

차량고속주행시 차량 및 궤도거동에 미치는 궤도틀림의 영향

Influence of track irregularity on train and track behaviours on high speed rail

이진욱(Lee, Jin-Wook)^{*1} 양신추(Yang, Sin-Chu)^{*2} 홍진완(Hong, Jin-Wan)^{*3}

Abstract

In this paper, a numerical method for analyzing the interactions between train and track is presented. The effect of track irregularity on high speed running trains and track is examined by parametric studies. Two types of vertical track irregularity are considered. The first one is ideally assumed to a sine wave to investigate train and track behaviors with the change of its shape feasibly. The second one is artificially generated from PSD of track irregularity which was established from the measured data on real railways. In the track dynamic model, rail is considered to have a distributed mass and to be supported discretely at sleepers above ballast divided into three layers. Then, the contact between wheel and rail is modeled by a nonlinear Hertzian spring.

1. 서론

고속열차의 경우 차량의 주행안전성은 궤도틀림에 크게 영향을 받으므로 체계적인 궤도틀림 관리가 절실히 요구된다. 그러나 궤도틀림을 최상의 상태로 유지하기 위해서는 짧은 주기로 계속적으로 궤도를 검측하는 것이 필요하며 검측결과에 따라서 즉각적인 유지보수를 하여야하므로 많은 비용을 필요로 하게 된다. 따라서 유지보수에 따른 비용을 최소화하면서 차량의 주행안전성 및 승차감을 확보하기 위해서는 철도제반 여건을 고려한 철저한 궤도틀림의 기준을 정하는 것이 필요하다. 특히 궤도틀림과 차량의 동요 및 궤도거동의 관계를 구하는 것은 차량의 주행안전성 및 승차감을 확보하는 차원에서 중요할 뿐만 아니라 궤도의 손상을 방지하기 위한 동적설계 및 소음, 진동의 대책마련 등에서도 중요한 과제이다.

본 논문에서는 궤도틀림이 차량과 궤도의 동적거동에 미치는 영향을 분석하기 위한 차량/궤도해석 방법에 대하여 연구하였다. 궤도틀림의 종류에는 일반적으로 고저, 궤간, 방향, 수준, 평면성틀림 등이 있지만 여기서는 궤도의 동적설계 및 소음진동과 깊게 관련이 있는 수직틀림의 영향에 대해서만 연구를 수행하였다. 해석에 있어서 궤도는 여러 층으로 구성되어 있는 이산지지 탄성체로 모형화하였으며 차량은 차체의 1/2만을 모형화하였다. 수치해석 예로서 궤도틀림을 단순 사인파(Sine wave)로 가정하여 파고 및 파장에 따른 차량 및 궤도거동을 해석하였다. 또한 실제 궤도틀림의 영향을 알아보기 위하여 궤도틀림의 파워스펙트럼(PSD)을 사용하여 궤도틀림의 공간이력을 재생한 다음 이를 사용하여 해석을 하였다.

*1 정회원, 한국철도기술연구원, 주임연구원(0343-84-6684)

*2 정회원, 한국철도기술연구원, 책임연구원(0343-84-6684)

*3 정회원, 한국철도기술연구원, 책임연구원(0343-84-6684)

2. 차량과 궤도의 상호작용 해석

2.1 운동방정식

궤도의 운동방정식

그림 1에 보인 모델에 있어서 주행하중에 의한 레일변형의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + R_k(t) \delta(x-x_k) = P(t) \delta(x-x_w) \quad (1)$$

여기서 EI : 레일의 굴곡강성, ρ, A : 레일의 밀도 및 단면적, $R_k(t)$: 제 k 체결구에 있어서 레일지점반력, $P(t)$: 차량동하중, $\delta(x)$: 디랙델타함수, x_k : 제 k 체결의 x 좌표, x_w : 차량위치의 x 좌표 = $x-x_0-ut$, x_0 : 차량의 초기위치, u : 열차속도이다.

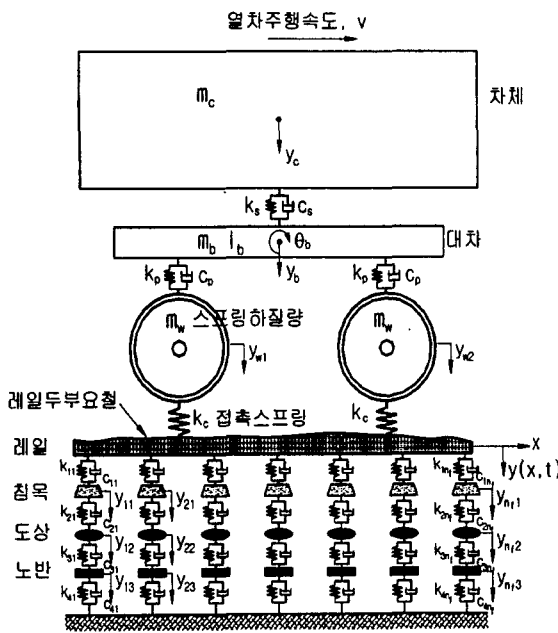


그림 1. 차량과 궤도의 상호작용 해석 모형

이때 차체의 수직 운동방정식은 다음과 같고

$$m_c \ddot{y}_c + c_s (\dot{y}_c - \dot{y}_b) + k_s (y_c - y_b) = P_c \quad (3)$$

여기서 m_s : 1/2 차체질량, c_s : 2차 현수장치의 감쇠계수, k_s : 2차 현수장치의 스프링계수, P_c : 1/2 차체 무게이다.

대차의 수직 및 회전운동 방정식은

$$m_b \ddot{y}_b + c_s (\dot{y}_b - \dot{y}_c) + c_p (2\dot{y}_b - \dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + k_s (y_b - y_c) + k_p (2y_b - y_{w1} - y_{w2}) = P_b \quad (4)$$

$$I_b \ddot{\theta}_b + c_p d (2d\dot{\theta}_b + \dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + k_p d (2d\theta_b + y_{w1} - y_{w2}) = 0 \quad (5)$$

또한 i 층 k 번째 질량체의 운동방정식은 다음과 같이 나타내진다.

$$m_{2k} \frac{d^2 y_{2k}}{dt^2} + (k_{3k} + c_{3k} \frac{d}{dt}) (y_{2k} - y_{3k}) - (k_{2k} + c_{2k} \frac{d}{dt}) (y_{1k} - y_{2k}) = 0 \quad (2)$$

여기서 y_{ik} : 제 k 체결에서 제 i 층 도상의 상하 변위, m_{ik} : 제 k 체결에서 제 i 층도상의 질량(레일편측량), k_{ik} : 제 k 체결에서 제 $i-1$ 층도상과 제 i 층도상 사이 강성계수, c_{ik} : 제 k 체결에서 제 $i-1$ 층도상과 제 i 층도상 사이 감쇠계수이다

차량의 운동방정식

수직운동에 대한 차량/궤도 상호작용 시스템은 차체 반질량과 대차 및 스프링하질량으로 모형화할 수 있다.

여기서 y_b : 대차의 상하변위, θ_b : 대차의 회전변위, m_b : 대차질량, I_b : 대차의 회전관성모멘트, c_p : 1차 현수장치의 감쇠계수, k_p : 1차 현수장치의 스프링계수, c_s : 2차 현수장치의 감쇠계수, k_s : 2차 현수장치의 스프링계수, P_b : 대차 무게, d : 1/2 축간 거리이다.

또한 차륜 및 차축에 의한 두 개의 스프링하질량에 의한 운동방정식은

$$m_w \ddot{y}_{w1} + c_p \{\dot{y}_{w1} - (\dot{y}_b - d\dot{\theta})\} + k_p \{y_{w1} - (y_b - d\theta)\} + k_c \{y_{w1} - y(x_{w1})\} = P_{w1} + k_c y_{w/r}(x_{w1}) \quad (6)$$

$$m_w \ddot{y}_{w2} + c_p \{\dot{y}_{w2} - (\dot{y}_b + d\dot{\theta})\} + k_p \{y_{w2} - (y_b + d\theta)\} + k_c \{y_{w2} - y(x_{w2})\} = P_{w2} + k_c y_{w/r}(x_{w2}) \quad (7)$$

여기서

P_{w1} : 첫 번째 스프링하질량의 무게, P_{w2} : 두 번째 스프링하질량의 무게, $y_{w/r}(x_{w1})$: 첫 번째 스프링하질량 하부의 조도, $y_{w/r}(x_{w2})$: 두 번째 스프링하질량 하부의 조도가 된다.

식(25)에서 k_c 는 차륜과 레일의 접촉강성으로서 차륜(y_w)과 레일변위(y_r)의 상대변위(Δ)의 함수로 다음과 같이 비선형 방정식으로 주어진다[2,3].

$$k_c = \frac{3}{2} c_H \Delta^{1/2} \quad \Delta \geq 0 \quad (8)$$

$$k_c = 0 \quad \Delta < 0$$

여기서 c_H 는 헤르쯔안 스프링계수이고, Δ : 차륜 · 레일의 상대변위로서 다음 식으로 주어진다.

$$\Delta = y_w - y(x_w) - y_{w/r}(x_w)$$

식(8)에서 $y_{w/r}$ 는 레일 또는 차륜담면의 조도(Roughness)이다. 한편 $\Delta < 0$ 은 차륜이 레일로부터 떨어져 공중에 위치하는 것을 의미하고, 이경우에 차륜은 중력에 의하여 가속도를 받아 낙하한다.

식(1)~(8)의 차량과 궤도의 상호작용 운동방정식을 행렬형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{w2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_c \\ \ddot{y}_b \\ \ddot{\theta}_b \\ \ddot{y}_{w1} \\ \ddot{y}_{w2} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & -c_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_s & c_s + 2c_p & 0 & -c_p & -c_p & 0 \\ 0 & 0 & 2d^2 c_p & d c_p & -d c_p & 0 \\ 0 & -c_p & d c_p & c_p & 0 & 0 \\ 0 & -c_p & -d c_p & 0 & c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_c \\ \dot{y}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \dot{y}_{w1} \\ \dot{y}_{w2} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_s & k_s + 2k_p & 0 & -k_p & -k_p & 0 \\ 0 & 0 & 2d^2 k_p & d k_p & -d k_p & 0 \\ 0 & -k_p & d k_p & k_p + k_c & 0 & K_{y_{w1}y} \\ 0 & -k_p & -d k_p & 0 & k_p + k_c & K_{y_{w2}y} \\ 0 & 0 & 0 & K_{yy_{w1}} & K_{yy_{w2}} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_c \\ y_b \\ \theta_b \\ y_{w1} \\ y_{w2} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_c \\ P_b \\ 0 \\ P_{w1} + k_c y_{w/r}(x_{w1}) \\ P_{w2} + k_c y_{w/r}(x_{w2}) \\ P_y \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 y 는 궤도의 변위벡터이다.

레일을 유한요소로 모형화하면 궤도의 질량(M_{yy}), 감쇠(C_{yy}) 및 강성행렬(K_{yy})기존의 유한요소해석방법(FEM)으로 구할 수 있으며, 차량과 궤도의 상관행렬(Coupled Matrix), M_{wy} , C_{wy} , K_{wy}

는 차량의 위치를 파악하여 관련된 절점번호(Node Number)를 계산한 후 그 따라 재구성함으로써 구할 수 있다. 주어진 열차속도 및 궤도틀림에 대하여 차량과 궤도의 동적응답은 상기의 시스템 방정식을 비선형 직접적분법[5]을 적용하여 풀므로 구할 수 있다.

2.2 계산 제원

본 연구에서 적용한 차량과 궤도의 계산제원은 도표1과 같다. 레일은 60kg레일, 60MN/m의 궤도패드, 3Tc 침목궤도로 가정하였으며 자갈도상 및 하부노반의 물성치는 일본 철도총련[6]에서 평가한 값을 사용하였다. 궤도의 동적거동은 궤도 각 구성품의 물성치에 큰 영향을 받으므로 정확한 해석을 위해서는 해석하고자하는 장소에서의 궤도물성을 측정해야하나 국내에서 이러한 물성을 정량적으로 평가한 예가 없고 아직은 평가방법도 정확하게 정립되어 있지 않은 관계로 외국의 자갈도상에서 측정된 값을 사용하였다. 그러나 차후의 연구에서는 국내 궤도에 적합한 해석 결과를 얻기 위해서 국내 궤도 여건을 고려한 궤도물성을 측정하여 사용하여야 할 것이다.

도표1. 차량/궤도모델의 물성치

차량/궤도모델	물성치	차량/궤도모델	물성치
주행속도(km/h)	270	침목간격(m)	0.6
차체반질량(kg)	7862.0	침목질량(kg)	130.0
2차 현가장치 스프링(kN/m)	251.2	침목지지 도상강성(kN/m)	1.78×10^9
2차 현가장치 댐핑(kN · s/m)	45.3	침목지지 도상댐핑계수(kN · s/m)	980.0
대차질량(kg)	1531.0	최상층 도상질량(kg)	52.5
1차 현가장치 스프링계수(kN · s/m)	1180.2	최상층 도상지지강성(kN/m)	0.89×10^9
1차 현가장치 댐핑계수(kN · s/m)	39.2	최상층 도상댐핑계수(kN · s/m)	980.0
축간거리(m)	2.5	중간도상 질량(kg)	52.5
스프링하질량(kg)	827.0	중간도상 지지강성(kN/m)	0.81×10^9
차륜반경(mm)	860	중간도상 댐핑계수(kN · s/m)	980.0
레일	60	하층도상 질량(kg)	90.3
레일표면반경(mm)	600	하층도상 지지강성(kN/m)	2.50×10^9
레일질량(kg/m)	60.8	하층도상 댐핑계수(kN · s/m)	980.0
레일강성도(kN · m ²)	6.34×10^3	최하층 도상강성(kN/m)	5.00×10^4
궤도패드강성(kN/m)	6.0×10^4	최하층 도상댐핑계수(kN · s/m)	980.0
궤도패드 댐핑계수(kN · s/m)	98.0		

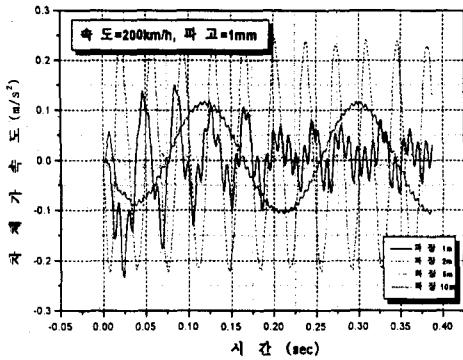
3. 궤도틀림에 따른 궤도 및 차량의 동적 거동특성

3.1 단순파형(sine curve)으로 가정한 궤도틀림의 영향

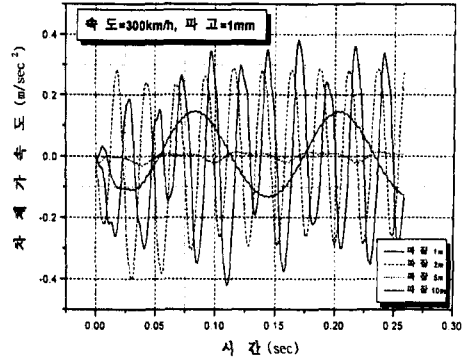
3.1.1 궤도틀림 파장의 영향

차량의 동적거동에 미치는 파장의 영향을 살펴보기 위해 열차가 주행속도 200km/h와 300km/h로 주행시, 파장을 4가지로 구분하여 궤도틀림값을 주었을 때의 차체의 가속도를 그림 2 (a), (b)에 나타내었다. 그림2의 결과로부터 차량의 가속도 주파수 응답은 궤도틀림의 공간주파수와 거의 같은 주파수로 거동함을 알 수 있으나 단파장(1m파장)에서는 차량과 레일의 상호작용에 의해 응답 주파수가 변조될 수 있음을 알 수 있다. 그림3은 파장에 따른 차체가속도의 peak치를 나타낸 것으

로 차체가속도는 파장 5m를 전후로 응답이 커짐을 알 수 있다.



(a) 200km/h 주행시



(b) 300km/h로 주행시

그림 2. 궤도틀림의 파장이 차체 가속도에 미치는 영향

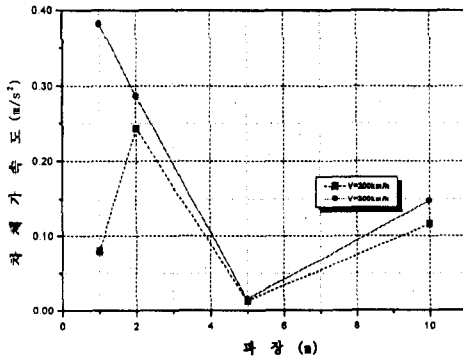
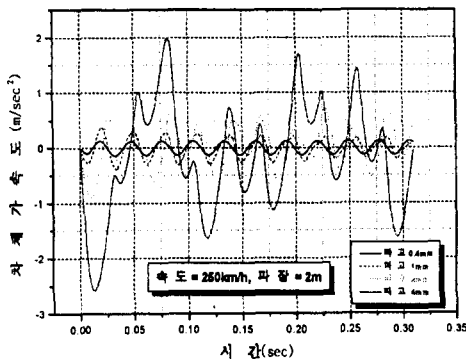


그림 3. 파장에 따른 차체가속도의 peak치

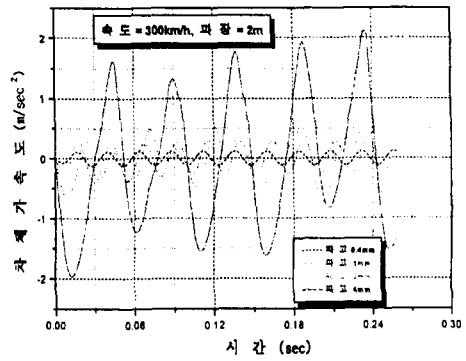
커짐에 따라 차체가속도의 peak치의 크기가 급격하게 증가함을 알 수 있다.

3.1.2 궤도틀림 파고의 영향

궤도틀림 파고에 따른 차량의 동적거동을 파악하기 위해 궤도틀림의 파장을 2m로 고정하고 파고가 파장의 1/5000, 1/2000, 1/1000, 2/1000인 경우에 대하여 250km/h, 300km/h로 주행할 때의 차체의 가속도를 구하였다. 그림4 (a)와 (b)는 이들 결과를 나타낸 것으로 그림4로부터 파고가 커짐에 따라 차체가속도 응답은 궤도틀림형상과 동일한 단순사인파(sine wave) 형상으로 변화됨을 알 수 있다. 또한 차체가속도의 peak치를 나타내는 그림5로부터 차량의 가속도는 파고가



(a) 속도 250km/h인 경우



(b) 속도 300km/h인 경우

그림 4. 파장 2m인 경우 차체가속도에 미치는 파고의 영향

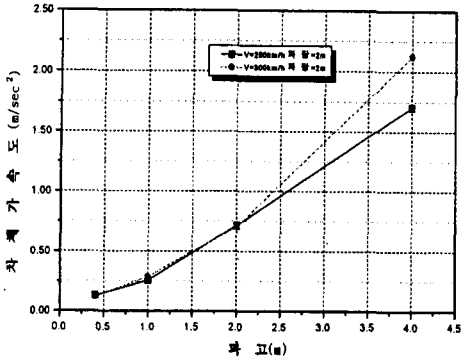
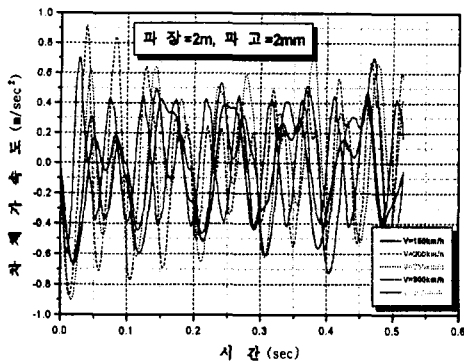


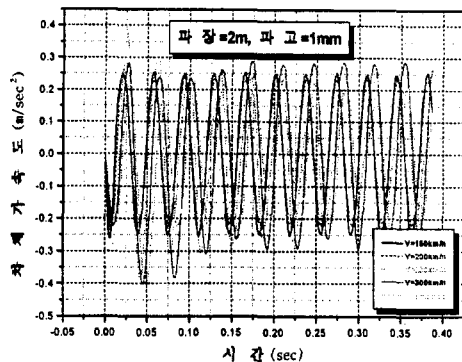
그림 5. 파고에 따른 차체가속도의 peak치

3.1.3 열차속도의 영향

동일한 궤도틀림상에서 열차가 주행할 때 주행 속도에 따른 차체의 진동가속도의 변화는 그림6 (a), (b)와 같다. (a)에서 파고가 파장의 1/1000일 때의 속도의 변화에 따른 가속도의 변화형상은 조금씩 다르지만 그 크기의 차는 아주 미소한 차이만을 보이고 있다. (b)의 그림에서는 파고가 파장의 1/2000일 때는 가속도의 변화가 거의 같음을 보여주고 있다.



(a) 파장 2m, 파고 2mm



(b) 파장 2m, 파고 1mm

그림 6. 열차속도에 따른 차체가속도의 변화

3.2 복합파형으로 구성된 궤도틀림 영향

실질적인 궤도틀림에 대한 차량 및 궤도의 거동 특성을 파악하기 위하여 미연방철도국(FRA)에서 제시한 궤도틀림 파워스펙트럼(PDS)[3]을 공간이력(Spatial series)으로 재생하여 해석을 수행하였다. 제시된 파워스펙트럼함수는 다음과 같고

$$S(\phi) = \frac{A\phi_2^2(\phi^2 + \phi_1^2)}{\phi^4(\phi^2 + \phi_2^2)} \quad (10)$$

이식에서 주어진 각각의 상수는 궤도 1등급에서 6등급까지에 대하여 도표2와 같다. 식(10)에서 A는 조도상수(Roughness constant)이고, ϕ 는 공간주파수이며, ϕ_1 , ϕ_2 는 각각 파단주파수이다

도표 2. FRA에서 제시한 수직궤도틀림 스펙트럼함수의 상수

상 수	등 급					
	1	2	3	4	5	6
A ($\times 10^{-4}$ in. ² /cpf)	0.5	0.8	1.4	2.5	4.5	7.9
ϕ_1 ($\times 10^{-3}$ cpf)	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1
ϕ_2 ($\times 10^{-2}$ cpf)	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0

상기의 스펙트럼은 inch-cpf(cycles per feet) 단위에서 주어졌으므로 meter-cpm(cycle per meter) 단위의 스펙트럼 $S(\Omega)$ 으로 변환하면 다음과 같이 나타내진다.

$$S(\Omega) = \frac{A' \Omega_2^2 (\Omega^2 + \Omega_1^2)}{\Omega^4 (\Omega^2 + \Omega_2^2)} \quad (11)$$

여기서 $A' = 2.117 \times 10^{-3} A$, $\Omega_1 = 3.2808 \varphi_1$, $\Omega_2 = 3.2808 \varphi_2$ 이며, A' 및 Ω 의 단위는 m^2/cpm 및 cpm 이다. 상기의 스펙트럼은 궤도틀림 파장이 1.5~300m인 경우에 한하여 적용되므로 공간주파수 Ω 를 0.01~0.7cpm으로 필터링하여 1등급 궤도에 대하여 공간이력을 재생하여보면 그림 7과 같은 궤도틀림을 얻을 수 있다.

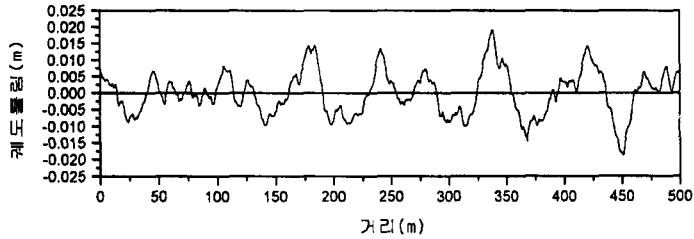
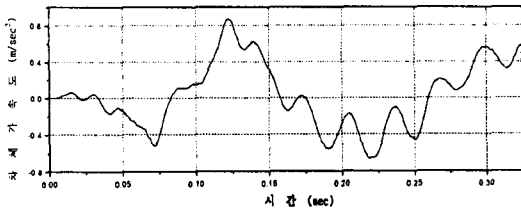
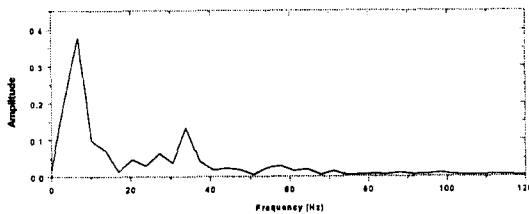


그림 7 FRA에서 제시한 PSD로부터 인공 재생한 궤도틀림의 공간이력

6등급의 궤도틀림 복합파형에 대한 차량의 가속도 및 궤도의 가속도와 각각에 대한 주파수 분석을 행한 결과를 그림 8과 그림 9에 나타내었다. 그림에서 차량의 탁월진동수가 약 7Hz정도이며 진동수가 약 40Hz까지 주로 저주파수 영역에서 분포되어 있는 것을 알 수 있다. 한편, 레일 가속도의 진동수는 7000Hz까지 저주파에서 고주파까지 고르게 분포되어 있는 것을 알 수 있는데 이러한 현상은 스프링하여 공진주파수, 궤도각층의 공진주파수, 차륜/레일의 접촉의 고주파진동 등 탁월주파수를 유발하는 공진대가 넓게 분포하고 있으므로 비롯된 것으로 볼 수 있다.

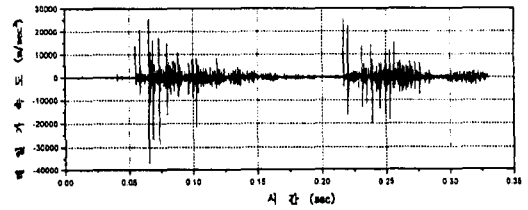


(a) 차체가속도

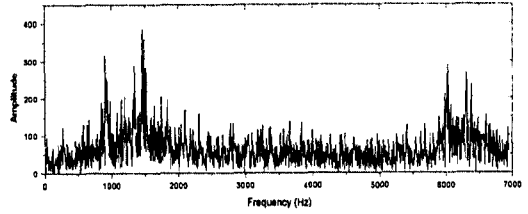


(b) 주파수분석

그림 8. 복합파형에 대한 차체가속도 및 주파수분석



(a) 레일가속도



(b) 주파수분석

그림 9. 복합파형에 대한 레일가속도 및 주파수분석

4. 결 론

단순파형을 이용한 수치해석을 수행한 결과를 토대로 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 궤도틀림에 대한 차량의 가속도 주파수 응답은 파장에 비해서 파고가 적은 경우 궤도틀림의 공간주파수와 거의 같은 주파수로 거동을 한다.
- 차량의 가속도 주파수 응답은 파장에 대한 파고의 비가 적은(1/1000)이하인 경우는 일반적으로 열차속도의 영향을 적게 받는다.

궤도틀림과 열차 및 궤도거동에 대한 신뢰성있고 의미있는 관계를 도출하기 위해서는 열차속도, 파장, 파고 등을 매개변수로한 많은 해석이 필요하지만 본 논문에서의 결과는 많은 해석결과를 바탕으로 분석되었다고 볼 수 없다. 따라서 상기의 결론은 추후의 연구에서 보완될 필요가 있다. 또한 보다 경제적이고 안전한 고속철도 궤도관리를 위해서는 실제궤도에서 궤도틀림의 표준편차와 차량의 거동과의 관계를 정량적으로 구하는 추가적인 연구가 따라야 할 것이다.

참고문헌

1. 三浦重, “軌道構造の動特性モデルの構築”, RTRI Report Vol 9. No. 12, 1995.12
2. 須田征男, 長門彰, 徳岡研三, 三浦重(1997), “新しい線路 -軌道の構造と管理-”, 사단법인 일본철도협회
3. Coenraad Esveld, “Modern railway track”, MRT-Productions, 1989
4. William Weaver, Jr., Paul R. Johnston, “Structural dynamics by finite elements”
5. Anil K. Chopra, “Dynamics of structure-theory and applications to earthquake engineering”, Prentice Hall, 1995.
6. 石田誠, 三浦重, 河野昭子(1997); “車輛走行による軌道沈下個所の動的應答特性”, 일본기체학회, 제6회교통·물류부문대회강연논문집, No.97-13, pp133-136