

철도차량 동특성 해석을 위한 휠/레일 상호작용의 선형모델링 연구

A Study on the Linear Modeling of Wheel/Rail Interaction for the Train Dynamics

박찬경* 박기준* 박준서* 배대성**
Park, Chan-Kyoung Park, Kee-Jun Park, Jun-Seo Bae, Dae-Sung

ABSTRACT

A linear numerical model of the wheel-rail interaction and the track geometry is developed for multi-body dynamics program. The simulation results are very similar to these of VAMPIRE simulation. This program can be used for the analysis of train dynamic performance.

1. 서 론

철도차량은 일반도로 주행용 차량과 상이하게 별도 외부구동 조향장치 없이 휠과 레일의 상호 작용에 의한 기하학적 조향특성을 갖고 있어 궤도 추종을 가능케 하고있다. 이는 철도차량의 중요한 운동특성으로 차량주행의 안정성 및 휠마모에 큰 영향을 미치는 주요 인자이다. 따라서 철도차량의 동특성 해석에서 휠/레일 상호작용에 의한 작용력 계산은 차량운동 특성 측면에서 외력 특성을 결정함과 동시에 주행성능을 결정하는 매우 중요한 요소이다.

전 세계적으로 널리 사용되는 철도차량 전용 동특성 해석을 위한 프로그램은 영국의 Vampire, 독일의 Simpack, 미국의 Nucars 및 ADAMS-Rail 등이 있으며, 전문 연구기관의 자체 개발 프로그램과 함께 많이 사용하고 있다. 현재 국내에서는 차량업체 및 철도연구 기관에서 Vampire가 널리 사용되고 있으며 ADAMS-Rail은 ADAMS의 범용성을 이용 연구기관에서만 초기 사용중에 있으나, 자체 개발 프로그램이 없어 철도차량 동특성 해석의 다양성 시도에 어려움이 있어, G7 및 철도연구원의 전동차 표준화 사업 일환으로 이의 확보를 위한 연구중에 있다.

따라서 본 연구는 상기의 국내 자체개발 프로그램 개발 일환으로 휠/레일의 상호 작용에 대한 선형적 수치 모델링을 개발하여 이를 다물체 동역학 프로그램과 연계 철도차량 주행 동특성 해석의 기본을 완성하는데 그 목적이 있으며 이는 비선형성이 고려되는 좀더 정확한 모듈개발 연구의 근간을 제공하게 될 것이다.

본 연구는 휠/레일 및 궤도특성에 대한 선형적 수치 모델을 개발하고 이를 자체 개발된 다물체 동역학 프로그램인 Recurdyn과 연계하여 주행시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과를 Vampire와 비교 제시하였다.

2. 휠/레일 상호작용력 수치 모델링

2.1 기구학적 관계

2.1.1 상대위치와 자세관계식

* 한국 철도기술연구원, 정희원

** 한양대학교 교수, 정희원

트랙에서 바라본 휠의 위치와 자세는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{d}_{RW} = \mathbf{r}_W - \mathbf{r}_R \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_{RW} = \mathbf{A}_R^T \mathbf{A}_W \quad (2)$$

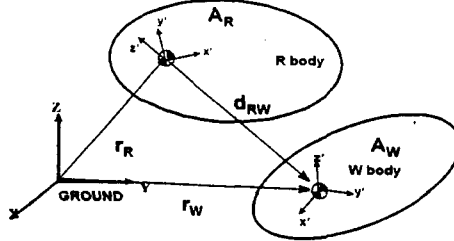


그림 1. 두 강체간의 위치 및 자세 관계

여기서 \mathbf{r}_W 와 \mathbf{r}_R 는 휠의 중심과 트랙 중심의 위치 벡터이고 \mathbf{A}_W 과 \mathbf{A}_R 은 각각 두 강체의 자세이다. 식(1)은 기준 관성 좌표계의 벡터이다. 이것을 트랙 좌표계로 전환하면 식(3)이 된다.

$${}^R \mathbf{d}_{RW} = \mathbf{A}_R^T \mathbf{d}_{RW} \quad (3)$$

2.1.2 상대속도 관계식

트랙의 관점에서 본 트랙에 대한 휠의 상대 속도는 식(3)을 시간에 대해 미분을 취해서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^R \dot{\mathbf{d}}_{RW} &= \dot{\mathbf{A}}_R^T \mathbf{d}_{RW} + \mathbf{A}_R^T \dot{\mathbf{d}}_{RW} \\ &= -\tilde{\omega}'_R \mathbf{A}_R^T \mathbf{d}_{RW} + \mathbf{A}_R^T \mathbf{v}_{RW} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\tilde{\omega}'_R$ 은 트랙 좌표계에서 본 트랙의 각속도이다.

2.2 적용된 크립(creep)이론

철도 차량이 조향 없이 곡률이 있는 궤도를 따라 가는 것은 크립에 의해서다. 크립력은 휠과 레일간 상대 속도 차에 기인해서 발생하는 힘으로 마찰력의 일종이다. 따라서 이러한 힘들의 크기는 수직 하중의 크기를 넘어설 수 없다. 그래서 크립은 수직 하중에 의해 제한되어 지면서 휠과 레일의 상대 위치, 속도의 함수가 된다. 본 연구에서는 기본적으로 Kalker이론에서 추론된 VAMPIRE에서 제공하는 Square Root Theory를 이용하여 수정된 수치 프로그램을 구성하였다.

크립피지는 레일과 휠의 상대 속도로 정의된다. 이상적으로 철도 차량은 레일의 속도와 일치한다고 가정하며, 레일에 굴곡이 존재한다면 외란이 존재하면 레일과 휠의 상대 속도가 존재하게 되는데, 크립이론에 의해 힘을 상대 속도가 생기지 않는 방향으로 작용하게 하며 그 특성은 일반적으로 식(5)의 크리피지(Creepage)로 나타낸다.

$$\gamma = \frac{V_W - V_R}{V} \quad (5)$$

2.2.1 진행방향 크리피지(Longitudinal Creepage)

진행방향 크리피지는 레일의 진행 방향으로 휠의 레일에 대한 정규화된 상대 속도를 의미하며 그림 2.와 식(6)과 같이 계산된다. 아래의 식(6)에서 $l_r \theta$ 과 $l_l \theta$ 는 스쿼어 루트 이론에서 정의된 것은 아니지만 철도차량이 회전 운동을 할 때 곡률 중심으로부터 오른쪽 휠과 왼쪽 휠과의 회전반경의 차이에 의해서 트랙의 진행방향으로 생기는 상대 속도를 고려한 것이다.

여기서, γ_{lr} 과 γ_{ll} 은 진행방향 크리피지, V_W 는 트랙의 진행방향에 대한 휠의 속도, l_r 과 l_l 은

휠의 중심에서 접촉점까지의 거리, r_r 과 r_l 은 접촉점의 휠 반지름, Ω 는 휠의 회전 속도, ψ 는 레일의 수직방향에 대한 각속도이다.

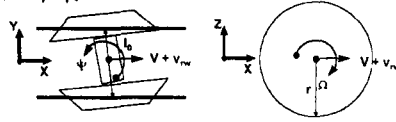


그림 2. longitudinal creepage 설명도

$$\begin{aligned} \gamma_{lr} &= (V_w - l_r \psi - \Omega r_r - l_r \theta) \\ \gamma_{ll} &= (V_w + l_l \psi - \Omega r_l + l_l \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

또한, r_r 과 r_l 은 식(7)과 같이 정의된다. 여기서, r_0 는 초기 접촉점 위치의 휠 반지름, y 는 좌우방향의 레일에 대한 휠의 상대변위, λ 는 휠의 선형 단면구배(Conicity)이다.

$$\begin{aligned} r_r &= r_0 + y\lambda \\ r_l &= r_0 - y\lambda \end{aligned} \quad (7)$$

2.2.2 좌우방향 크리피지(Lateral Creepage)

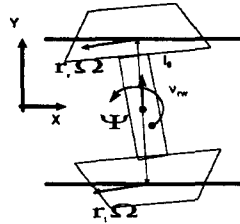


그림 3. lateral creepage 설명도

좌우방향 크리피지는 레일의 좌우(측면) 방향으로 휠의 레일에 대한 정규화된 상대속도를 의미하며, 그림 3. 및 식(8)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \gamma_{2r} &= \frac{1}{V} (\dot{y} - \psi r_r \Omega) \\ \gamma_{2l} &= \frac{1}{V} (\dot{y} - \psi r_l \Omega) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 γ_{2r} 과 γ_{2l} 은 좌우방향 크리피지를 의미하며 V 는 레일의 진행방향 속도인데 참고로 이것은 철차의 주행속도와 같게 된다. 또 r_r 과 r_l 은 접촉점의 휠의 반지름, Ω 는 휠의 회전 속도, ψ 는 트랙의 수직방향에 대한 회전각이다.

2.3 작용력 계산

휠과 레일의 상호작용력은 크립에 의한 크립력, 질량체에 의한 하중, 플랜지 접촉시의 플랜지 접촉력등으로 구분할 수 있으며 다음과 같이 계산된다.

2.3.1 크립력(Creep Force)

Kalker의 선형 크립이론에서 크립력은 크리피지의 선형관계식으로 정의되며 선형계수인 크립계수는 수직 하중에 따른 Hertz이론과 Kalker의 크리피지 계수를 이용하여 식(9)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{11} &= E \cdot C_{11} \cdot ab \\ f_{22} &= E \cdot C_{22} \cdot ab \\ f_{23} &= E \cdot C_{23} \cdot (ab)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, Hertz이론에 의한 접촉면의 장·단반경의 곱 ab 는 다음과 같이 구해진다.

$$ab = (1.5(1-\gamma) \cdot N \cdot r_0/E)^{\frac{2}{3}}, \quad E = 2E_R E_W / (E_R + E_W)$$

E는 탄성 계수, N은 수직 하중, γ 는 포아송비, r_0 는 휠의 접촉 반지름이며, E_R 과 E_W 는 각각 레일과 휠의 탄성계수이다. 또한, C_{11} , C_{22} , C_{23} 크리피지 계수이며 휠과 레일의 프와송비와 a/b의 함수로서 Kalker에 의해 Table되어 구할 수 있다. 따라서, 크립력은 식(6), (8), (9)에 의해 식(10)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{c1} &= -f_{11} \cdot \gamma_1 \\ F_{c2} &= -f_{22} \cdot \gamma_2 \end{aligned} \quad (10)$$

F_{c1} 과 F_{c2} 의 합력은 마찰력의 크기보다 클수 없기 때문에 식(11)을 만족해야 한다.

$$|F_c| \leq \mu N, \quad \mu \approx 0.3 \quad (11)$$

본 연구에서는 식(11)를 위배하는 경우에 대해 식(12)를 이용해 크립력을 선형 영역에서 제한토록하고 있다.

$$\begin{aligned} F_{c1}' &= F_{c1} \cdot \left| \frac{F_c}{\mu N} \right| \\ F_{c2}' &= F_{c2} \cdot \left| \frac{F_c}{\mu N} \right| \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, μ 는 마찰 계수를 의미하며, 값은 0.3을 사용하였다.

2.3.2 휠 하중력(Creep Force)

휠과 레일의 접촉 포인트를 찾는 것은 기구학적 상대 관계를 이용하여 쉽게 유도할 수 있으며, 이것으로써 휠에 작용하는 수직 하중과 플랜지 접촉력을 계산할 수 있다. 먼저 그림 4.에서 s_r 과 s_l 벡터를 휠 좌표계에서 본 s_r' 과 s_l' 벡터를 정의하면 식(13)과 식(14)가 된다.

$$s_r' = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{0r}' + \Delta l \\ -r_{0r}' - \Delta l \tan \delta_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$s_l' = \begin{bmatrix} 0 \\ -l_{0l}' - \Delta l \\ -r_{0l}' - \Delta l \tan \delta_l \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, Δl 은 휠의 초기 접촉점으로부터 플랜지까지의 거리이고, r_{0r}' 과 l_{0r}' 은 r_0 과 l_0 에 궤도 불규칙성이 고려된 값으로 3.장에 표현되어 있다.

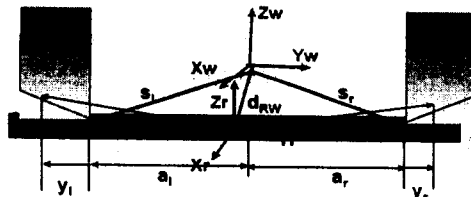


그림 4. 휠과 레일의 기구학적 상관관계

식(13)과 (14)로부터 레일에서 본 ${}^R s_r$ 과 ${}^R s_l$ 벡터를 유도하면, 식(15)와 (16)으로 표현된다.

$${}^R s_r = A_{RW} s_r' \quad (15)$$

$${}^R s_l = A_{RW} s_l' \quad (16)$$

따라서, y_r 과 y_l , z_r 과 z_l 은 기구학적 상호 관계에 의하여 ${}^R d_r$ 과 ${}^R d_l$ 이라는 휠 좌표계에

서 본 벡터를 식(17), (18)과 같이 정의하여 y , z 성분으로 구할 수 있다.

$${}^R \mathbf{d}_r = {}^R \mathbf{d}_{RW} + {}^R \mathbf{s}_r - \mathbf{l}_{0r} \quad (17)$$

$${}^R \mathbf{d}_l = {}^R \mathbf{d}_{RW} + {}^R \mathbf{s}_l - \mathbf{l}_{0l} \quad (18)$$

그림 5.에서 식(17)과 (18)의 z_r 과 z_l 이 0보다 작으면 레일과 접촉을 하게 되고, 접촉면으로

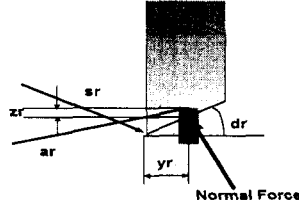


그림 5. 휠 하중력

작용하는 휠 하중력은 식(19) 및 (20)과 같이 정의하여 계산 할 수 있다.

$$F_{nr} = -k_{Rz} z_r - c_{Rz} \dot{z} \quad (19)$$

$$F_{nl} = -k_{Rz} z_l - c_{Rz} \dot{z} \quad (20)$$

여기서 k_{Rz} 와 c_{Rz} 는 레일의 스프링 상수와 감쇠 계수이며, z 는 식(4)의 z 성분이 된다.

2.3.3 플랜지 접촉력(Flange Contact Force)

철도 차량은 곡률이 심한 궤도에서 플랜지 접촉이 일어나면서 주행을 하게 된다. 플랜지 접촉력은 차량의 탈선과 밀접한 관계를 가진다. 식(17)과(18)에서 구해진 y_r 이 0보다 작으면 오른쪽에 플랜지 접촉이 일어나고, y_l 이 0보다 큰 값이 되면 왼쪽 휠에서 플랜지 접촉이 일어나게 된다. 이때 플랜지에서 휠에 작용하는 플랜지 접촉력은 식(21)과 (22)로 정의하여 구할 수 있다.

$$F_{fr} = -k_{Ry} |y_r| - c_{Ry} \dot{y} \quad (y_r < 0) \quad (21)$$

$$F_{fl} = -k_{Ry} |y_l| - c_{Ry} \dot{y} \quad (y_l > 0) \quad (22)$$

여기서 k_{Ry} 와 c_{Ry} 는 레일의 횡 스프링 상수와 감쇠 계수이며, y 는 식(4)의 y 성분이 된다.

3. 궤도형상 특성의 수치 모델링

철도 차량의 동적 거동을 해석하는데 있어 궤도의 형상은 해석 관점에 따라 큰 영향을 미칠 수 있으며, 일반적으로 궤도는 곡률과 불규칙도를 갖고 있으며 이에 대한 수치적 모델링이 필요하게 된다.

3.1 곡선 모델링

기존의 VAMPIRE에서는 레일의 조건을 거리의 함수로 모델링하나, 본 연구에 사용된 동적 거동 해석 프로그램은 시간의 함수로 모델링되어야 하기 때문에 곡선을 시간에 대한 함수로 바꾸는 과정이 필요하다.

곡선부의 모델은 철도 차량의 동적 거동을 이해하기 위해서는 그림 6.에서 보이는 것 처럼 곡선의 순간 회전 중심에서 접선 방향으로 순간 속도를 가지게 된다. 이때 주행 속도 v 로 식 (23)과 같이 단순한 수학적 정의에 의하여 곡률을 가진 레일의 시간 영역에서의 회전량 θ 를 결정 할 수 있다. 여기서 ρ 는 트랙의 회전 반경, s 는 임의의 시간까지 차량이 움직인 거리를 의미한다.

$$\theta = \int_0^t \frac{v}{\rho} dt \quad (23)$$

그리고 트랙의 진행 방향의 속도를 시간에 대해서 적분하면 식 (24)같이 임의의 시간에 대한 트랙의 위치 관계식을 끌어 낼 수 있다. 식(24)는 관성 기준 좌표계로 부터 얻은 값들이 되고 이것으로부터 궤과 트랙의 상호 관계를 도출할 수 있다.

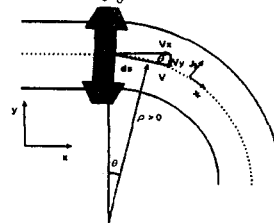
$$\begin{aligned} x_R &= \int_0^t v_x dt \\ y_R &= \int_0^t v_y dt \end{aligned} \quad (24)$$


그림 6. 곡선부 모델 개념도

3.2 불규칙도 모델링

캔트는 차량이 곡선부에 진입했을 때 회전하는 방향의 법선 방향으로 원심력이 작용해서 트랙 밖으로 차량을 밀어 주는 효과를 갖게 한다. 이에 대해 반대 쪽의 트랙을 수직 방향으로 올려주어 회전 중심으로부터 생기는 원심력에 대응하는 힘을 작용하게 한다. 이를 효과적으로 모델링하기 위해서는 레일의 자세를 바꿔줘야 한다. 따라서 캔트량을 c_t 라고 하면 식(25) 관계식을 끌어 낼 수 있다.

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{c_t}{2l_0} \quad (25)$$

여기서 θ_x 는 트랙의 롤(roll)각이고, l_0 는 트랙의 중심에서 양쪽 레일까지의 간격이다. 이로부터 캔트가 있을 때 트랙의 자세를 구하면 식(26)과 같다.

$$A_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \quad (26)$$

슬래그는 회전하는 방향으로 레일의 간격을 넓혀 휠의 반지름을 줄이게 된다. 그래서 양 휠사이의 진행 방향 속도차를 줘 곡선을 완만히 진행하게 한다. 슬래그 s_g 가 존재할 때 l_0' , r_0' 와 l_{f0}' 의 관계는 식 (27), (28), (29)와 같다.

$$\begin{aligned} l_{0r}' &= l_0 + s_g & (\rho < 0) \\ l_{0l}' &= l_0 + s_g & (\rho > 0) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 l_{0r}' 와 l_{0l}' , ρ 는 각각 트랙에서 오른쪽과 왼쪽휠까지의 간격과 곡률반경을 의미한다.

$$\begin{aligned} r_{0r}' &= r_0 - s_g \tan \delta_r & (\rho < 0) \\ r_{0l}' &= r_0 - s_g \tan \delta_l & (\rho > 0) \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 δ_r 과 δ_l 은 오른쪽과 왼쪽의 원추각(conicity)를 의미한다.

$$\begin{aligned} l_{f0r}' &= l_{f0} + s_g & (\rho < 0) \\ l_{f0l}' &= l_{f0} + s_g & (\rho > 0) \end{aligned} \quad (29)$$

불규칙도는 그림 7.과 같이 크로스 레벨(cross level, xli), 수평방향(lateral, yi), 수직방향(vertical, vi), 게이지(gauge, gi), 곡률반경(curvature, ci) 불규칙도가 있으며 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{(c_t + x_{li})}{2l_0} \quad (30)$$

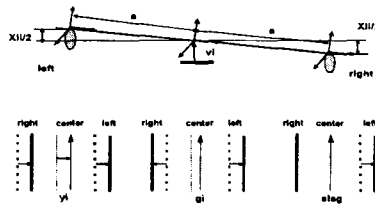


그림 7. 궤도불규칙 개념도

x_{li} 는 식(30)에서 보듯이 궤도의 롤(roll)각을 변화 시키며, 이에 따른 궤도의 자세는 식 (26)으로 구할 수 있다. c_i 는 회전반경을 변화 시키며 $\rho' = \rho + c_i$ 의 관계에 의해 변화된 회전 반경을 이용, 식(23)으로부터 시간에 따른 궤도 회전각 θ 를 얻을 수 있다.

g_i 는 곡률 반경의 부호와 관계없이 l_0 , r_0 와 l_{f0} 를 식(31)과 같이 변화 시킨다.

y_i 는 트랙 중심을 $y_{R'} = y_R + y_i$ 에 의해서 트랙 측면 방향으로 y_i 만큼, v_i 는 트랙 중심을 $z_{R'} = z_R + v_i$ 에 의해서 트랙 수직 방향으로 v_i 만큼 shift시킨다.

$$\begin{aligned} l_{0r}' &= l_0 + \frac{g_i}{2} & l_{0l}' &= l_0 + \frac{g_i}{2} \\ r_{0r}' &= r_0 - \frac{g_i}{2} \tan \delta_r & r_{0l}' &= r_0 - \frac{g_i}{2} \tan \delta_l \\ l_{f0r}' &= l_{f0} + \frac{g_i}{2} & l_{f0l}' &= l_{f0} + \frac{g_i}{2} \end{aligned} \quad (31)$$

4. 결과 비교(Vampire)

본 연구의 휠/레일 상호작용에 대한 수치모델링을 다물체 동역학 프로그램인 Recurdyn의 한 모듈로서 연결시켰으며 전동차에 대해서 차량모델링을 수행하여 Vampire의 결과와 비교하였다.

4.1 차량 모델

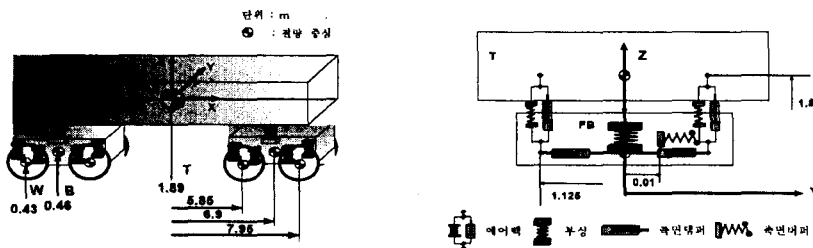


그림 8. 사용된 차량모델 개략도

본 연구에 사용된 차량모델은 그림 8.에서 보듯이 1개 차체에 2개의 대차를 갖는 차량 시스템으로서 현수장치 특성은 서울지하철 7,8호선의 특성치 기본으로 사용하였다.

4.2 크리피지(creepage)계산 결과 비교

본 연구의 휠/레일 상호작용에 대한 결과를 크리피지로서 20% 주행속도에서 20톤의 충격이 가해졌을 경우와 곡률반경 1Km에서 10%로 주행하였을 경우에 대해서 Vampire결과와 비교하였다.

그림 9.는 첫 번째 경우에 대한 전대차 전철의 좌, 우측 휠의 좌우방향 크리피지비교 결과로서

VAMPIRE의 결과는 0.046%라는 값이 나왔고 본 연구에 사용된 동적 거동 프로그램인 RECURDYN에서는 0.051%라는 값이 나왔으며, 오차는 0.005였다.

그림 10.은 두 번째 경우에 대한 VAMPIRE의 전대차, 전철의 오른쪽 휠의 진행 방향 크립피지와 비교 결과로서 0.098%라는 값이 나왔고 RECURDYN에서는 0.011%라는 값이 나왔으며, 오차는 0.003이었다. 또한 그림 11.의 횡 방향 크립피지는 VAMPIRE에서 0.032%였고 RECURDYN에서는 0.037%로 오차는 0.005였다. 여기서, R_FFW와 L_FFW은 전대차, 전철의 오른쪽과 왼쪽을 의미한다.

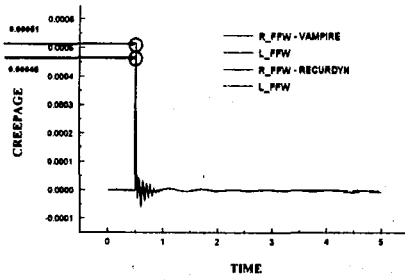


그림 9. 좌우방향 크리피지 비교결과

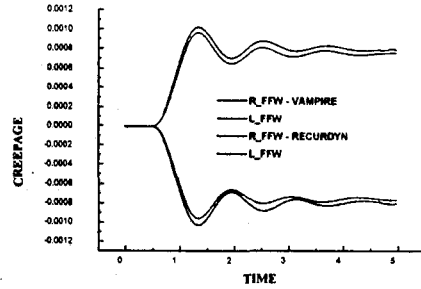


그림11. 진행방향 크리피지 비교결과

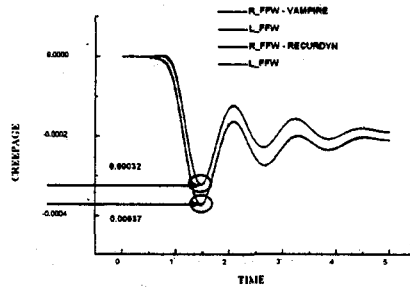


그림12. 좌우방향 크리피지 비교결과

5. 결 론

본 연구의 수행결과 철도차량의 휠/레일 상호작용에 대해서 주행동특성 관점에서 선형 수치모델링을 다물체 동역학 프로그램과 함께 완성하였으며, 설계해석을 위한 tool로서 유용성을 보였다. 또한, 주행 동특성 시뮬레이션을 위한 계속적인 휠/레일 상호작용 모듈 프로그램 정밀화의 기초를 제공할 수 있을 것으로 판단되며, 향후 비선형 모델링을 통한 연구가 계속 수행될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. Vijay K.Garg, Rao V.Dukkipati(1984), "Dynamics of Railway Vehicle Systems", ACADEMIC PRESS.
2. Rao V. Dukkipati, Joseph R.Amyot(1988), "Computer-Aided Simulation in Railway Dynamics", MARCEL DEKKER Inc.
3. "Vampire User Manual Vol1, Vol2", AEAT-Rail.

본 연구는 철도연구원의 전동차 표준화 사업의 지원을 받아 연구되었음.