad (7)$$

$$m_w \ddot{y}_{w2} + c_p \{\dot{y}_{w2} - (\dot{y}_b + d\dot{\theta})\} + k_p \{y_{w2} - (y_b + d\theta)\} + k_c \{y_{w2} - y(x_{w2})\} = P_{w2} + k_c y_{w/r}(x_{w2}) \quad (8)$$

여기서

$P_{w1}$  : 첫 번째 스프링하중량의 무게,  $P_{w2}$  : 두 번째 스프링하중량의 무게,  $y_{w/r}(x_{w1})$  : 첫 번째 스프링하중량 하부의 조도,  $y_{w/r}(x_{w2})$  : 두 번째 스프링하중량 하부의 조도가 된다.

레일과 슬라브를 유한요소법의 보요소(Beam element)로 모형화하면 차량과 궤도의 상호작용방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_t \ddot{u}_t + C_t \dot{u}_t + K_t u_t = P_t \quad (9)$$

여기서  $u_t$ 는 절점변위 벡터이고,  $M_t$ ,  $C_t$ ,  $K_t$ 는 질량, 감쇠 및 강성행렬이고,  $P_t$ 는 각 자유도에 대응하는 하중벡터이다.

## 2.2 차륜과 레일의 비선형 접촉강성 모형

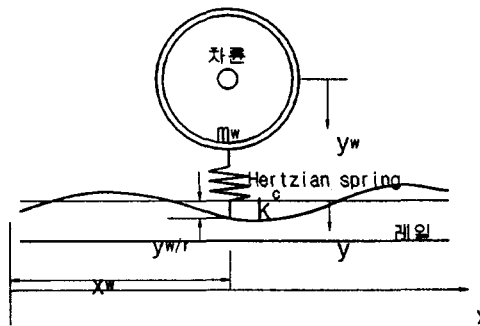


그림2. 차륜과 레일의 비선형 접촉

식(7),(8)에서  $k_c$ 는 차륜과 레일의 접촉강성으로서 차륜( $y_w$ )과 레일변위( $y_r$ )의 상대변위( $\Delta$ )의 함수로 다음과 같이 비선형 방정식으로 주어진다[1].

$$k_c = \frac{3}{2} C_H \Delta^{1/2} \quad \Delta \geq 0$$

$$k_c = 0 \quad \Delta < 0 \quad (10)$$

여기서  $C_H$ 는 헤르쯔안 스프링계수이고,  $\Delta$  : 차륜·레일의 상대변위로서 다음 식으로 주어진다.

$$\Delta = y_w - y(x_w) - y_{w/r}(x_w) \quad (11)$$

그림 2의 차륜과 레일사이의 헤르쯔안 스프링계수는 다음과 같이 나타내진다.[4]

$$C_H = \frac{8\sqrt{2}}{3} \lambda^{-1/2} A^{-1/2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1/2} \quad (12)$$

여기서  $E_1$ ,  $E_2$  및  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ 는 각각 차륜과 레일의 탄성계수 및 포아송비이며,  $A=1/2(1/R_1 + R_2)$ 이고,  $R_1$ ,  $R_2$ 는 각각 차륜반경 및 레일두부의 곡률반경이다. 한편  $\lambda$ 는  $\theta = \cos^{-1}(B/A)$ 의 합

수로서  $\theta$ 에 따라서 표1과 같이 주어진다. 이때 B는 다음식으로 주어진다.

$$B = \sqrt{1/R_1^2 + 1/R_2^2 - 2 \cos \phi / R_1 R_2} \quad (13)$$

여기서  $\phi$ 는 주곡률  $1/R_1, 1/R_2$ 를 포함하는 면들의 사이각으로서 차륜이 직선레일에서 직진할 경우에는  $\phi=0$ 이 된다.

식(11)에서  $y_{wr}$ 는 레일 또는 차륜담면의 조도(Roughness)이다.

표 1  $\theta$ 에 대한  $\lambda$ 값

$\lambda$	0°	10°	20°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
$\theta$	-	0.851	1.220	1.453	1.550	1.637	1.709	1.772	1.828	1.875	1.912	1.944	1.967	1.985	1.996	2.000

### 2.3 직접적분방법에 의한 운동방정식의 해법

식(9)의 차량과 방진슬라브케도의 상호작용에 대한 운동방정식의 해는 차량과 레일의 비선형 접촉강성 및 차량의 이동을 고려하여 시간영역해석을 수행하였다. 시스템 미분방정식의 해를 구하기 위하여 Newmark- $\beta$  적분방법[3]을 사용하였으며, 시간간격은 침목간격을  $1/N$ 로 나누어 이 간격을 주행하는 시간으로 결정하였는데, 케도틀림을 고려하지 않는 경우는  $N=100$ 을 적용하였다.

## 3. 방진슬라브 케도의 요건 및 방진성기준

### 3.1 방진슬라브케도의 유형

플로팅 슬라브의 시스템은 탄성받침의 종류에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

#### ① 전면지지 슬라브 방식(Full surface supports)

이 경우에는 도시지하철에서는 15Hz 그리고 주요 본선에서는 25Hz정도의 고유진동수를 갖는다. 특별한 주파수영역에서는 약 20 dB정도의 진동감소효과가 있다. 이러한 방식은 빠르고 쉽게 건설이 가능하며 건설시공오차가 작은 장점이 있다. 또한 열차하중을 하부 슬라브에 분산하여 전달하는 효과가 우수한 편이다. 두께는 12-50mm정도가 된다.

#### ② 선형지지 슬라브 방식(Linear support systems)

선형지지 슬라브 형식의 질량-스프링시스템에서는 추천되는 방식으로 기시공된 세그먼트를 운반하여 시공할 수가 있다. 열차주행을 통해 유발되는 제동하중의 영향을 최소로 감소해주며 케도의 틀림등으로 유발되는 원심하중, 케도횡력등에 생긴 슬라브체의 횡력에 인한 반복진동력을 차단시켜주는 역할을 해주는 시스템이다. 선형 슬라브형식을 통해서 부가되는 장치 없이 진동을 차단시켜주는 역할을 할 수 있게 된다.

#### ③ 이산지지방식(Discrete bearing)

이산지지방식은 선택된 지역을 통해서나 케도지지구조의 형식에 의해 결정이 된다. 이러한 슬라브 역시 기시공 운반하여 조립할 수 있는 장점으로 지역인 삽입홀을 통해 조립이 가능하게 된다.

지지점이 다른 시스템보다 협소한 관제로 충분한 동적효과를 발휘하기 위해서는 시공시 특별한 주의를 요하게 된다. 처짐한계를 제한하기 위해서는 전단력, 탄성, 지지베어링의 두께 등이 고려되어야 한다. 지지베어링의 두께는 25-100mm정도가 필요하다. 진동수는 30dB정도까지 감소효과가 있는 것으로 알려져있다.

## 4. 예제해석

### 4.1 해석입력 재원

방진케도의 실질적인 거동특성을 알아보기 위하여 지하철 7호선에 부설중인 부천역사의 플로팅 슬라브케도를 대상으로 하여 예제해석을 수행하였다. 슬라브의 길이는 총 36m이며 횡단면은 그림 3과 같고, 차량 및 방진슬라브케도의 제원은 표 2와 같다.

표 2. 차량 및 방진슬라브케도 제원

차량/케도모델	물성치	차량/케도모델	물성치
주행속도(km/h)	60	패드 댐핑계수(kN · s/m)	29
차체반질량(kg)	6750	침목간격(m)	0.6
2차 현가장치 스프링(kN/m)	340	침목질량(kg)	125.0
2차 현가장치 댐핑(kN · s/m)	16.0	침목지지 도상강성(kN/m)	$5.12 \times 10^4$
대차질량(kg)	1910	침목지지 도상댐핑계수(kN · s/m)	42.8
1차 현가장치 스프링계수(kN · s/m)	650	슬라브 탄성계수(kN/m)	52.5
1차 현가장치 댐핑계수(kN · s/m)	4.0	슬라브 Poisson비	0.2
축간거리(m)	2.1	슬라브 단위길이당 질량(t/m)	2.7
차축질량	677.5	슬라브 단위면적(m <sup>2</sup> )	1.91
차륜반경(mm)	430	슬라브 단면2차 모멘트(m <sup>4</sup> )	0.2226
레일곡률반경(cm)	60	감진장치 동적강성계수(kN/m)	17.60
레일질량(kg/m)	60.8	감진장치 댐핑계수(kN · s/m)	45.58
패드 강성계수(kN/m)	$3.03 \times 10^3$	열차속도(m/sec)	16.67

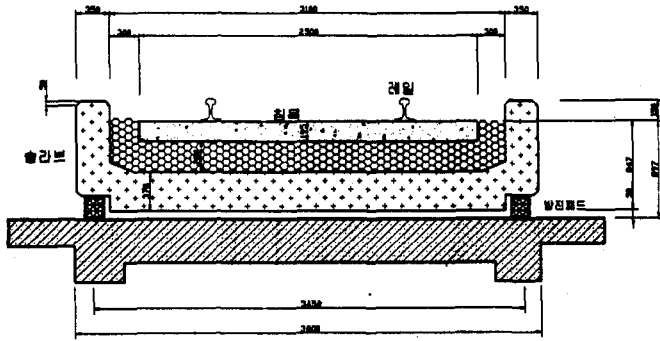


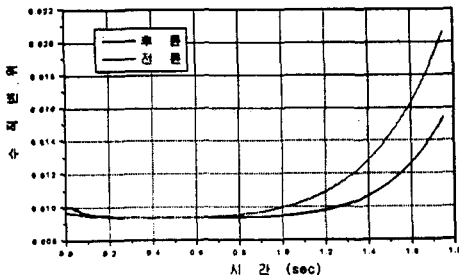
그림 3 방진슬라브케도의 횡단면

본 오차를 수반할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이들의 부정적 효과를 최대한 줄이기 위하여 해석구간을 슬라브길이의 3배로 설정하여 해석을 수행하였다. 그러나 해석구간이 길 경우 그에 비례하여 매우 긴 계산시간을 요구하므로 슬라브 길이와 동일한 길이로 구간을 선정하여 해석한 결과가 허용 오차범위 이내의 타당한 결과가 나오는지를 아울러 검토하였다. 그림 4-(a),(b)는 해석구간을 1슬라브로 한 경우 레일의 변위 및 가속도를 나타낸 것이며, 그림 5-(a),(b)는 해석구간을 3 슬라브길이로 한 경우 중앙슬라브 위의 레일 변위 및 가속도를 나타낸 것이다. 이들 결과들의 비교로부터 두 해석결과가 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 따라서 방진슬라브의 정확한 평가를 위해서는 슬라브 전후로 충분한 길이를 확보하여 해석해야 함을 알 수 있다

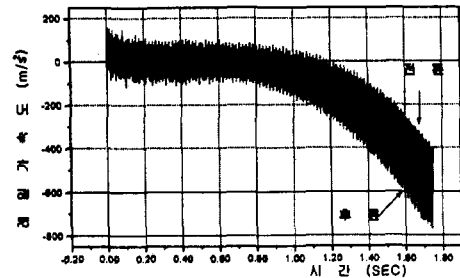
슬라브는 총 20여개의 GERB 방진장치로 지지되며, 지지간격은 3.7m이다.

#### 4.2 해석구간의 영향

방진 슬라브케도를 해석할 때 해석구간을 슬라브길이와 동일하게 선정하는 경우 연속되는 레일을 임의로 절단하는 것이 되어 실제와는 다른 결과를 얻을 수 있고 또한 임의의 초기조건과 경계조건에 따

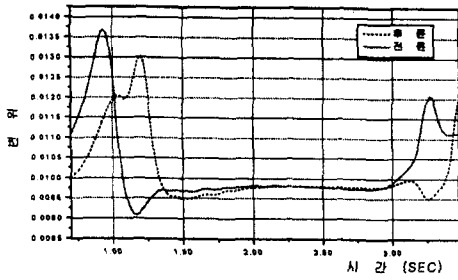


(a) 레일변위

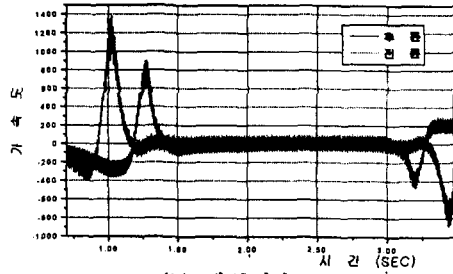


(b) 레일가속도

그림 4. 1-슬라브길이를 해석구간으로 한 경우



(a) 레일변위

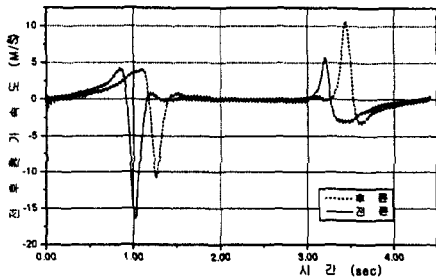


(b) 레일가속도

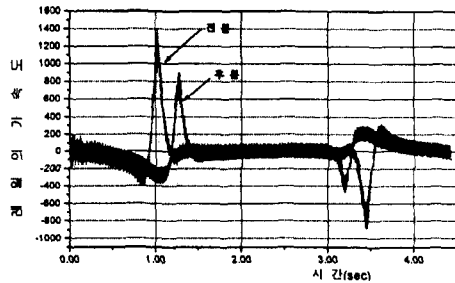
그림 5. 3-슬라브길이를 해석구간으로 한 경우

#### 4.3 슬라브 접속구간에서의 충격응답 영향

그림 6-(a), (b)는 해석길이를 3 슬라브 길이로 한 경우 차륜 및 레일 나타낸 것이다. 이들 결과로부터 궤도 및 차량의 거동은 슬라브와 슬라브가 만나는 접속구간에서 궤도하부강성의 불연속으로 인하여 매우 큰 충격응답이 얻어지고 있는 것을 알 수 있다. 따라서 열차의 승차감 확보와 및 레일의 피로손상을 방지하기 위해서는 슬라브 단부에서 이러한 과도응답이 나오지 않도록 방진장치의 배치간격을 적절히 조절하여야 할 것이다.



(a) 차륜가속도

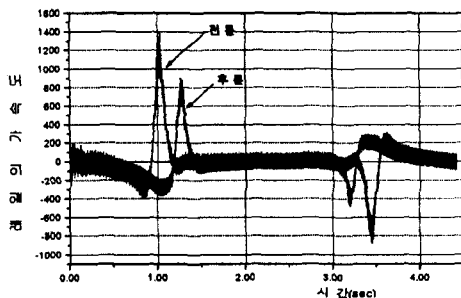


(b) 레일가속도

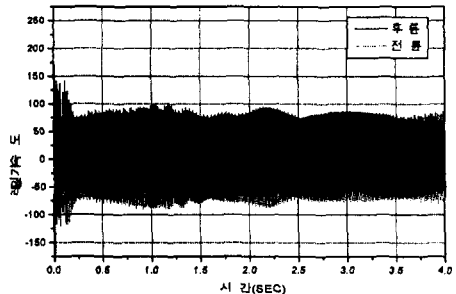
그림 6. 차륜 및 레일 가속도

#### 4.4 GERB 방진슬라브의 방진성 검토

그림 7-(a), (b), 그림 8-(a), (b)는 GERB 방진슬라브궤도와 자갈도상궤도의 레일가속도 및 운동을 나타낸 것이다. 이들 결과는 궤도틀림을 고려하지 않을 때의 결과로서 슬라브 내측에서는 방진슬라브궤도와 자갈도상궤도의 운동 및 레일가속도가 비슷하게 나오나 슬라브 단부에서는 슬라브궤도의 운동 및 가속도가 매우 크게 나오는 것을 알 수 있다. 따라서 슬라브궤도는 궤도틀림이 어느 정도 있는 경우 방진역활을 하나 궤도틀림이 아주 적은 경우는 오히려 진동을 다소 증가시키는 역할을 할 수 있음을 알 수 있다.

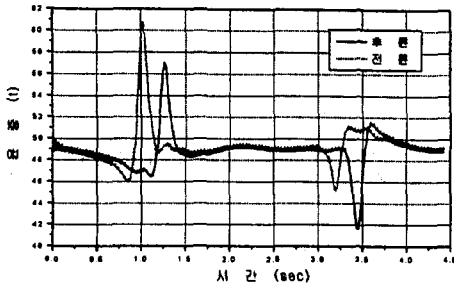


(a)방진슬라브궤도

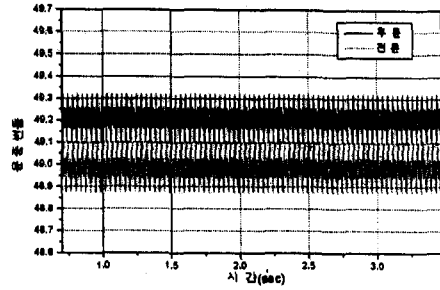


(b) 자갈도상궤도

그림 7. 방진슬라브궤도와 자갈도상궤도의 레일가속도 비교



(a)방진슬라브궤도

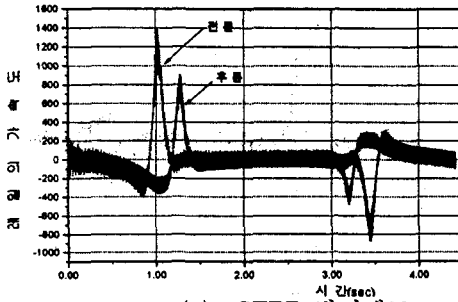


(b) 자갈도상궤도

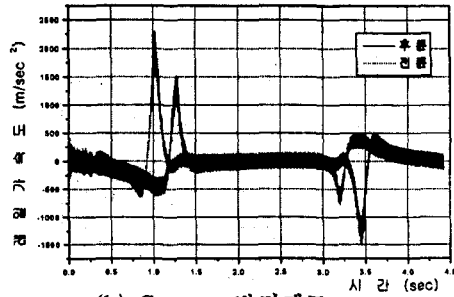
그림 8. 방진슬라브궤도와 자갈도상궤도의 윤중 비교

#### 4.5 GERB방진장치와 Getzner 폴리우레탄 방진패드와의 방진성 비교

그림 9-(a), (b)는 GERB 방진궤도와 Getzner 폴리우레탄 방진궤도의 레일가속도를 나타낸 결과이다. 이들 해석 결과로부터 슬라브 단부에서는 Getzner 방진궤도가 GERB 방진궤도 보다는 레일가속도가 상당히 크게 얻어지나 슬라브 내측에서는 두 방진궤도의 응답이 비슷함을 알 수 있다. 따라서 두 방진궤도의 방진 성능은 비슷하다고 할 수 있다.



(a) GERB 방진궤도



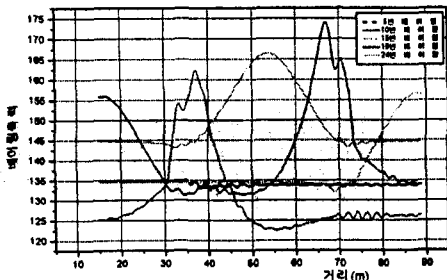
(b) Getzner 방진궤도

그림 9. GERB 및 Getzner 방진궤도의 레일가속도 비교

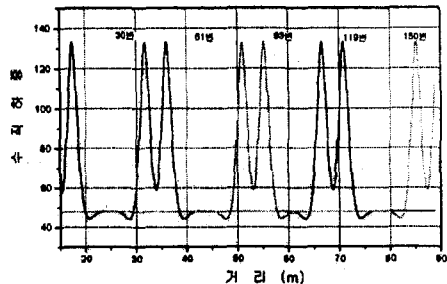
#### 4.6 하부로 전달되는 하중특성

그림 10-(a), (b)는 방진장치(Isolator) 및 노반을 통하여 궤도하부 구조물로 전달하는 하중을 나타낸 것이다. 방진장치와 노반의 지지체의 간격은 다르나 서로의 절대량을 비교하기 위하여 노반으로부터 하부로 전달하는 하중은 방진장치 간격으로 환산하여 나타내었다.

이들 결과로부터 방진장치는 최대하중은 적지만 영향거리가 넓은을 알 수 있다.



(a) 방진슬라브 궤도



(b) 자갈도상 궤도

그림 10. 궤도하부로 전달되는 하중

## 5. 결론

본 논문에서는 차량과 궤도의 상호작용을 통한 방진궤도의 방진성을 평가하는 방법을 제시하였다. 해석에 있어서 차량은 2차 현수장치로 구성된 반차체, 1차현수장치로 지지된 대차, 그리고 헤르찌안 비선형 접촉강성으로 지지된 스프링하질량 등으로 모형화하였으며, 궤도는 다층의 이산지지탄성체로 모형화하였다. 예제해석으로 지하철 7호선에 설치예정인 방진슬라브궤도(GERB사 제품)를 대상으로 방진성을 검토하였으며, 방진장치를 다소 저렴한 폴리우레탄 제품으로 대치하였을 때의 방진성을 검토하였다.

이들 해석결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 제시된 방진슬라브궤도의 해석법은 방진궤도의 방진성을 평가하는데 잘 적용될 수 있다.
- (2) 방진슬라브궤도의 정확한 진동평가를 위해서는 슬라브를 전후로 충분한 길이를 확보하여 해석구간을 선정해야한다
- (3) 열차의 승차감 확보와 및 레일의 피로손상을 방지하기 위해서는 슬라브 단부에서 과대응답이 나오지 않도록 방진장치의 배치간격을 적절히 조절하여 궤도강성의 변화를 적게 하여야 한다.
- (4) 슬라브궤도는 궤도틀림이 어느 정도 있는 경우 방진역활을 하나 궤도틀림이 아주 적은 경우는 오히려 진동을 다소 증가시키는 역활을 할 수 있다.

## 참고문헌

- 1) Coenraad Esveld(1989), Modern Rail Way Track
- 2) Vijay K.Garg(1984), Dynamics of Railway vehicle system, Academic Press
- 3) Anil K. Chopra, "Dynamics of structure-theory and applications to earthquake engineering", Prentice Hall, 1995
- 4) 三浦 重(1995), 軌道構造の動特性モデルの構築, RTRI REPORT Vol.9. No.12
- 5) 梁信秋(1994), 列車走行時 下部構造물에 作用하는 動荷重의 算定, 韓國高速鐵道建設公團 技術研究報告