

# Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 홍수빈도비교분석

## Comparative Analysis of Flood Frequency by Moment and L-moment in Weibull-3 distribution

이순혁(충북대) · 맹승진 · 송기현 · 류경식\* · 지호근  
Lee, Soon Hyuk · Maeng, Sung Jin  
Song, Ki Hyun · Ryoo, Kyong Sik · Jee, Ho Keun

### Abstract

This study was carried out to derive optimal design floods by Weibull-3 distribution with the annual maximum series at seven watersheds along Han, Nagdong, Geum, Yeongsan and Seomjin river systems. Adequacy for the analysis of flood data used in this study was acknowledged by the tests of Independence, Homogeneity, detection of Outliers. Parameters were estimated by the Methods of Moments and L-Moments. Design floods obtained by Methods of Moments and L-Moments using different methods for plotting positions in Weibull-3 distribution were compared by the relative mean error and relative absolute error. It has shown that design floods derived by the method of L-moments using Weibull plotting position formula in Weibull-3 distribution are much closer to those of the observed data in comparison with those obtained by method of moments using different formulas for plotting positions in view of relative mean and relative absolute error.

### I. 서론

현재 국내외에서는 설계홍수량을 산정하기 위해 매개변수 산정방법의 개발에 역점을 두고 연구하고 있는 실정이다. 그래서 본 연구도 Greenwood에 의해 제시된 확률가중모멘트법을 Hosking이 여러 분포모형(Generalized extreme value, Gumbel, Pearson Type III, Wakeby 등)에 대해 선형조합하여 유도하는 L-모멘트법을 기존에 적용해보지 않은 Weibull-3 분포모형에 Hosking과 동일한 방법으로 매개변수를 구한 후 설계홍수량을 산정하고자 한다.

따라서, 본 연구에서는 홍수유출빈도분석을 위해 홍수자료의 동질성, 독립성 및 Outlier 검정과 K-S 검정 및 L-모멘트비도에 의한 Weibull-3 분포 모형의 적합성을 판정하고 이 분포 모형에 관한 특성의 고찰과 함께 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 매개변수 유도방법과 플로팅 포지션법을 달리했을 때의 빈도별 설계홍수량의 유도와 함께 비교 분석을 수행하므로써 적절한 매개변수 유도방법과 설계홍수량을 제시하고자 한다.

---

1998년도 한국농공학회 학술발표회 논문집 (1998년 10월 24일)

## II. 기본수문자료와 분석방법

### 1. 기본수문자료와 유역특성

본 분석에 사용된 대상유역은 7개의 유역으로서 한강수계의 여주, 낙동강수계의 산양, 금강수계의 공주, 영산강수계의 남평, 나주, 마륙 및 섬진강수계의 압록을 선정하였으며 각 유역의 연최고치 자료를 사용하였고, 각 유역에 대한 유역 특성으로서는 유역면적 215.0 ~ 11,036.0 km<sup>2</sup>, 주하천장 36.70 ~ 347.10 km, 평균폭 5.86 ~ 31.79 km, 형상계수 0.081 ~ 0.365의 범위를 나타내고 있다.

### 2. 분석방법

- 가. 대상유역별 연최고치자료의 기본통계치 분석
- 나. 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정
- 다. 연최고치자료의 Outlier 검정
- 라. L-모멘트의 비로서 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도 산정
- 마. 적용확률분포모형의 적합도 검정
- 바. 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 분포모형의 매개변수 산정
- 사. 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 분포모형에 의해 유도된 설계홍수량의 비교

## III. 결과 및 고찰

### 1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

여주, 산양, 공주, 남평, 마륙, 나주 및 압록유역에 대한 평균치와 표준편차는 각각 170.656 ~ 4261.024 및 84.805 ~ 3235.191의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.355 ~ 1.648 및 0.350 ~ 0.759의 범위를 그리고 첨예도는 2.101 ~ 5.143의 범위를 나타내었다.

### 2. 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정

대상유역별 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier검정을 각각 Wald-Wolfowitz Test, Mann-Whitney Test 및 Grubbs-Beck검정법에 의해 실시 하였다. 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상유역의 연최고치 자료에 관한 독립성과 동질성이 인정됐으며 연최고치 자료의 균형분포에서 상, 하 Outlier을 벗어나는 자료가 없음이 검정되므로서 수문자료로서 분석 타당성이 인정되었다.

### 3. L-모멘트값의 비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도 계산

각 유역별로 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한 결과, 전 유역에 걸쳐 L-모멘트비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도는 각각 0.1971 ~ 0.3883, 0.0990 ~ 0.3149 및 0.0734 ~ 0.1961의 범위를 나타내고 있었다.

#### 4. 적합도 검정

##### 가. K-S 검정에 의한 적합도 검정

각유역에 대해 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 분포모형에 대한 적합도 판정은 K-S 검정을 사용하였으며 그 결과는 Table-1과 같다.

이상의 결과에서 대상유역 전반에 걸친 L-모멘트법의 K-S 한계치가 모멘트법의 K-S 한계치보다 작게 나타났으며 L-모멘트법의 K-S 한계치뿐만 아니라 모멘트법의 K-S 한계치도 5% 유의 수준범위에 포함되므로 양 방법에 따른 Weibull-3 분포모형의 적합도가 모두 인정되었다.

Table-1. Kolmogorov-Smirnov test for the Weibull-3 distribution using methods of moments and L-moments

River	Station	Method of moments			Method of L-moments		
		$D_n$	$D_{0.05}$	Test	$D_n$	$D_{0.05}$	Test
Han	Yeoju	0.1007	0.2099	○	0.0705	0.2099	○
Nagdong	Sanyang	0.1121	0.2617	○	0.0854	0.2617	○
Geum	Kongju	0.1277	0.2124	○	0.0989	0.2124	○
Yeongsan	Nampyeong	0.1055	0.2443	○	0.0859	0.2443	○
	Mareuk	0.0802	0.2236	○	0.0783	0.2236	○
	Naju	0.0715	0.2206	○	0.0718	0.2206	○
Seomjin	Abrog	0.0821	0.2267	○	0.0732	0.2267	○

○ : Significance level can't be acknowledged

× : Significance level can be acknowledged

##### 나. L-모멘트비도에 의한 Weibull-3 분포모형의 적합성 판별

본 분석에 사용된 Weibull-3 분포모형과 타 분포모형의 하나인 Pearson type 3 분포모형과의 구별여부를 시도하고 Weibull-3 분포모형의 적합성 여부를 판별하기 위하여 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 분포모형의 L-왜곡도 계수와 L-첨예도 계수와와의 관계인 L-모멘트비도를 이용하였다. 모의발생을 실시하여 대상유역별로 모멘트법에 따른 Weibull-3 분포와 Pearson type 3 분포의 모멘트비도와 L-모멘트법에 따른 양 분포의 L-모멘트비도를 구하였으며 표본예로서 영산강 수계의 남평유역에 대하여 도시한 결과는 Fig. 1 및 Fig. 2와 같다. Fig. 1에서 보면 두 개 분포모형의 왜곡도계수와 첨예도계수의 관계를 도시한 모멘트비도에서는 모의발생된 왜곡도계수와 첨예도계수들이 분포형별로 구분이 되지않고 거의 직선상으로 중첩되므로서 확률분포형간에 구별이 어려움을 나타내었다. 반면에, L-왜곡도계수와 L-첨예도계수의 관계를 도시한 Fig. 2의 L-모멘트비도에서는 모멘트비도와는 달리 모의발생된 L-왜곡도계수와 L-첨예도계수들이 분포형별로 구분된 2개의 군으로 분리되었으며 이러한 경향은 전 대상유역에 대하여 동일하게 나타났다. 따라서 L-모멘트비도는 2개 분포모형간의 구분을 명확히 하는 특성을 보여주었다.

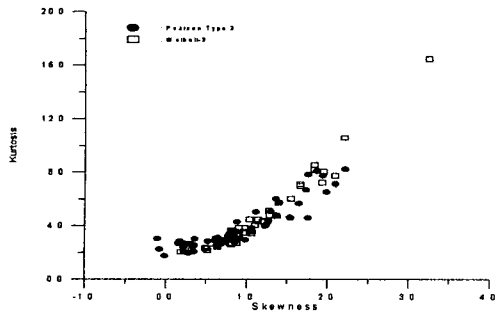


Fig. 1. Sample skewness versus sample kurtosis for 50 random samples simulated from Weibull-3 and Pearson type 3 distribution at Nampyeong watershed of Yeongsan river.

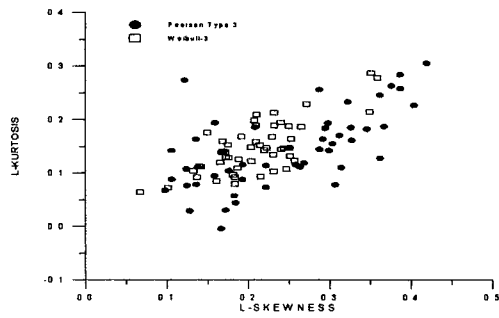


Fig. 2. Sample L-skewness versus sample L-kurtosis for 50 random samples simulated from Weibull-3 and Pearson type 3 distribution at Nampyeong watershed of Yeongsan river.

또한, 대상유역에 적용된 Weibull-3 분포모형의 적합성여부의 판별을 위해 대상유역에 대한 연최고치자료의 L-왜곡도계수와 L-첨예도계수의 관계를 구하고 도시한 결과는 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서 나타난 바와 같이 평균치가 근소하게 Weibull-3 분포모형에 근접하여 있고 L-왜곡도계수의 평균값인  $\tau_3 = 0.20$ 으로 나타났으며 동일한  $\tau_3$ 값으로 하는 Weibull-3 분포모형과 Pearson Type 3 분포모형에 대한 난수발생을 작성한 L-모멘트비도는 각각 Fig. 4 와 Fig. 5이다. 먼저 Fig.4의 결과에서 보면 플로팅 포지션점이 Pearson type 3 분포곡선에 비해 Weibull-3 분포곡선을 따르고 있으며 L-왜곡도계수의 평균치 역시 Weibull-3 분포선상에 위치하고 있다. 이에 반해 Fig. 5의 결과를 보면 평균치가 Pearson type 3 분포곡선 위에 존재하며 플로팅 포지션 점들 역시 Pearson type 3 분포곡선 위에 많이 존재함을 보인다.

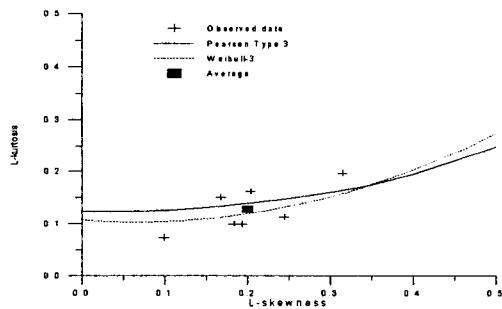


Fig. 3. L-skewness versus L-kurtosis for 7 sites in Weibull-3 and Pearson type 3 distribution

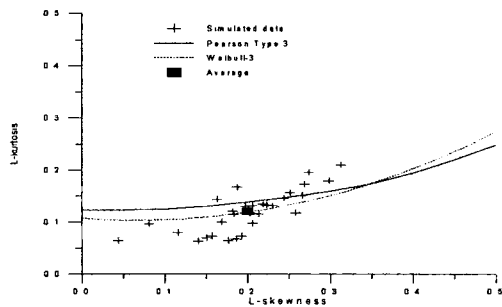


Fig. 4. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from Weibull-3 distribution with  $\tau_3 = 0.20$

따라서 실측data의 플로팅 포지션 점이 고루 Weibull-3 분포선상에 존재하므로써 Weibull-3 분포모형에 적합한 것으로 판단된다.

따라서 실측data의 플로팅 포지션 점이 고루 Weibull-3 분포선상에 존재하므로써 Weibull-3 분포모형에 적합한 것으로 판단된다.

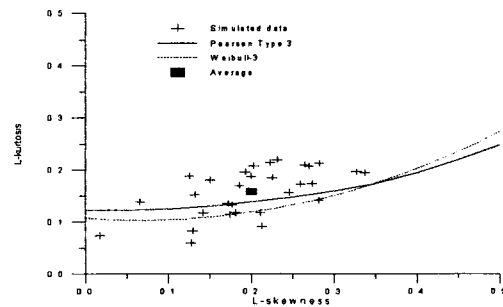


Fig. 5. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from Pearson type 3 distribution with  $\tau_3 = 0.20$

5. 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 Weibull-3 분포모형의 매개변수 산정

모멘트법(MM) 및 L-모멘트법(LM)에 따른 Pearson type 3 분포의 위치매개변수  $x_0$ , 척도 매개변수  $\alpha$  및 형상매개변수  $\beta$ 를 각 유역별로 구한 결과는 Table-2와 같다.

Table-2. Parameters calculated by Weibull-3 distribution using methods of moments and L-moments

Method	River	Station	$x_0$	$\alpha$	$\beta$
MM	Han	Yeosu	587.53	3847.98	1.14
	Nagdong	Sanyang	14.48	176.05	1.92
	Geum	Kongju	198.66	2874.79	1.56
	Yeongsan	Nampyeong	172.28	211.63	1.53
		Mareuk	77.34	327.89	1.56
		Naju	-337.24	2062.27	2.51
	Seomjin	Abrog	-181.28	2820.77	1.88
LM	Han	Yeosu	836.95	3491.05	1.05
	Nagdong	Sanyang	39.66	145.13	1.50
	Geum	Kongju	557.67	2400.48	1.28
	Yeongsan	Nampyeong	174.66	207.61	1.45
		Mareuk	63.11	345.22	1.64
		Naju	-126.62	1828.44	2.13
	Seomjin	Abrog	155.19	2409.98	1.55

MM : Method of moments

LM : Method of L-moments

6. Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량의 유도

Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 재현기간별 홍수량을 유역별로 구한 결과는 Table-3과 같고 Weibull-3 분포모형의 적합도 검정을 위하여 모멘트법과 L-모멘트법에 의해 유도된 각각의 설계홍수량을 플로팅 포지션법인 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton식에 의해 비초과확률을 구하고 이를 정규확률지상에 도시하였다.

Table-3. Design floods calculated by Weibull-3 distribution using method of moments and L-moments (Unit :  $m^3/s$ )

Method	River	Station	Return period(yrs)					
			5	10	20	50	100	200
MM	Han	Yeosu	6433.32	8595.49	10678.88	13345.82	15312.19	17242.85
	Nagdong	Sanyang	240.13	286.47	326.49	373.09	404.93	434.56
	Geum	Kongju	4095.71	5098.43	5996.16	7074.66	7830.47	8546.16
	Yeongsan	Nampyeong	461.19	537.45	606.04	688.76	746.91	802.10
		Mareuk	522.03	636.64	739.29	862.64	949.10	1030.98
		Naju	2155.74	2538.25	2856.23	3214.63	3453.23	3671.08
	Seomjin	Abrog	3449.81	4209.83	4867.88	5635.99	6161.98	6651.92
LM	Han	Yeosu	6329.84	8562.79	10763.49	13636.20	15787.59	17923.58
	Nagdong	Sanyang	238.88	292.52	340.92	399.49	440.76	479.99
	Geum	Kongju	1039.07	5163.04	6214.16	7525.35	8472.33	9388.51
	Yeongsan	Nampyeong	462.91	543.65	617.06	706.43	769.74	830.14
		Mareuk	524.79	637.69	737.90	857.37	940.59	1019.06
		Naju	2160.33	2579.77	2936.24	3345.71	3622.51	3878.01
	Seomjin	Abrog	3430.09	4280.27	5042.62	5959.72	6603.12	7212.85

이상의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton 플로팅 위치선법과 Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 유도된 빈도별 설계홍수량의 비교 분석을 위해 상대평균오차 (Relative Mean Error, RME) 및 상대절대오차(Relative Absolute Error, RAE)를 적용한 결과는 Table-4와 같다.

Table-4. Relative Mean Error and Relative Absolute Error calculated by Weibull-3 distribution using different plotting position formulas and Methods of moments and L-moments

Method	River	Station	Weibull		Hazen		Cunnane		Gringorton	
			RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE
MM	Han	Yeaju	1.678	8.673	1.653	8.263	1.646	8.305	1.648	8.272
	NagDong	Sanyang	1.427	6.375	1.843	7.274	1.716	7.000	1.764	7.106
	Geum	Kongju	1.518	7.360	1.826	7.857	1.748	7.685	1.778	7.731
	YeongSan	Nampyeong	0.775	3.409	0.682	3.162	0.689	3.170	0.685	3.168
		Mareuk	1.388	6.379	1.288	6.297	1.294	6.284	1.291	6.286
	Naju	1.731	7.449	2.742	8.412	2.468	8.070	2.573	8.197	
SeomJin	Abrog	1.951	6.509	2.621	7.631	2.449	7.341	2.515	7.454	
LM	Han	Yeaju	2.178	8.776	2.004	8.329	2.031	8.391	2.019	8.368
	NagDong	Sanyang	1.019	4.331	1.138	4.705	1.064	4.504	1.089	4.581
	Geum	Kongju	0.919	5.090	0.934	5.005	0.907	4.877	0.916	4.926
	YeongSan	Nampyeong	0.746	3.304	0.717	3.227	0.707	3.237	0.709	3.233
		Mareuk	1.322	6.144	1.326	6.235	1.307	6.151	1.313	6.174
	Naju	1.239	5.664	1.880	6.590	1.684	6.304	1.758	6.411	
SeomJin	Abrog	1.209	5.061	1.479	5.389	1.382	5.222	1.418	5.272	

RME : Relative Mean Error  
RAE : Relative Absolute Error

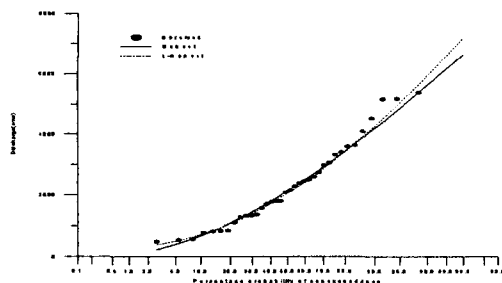


Fig. 6. Comparison of design floods estimated using methods of moments and L-moments with Weibull plotting position at Abrog watershed of Seomjin river

Table. 4에서 보면 상대평균오차 및 상대절대오차가 대부분의 유역에서 L-모멘트법이 모멘트법에 의한 것보다 작게 나타났으며 L-모멘트법중 Weibull 플로팅 위치선법에 의한 오차가 작게 나타났다. 이를 정규확률지에 도시한 예로 삼진강 수계의 압록유역에 대해 Fig. 6에 도시했다.

이상의 결과에서 Weibull-3 분포모형의 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 위치선법에 의해 유도된 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 위치선법에 의한 것 보다 좋은 결과를 보여 주었다.

#### IV 결론

본 연구는 한강, 낙동강, 금강, 영산강 및 섬진강 수계의 7개 유역에 대한 연최대홍수량을 사용하여 이들 자료에 대한 신뢰도를 판정하고, L-모멘트비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한후 L-모멘트비도와 K-S검정에 의해 Weibull-3 분포모형의 적합도를 검정하였으며 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 Weibull-3 분포모형의 매개변수를 구하였고, 모멘트법과 L-모멘트법에 따른 설계홍수량을 유도하였다. 또한, Weibull-3 분포모형에서 모멘트 및 L-모멘트법에 의한 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리한 설계홍수량과의 비교분석을 수행하였으며 이에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 본 연구에 사용된 홍수량 자료에 관한 독립성검정과 동질성 검정 및 Outlier검정을 수행한 결과 이의 분석타당성이 인정되었다.
2. Weibull-3 분포모형의 적합성을 판별하기 위해 K-S 검정 및 L-모멘트비도를 분석한 결과 이의 적정성이 인정되었다.
3. Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 매개변수와 설계홍수량을 각각 유도하였다.
4. Weibull-3 분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리하여 구한 설계홍수량간의 상대평균오차 및 상대절대오차를 비교한 결과 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량 보다 적정한 것으로 나타났다.

#### 참고문헌

1. 한국수자원학회, '95 분과위원회 연구과업 보고서, 확률가중 모멘트법을 이용한 매개변수 추정과 적용, 1996.
2. Hosking, J. R. M., The Theory of Probability Weighted Moments, Research Report RC12210, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1986
3. Hosking, J. R. M., L-Moments : Analysis and Estimation of Distributions using Linear Combinations of Order Statistics, Journal of Royal Statistical Society, Vol. 52 No. 1, pp. 105 ~ 124, 1990.
4. Hosking, J. R. M., Fortran Routines for Use with the Method of L-Moments Version 2, Research Report RC17079, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1991
5. Salas, J. D., Smith, R. A., Tabios, G. and Heo, Jun-Haeng, Statistical Computer Techniques in Hydrology and Water Resources, Department of Civil Engineering Colorado State University, 1993.
6. World Meteorological Organization, Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis, Operational Hydrology Report No. 33, Secretariat of the World Meteorological Organization, Geneva Switzerland, 1989.