

L-모멘트법에 의한 적정 설계홍수량의 유도

Derivation of Optimal Design Flood by L-Moments

이순혁(충북대) · 박명근 · 맹승진* · 정연수 · 김동주 · 류경식

Lee, Soon Hyuk · Park, Myeong Keun · Maeng, Sung Jin

Jong, Youn Su · Kim, Dong Joo · Ryoo, Kyong Sik

Abstract

This study was conducted to derive optimal design floods by Generalized Extreme-Value(GEV) distribution for the annual maximum series at ten watersheds along Han, Nagdong, Geum, Yeongsan and Seomjin river systems. Adequacy for the analysis of flood data used in this study was established by the tests of Independence, Homogeneity, detection of Outliers. L-coefficient of variation, L-skewness and L-kurtosis were calculated by L-moment ratio respectively. Parameters were estimated by the Methods of Moments and L-Moments. Design floods obtained by Methods of Moments and L-Moments using different methods for plotting positions in GEV distribution were compared by the relative mean and relative absolute error. It was found that design floods derived by the method of L-moments using weibull plotting position formula in GEV distribution are much closer to those of the observed data in comparison with those obtained by method of moments using different formulas for plotting positions in view of relative mean and relative absolute error.

I. 서론

과거 국내·외에서 확률밀도함수의 매개변수 유도방법으로 많이 사용되어 왔던 방법으로는 모멘트법(method of moments), 최우법(method of maximum likelihood) 등이 있으나 모멘트법은 왜곡된 분포의 경우 불확실한 매개변수 추정치를 갖게되며 고차모멘트로 갈수록 더욱 부정확하게되며 최우법은 수치적으로 해를 구하는 과정이 복잡하고 매개변수 추정치를 얻을 수 없는 경우가 많은 단점이 있다. 그래서 최근에는 모멘트법과 최우법의 단점을 보완할 수 있는 대안으로 Greenwood 등은 매개변수 추정법으로 확률가중모멘트법을 제시하였다. 또한, Hosking은 확률가중모멘트의 선형조합(linear combination)으로 이루어진 L-모멘트법을 제시함으로써 정확성이 높은 확률밀도함수의 매개변수 유도를 가능하게 하였다.

따라서, 본 연구에서는 홍수유출빈도분석을 위해 홍수자료의 동질성, 독립성 및 Outlier 검정과 K-S 검정 및 L-모멘트비도에 의한 Generalized Extreme Value 분포 모형의 적합성을 판정하고 이 분포 모형에 관한 특성의 고찰과 함께 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 매개변수 유

도방법과 플로팅 포지션법을 달리했을 때의 빈도별 설계홍수량의 유도와 함께 비교 분석을 수행함으로써 적절한 매개변수 유도방법과 설계홍수량을 제시하고자 하며 이로써 우리 나라 수자원개발 및 수방 대책을 수립하는데 필수적인 설계기준을 제공하는데 기여하고자 한다.

II. 기본수문자료

1. 기본수문자료와 유역특성

본 분석에 사용된 대상유역은 한강수계의 여주, 낙동강수계의 산양, 월포, 왜관, 금강수계의 공주, 영산강수계의 남평, 나주, 마륙 및 섬진강수계의 압록, 송정의 10개유역을 선정 하였으며 설계홍수량 유도를 위해 각 유역의 연최고치 자료를 사용하였고, 각 유역에 대한 유역 특성으로서 유역면적은 215.0 ~ 11,074.4 km²의 범위를 나타내고 있고 주하천장은 36.70 ~ 347.10 km에 이르며 평균폭은 5.86 ~ 34.42 km 이고 형상계수는 0.081 ~ 0.365의 범위를 나타내고 있다.

III. 결과 및 고찰

1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

여주, 산양, 월포, 왜관, 공주, 남평, 마륙, 나주, 압록 및 송정유역에 대한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수, 변동계수 및 첨예도의 기본통계치를 각 유역별로 구하였으며 전 유역에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 170.656 ~ 4162.024 및 84.805 ~ 3235.191의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.355 ~ 1.741 및 0.350 ~ 0.759의 범위를 그리고 첨예도는 2.101 ~ 6.119의 범위를 나타내었다.

2. 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정

대상유역별 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier검정을 각각 Wald-Wolfowitz Test, Mann-Whitney Test 및 Grubbs-Beck검정법에 의해 실시 하였다. 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상유역의 연최고치 자료에 관한 독립성과 동질성이 인정됨과 동시에 연최고치 자료의 균형분포에서 상, 하로 격리되는 Outlier가 없음이 검정되므로써 수문자료로서 분석 타당성이 인정되었다.

3. L-모멘트비에 의한 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도 계산

확률가중모멘트의 선형조합으로서 L-모멘트값을 각 유역별로 구하고 L-모멘트값의 비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한 결과, 전 유역에 걸쳐 L-모멘트비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도는 각각 0.1915 ~ 0.3883, 0.0990 ~ 0.3149 및 0.0734 ~ 0.2154의 범위를 나타내고 있었다.

4. 적합도 검정

가. K-S 검정에 의한 적합도 검정

모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포형에 대한 적합도 판정은 K-S 검정을 이용하였으며 각 유역에 대한 결과는 Table-1과 같다.

이상의 결과를 보건데 대상유역 전반에 걸쳐 모멘트법의 K-S한계치가 L-모멘트법의 K-S한계치보다는 크게 나타났지만 5% 유의 수준치 보다는 작기 때문에 L-모멘트법은 물론 모멘

트법에 따른 GEV분포모형의 적합도가 역시 인정되었다.

Table-1. Kolmogorov-Smirnov test for the generalized extreme-value distribution using methods of moments and L-moments

River	Station	Method of moments			Method of L-moments		
		D_n	$D_{0.05}$	Test	D_n	$D_{0.05}$	Test
Han	Yeoju	0.1007	0.2099	○	0.0705	0.2099	○
Nagdong	Sanyang	0.1121	0.2617	○	0.0854	0.2617	○
	Wolpo	0.0865	0.2617	○	0.0939	0.2617	○
	Waegwan	0.0739	0.2150	○	0.0688	0.2150	○
Geum	Kongju	0.1277	0.2124	○	0.0989	0.2124	○
Yeongsan	Nampyeong	0.1055	0.2443	○	0.0859	0.2443	○
	Mareuk	0.0802	0.2236	○	0.0783	0.2236	○
	Naju	0.0715	0.2206	○	0.0718	0.2206	○
Seomjin	Abrog	0.0821	0.2267	○	0.0732	0.2267	○
	Songjung	0.0908	0.2443	○	0.0968	0.2443	○

○ : Significance level can't be acknowledged

× : Significance level can be acknowledged

나. L-모멘트비도에 의한 GEV분포모형의 적합성 판별

본 분석에 사용된 GEV분포모형과 타 분포모형과의 구별을 시도하고 GEV분포모형의 적합성 여부를 판별하기 위하여 L-모멘트법에 따른 GEV분포모형의 L-왜곡도 계수와 L-첨예도 계수의 무차원 L-모멘트법 관계인 L-모멘트비도를 이용하였다. 대상유역별로 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포 모형과 연최고치자료계열의 분석에 사용되고 있는 분포모형 중 하나인 Pearson type 3 분포 모형을 난수발생 기법에 의해 모의발생을 실시하여 모멘트비도 및 L-모멘트비도를 구하였으며 표본 예로서 낙동강 수계의 왜곡유역에 대하여 도시한 결과는 Fig. 1 및 Fig. 2와 같다. Fig. 1에서 보면 두 개 분포모형의 왜곡도 계수와 첨예도 계수의 관계를 도시한 모멘트비도에서는 모의발생된 왜곡도 계수와 첨예도 계수들이 분포형 별로 구분이 되지않고 거의 직선 상으로 중첩됨으로써 확률분포형간에 구별이 어려움을 나타내었다. 반면에, L-왜곡도계수와 L-첨예도 계수의 관계를 도시한 Fig. 2의 L-모멘트비도에서는 모멘트비도와는 달리 모의발생된 L-왜곡도 계수와 L-첨예도 계수들이 분포형 별로 구분된 2개의 군으로 분리되었으며 이러한 경향은 타 대상유역에서도 동일하게 나타났다. 따라서 L-모멘트비도는 모멘트도와는 달리 2개 분포모형간의 구분을 명확히 하는 특성을 보여주었다. 또한, 대상유역에 적용된 GEV 분포모형의 적합성여부의 판별을 위해 대상유역에 대한 연최고치자료의 L-왜곡도 계수와 L-첨예도 계수의 관계를 구하고 도시한 결과는 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서 나타난 바와 같이 대상유역, 10개 지점의 L-첨예도 계수와 L-왜곡도 계수의 무차원 L-모멘트 플로팅 포지션점이 GEV곡선에 고루 산재해 있고 또한 L-왜곡도 계수를 평균한 값($\tau_3=0.20$)이 Pearson type 3 곡선 보다 GEV 곡선에 보다 더 근접되어 있음을 볼 수 있다. 그리고 L-왜곡도 계수의 평균값을 $\tau_3=0.20$ 로 하는 GEV 및 Pearson type 3 분포 모형을 난수발생에 의해, 각각 모의발생시켜 분포 모형별로 L-모멘트비도를 작성한 결과는 Fig. 4

및 Fig. 5와 같다. 먼저 Fig. 4의 결과에서 보면 플로팅 포지션점이 Pearson type 3에 비해 GEV곡선 주위에 주로 산재해 있으며 L-왜곡도 계수의 평균치 역시 GEV선상에 위치하고 있다. 이에 반해 Fig. 5의 결과를 보면 GEV곡선 위로는 작은 플로팅 포지션 점을 Pearson type 3분포 선 아래에는 다소 많은 플로팅 포지션 점을 나타냄으로써 결론적으로 적용된 10개 유역의 년최고치 자료는 Pearson type 3 분포 모형에 비해 GEV분포 모형에 더욱 적합한 것으로 나타났다.

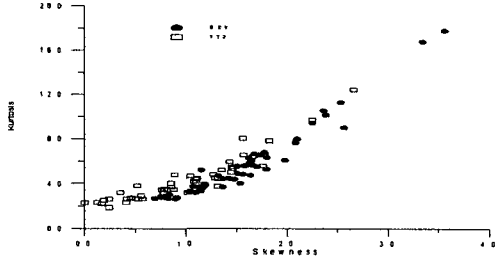


Fig. 1. Sample skewness versus sample kurtosis for 50 random samples simulated from GEV and Pearson type 3 distribution at Waegwan watershed of Nagdong river.

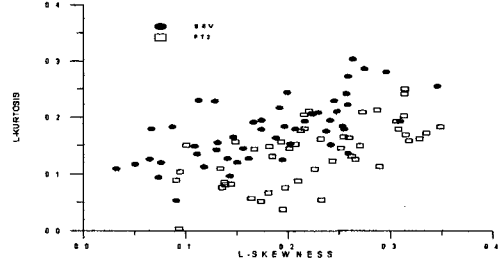


Fig. 2. Sample L-skewness versus sample L-kurtosis for 50 random samples simulated from GEV and Pearson type 3 distribution at Waegwan watershed of Nagdong river.

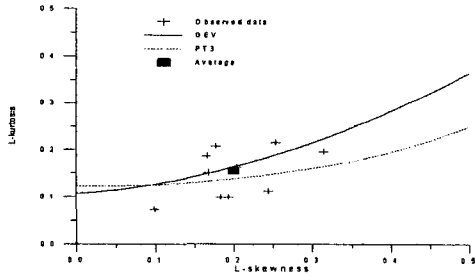


Fig. 3. L-skewness versus L-kurtosis for 10 sites in GEV and Pearson type 3 distribution

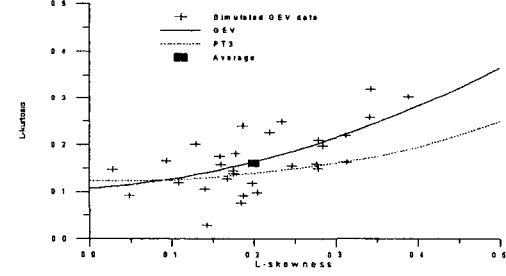


Fig. 4. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from GEV distribution with $\tau_3=0.20$

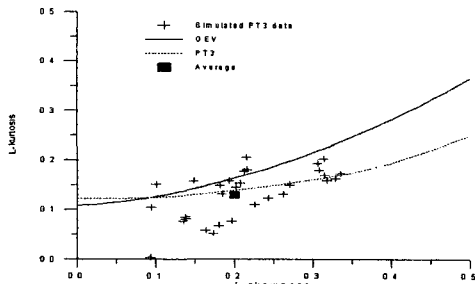


Fig. 5. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from Pearson type 3 distribution with $\tau_3=0.20$

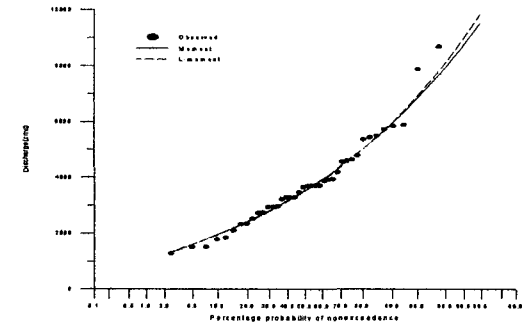


Fig. 6. Comparison of design floods estimated using methods of moments and L-moments with Weibull plotting position at Waegwan watershed of Nagdong river

5. 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 GEV분포 모형의 매개변수 산정

모멘트법(MM) 및 L-모멘트법(LM)에 따른 GEV 분포의 위치매개변수, ξ 척도매개변수, α 및 형상매개변수, k 를 각 유역별로 구한 결과는 Table-2와 같다.

6. GEV 분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량의 유도

GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 재현기간별 홍수량을 유역별로 구한 결과는 Table-3과 같고 GEV 분포 모형의 적합도 검정을 위하여 모멘트법과 L-모멘트법에 의해 유도된 각각의 설계홍수량을 플로팅 포지션법인 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton식에 의해 비초과확률을 구하고 이를 정규확률지상에 도시하였다.

이상의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton 플로팅 포지션법과 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 유도된 빈도별 설계홍수량의 비교 분석을 위해 상대평균오차(Relative Mean Error, RME) 및 상대절대오차(Relative Absolute Error, RAE)를 각각 식(1) ~ 식(2)에 의해 대상유역별로 구한 결과는 Table-4와 같다.

$$RME = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_o - \bar{Q}_c}{Q_o} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (1)$$

$$RAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Q_o - \bar{Q}_c}{Q_o} \right| \quad (2)$$

Table-2. Parameters calculated by Generalized extreme-value distribution using methods of moments and L-moments

Method	River	Station	ξ	α	k
MM	Han	Yeaju	2776.1240	2273.1277	-0.0717
		Sanyang	134.3080	73.2313	0.0883
	Nagdong	Wolpo	402.4682	251.5040	-0.0824
		Waegwan	3067.2250	1314.6553	0.0279
	Geum	Kongju	2030.6000	1357.3457	0.0246
		Nampyeong	306.1022	101.3987	0.0175
	Yeongsan	Mareuk	286.1739	154.9651	0.0241
		Naju	1180.3690	726.5821	0.1717
		Abrog	1728.4190	1185.8121	0.0829
	Seomjin	Songjung	2412.8940	752.9293	-0.0286
LM		Han	Yeaju	2680.2468	1876.9049
	Sanyang		129.2254	67.5063	-0.0357
	Nagdong	Wolpo	397.8398	239.2314	-0.1264
		Waegwan	3043.7038	1307.1387	0.0059
	Geum	Kongju	1942.9361	1195.5068	-0.1126
		Nampyeong	300.9603	98.0918	-0.0522
	Yeongsan	Mareuk	283.4597	154.3328	0.0035
		Naju	1153.2218	714.2199	0.1135
		Abrog	1661.7627	1104.6227	-0.0207
	Seomjin	Songjung	2407.4714	784.2374	-0.0118

MM : Method of moments

LM : Method of L-moments

Table-3. Comparison of design floods calculated by different methods

(Unit : m^3/s)

Method	River	Station	Return period(yrs)					
			5	10	20	50	100	200
MM	Han	Yeouju	6375.91	8327.61	10301.11	13011.74	15165.10	17420.62
		Sanyang	237.19	283.77	325.64	376.03	411.17	444.08
	Nagdong	Wolpo	804.01	1024.31	1248.82	1559.91	1809.20	2072.25
		Waegwan	4998.40	5934.63	6814.43	7927.29	8742.45	9538.97
	Geum	Kongju	4029.44	5002.13	5918.43	7080.66	7934.29	8770.35
	Yeongsan	Nampyeong	456.21	529.85	599.58	688.54	754.27	818.95
		Mareuk	514.46	625.61	730.35	863.26	960.91	1056.59
		Naju	2141.14	2536.53	2870.70	3246.42	3491.02	3707.23
	Seomjin	Abrog	3400.94	4162.82	4850.43	5681.66	6263.80	6811.26
		Songjung	3566.82	4162.98	4746.98	5520.99	6114.68	6718.10
LM	Han	Yeouju	5999.04	8104.05	10466.52	14117.14	17370.87	21133.37
		Sanyang	233.24	287.41	340.75	411.86	466.72	522.75
	Nagdong	Wolpo	792.93	1020.54	1260.11	1604.40	1890.30	2201.39
		Waegwan	4995.72	5965.89	6892.49	8086.07	8976.22	9859.50
	Geum	Kongju	3896.45	5004.83	6159.73	7800.61	9148.12	10600.32
	Yeongsan	Nampyeong	454.01	535.19	616.12	725.49	811.00	899.36
		Mareuk	514.34	629.39	739.46	881.52	987.67	1093.17
		Naju	2138.25	2571.56	2953.91	3404.61	3712.43	3995.79
	Seomjin	Abrog	3344.65	4206.45	5045.79	6151.00	6993.30	7844.73
		Songjung	3594.22	4195.87	4778.00	5538.86	6114.51	6692.79

Table-4. Relative Mean Errors and Relative Absolute Errors calculated by generalized extreme-value distribution using different plotting position formulas and Methods of moments and L-moments

Method	River	Station	Weibull		Hazen		Cunnane		Gringorton	
			RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE
MM	Han	Yeouju	3.79	15.13	5.20	17.36	4.85	16.85	4.98	17.05
		Sanyang	1.70	7.60	2.42	8.55	2.20	8.20	2.28	8.34
	Nagdong	Wolpo	2.14	8.32	2.42	9.39	2.25	9.04	2.31	9.17
		Waegwan	0.90	4.18	0.83	4.00	0.80	3.92	0.81	3.95
	Geum	Kongju	2.40	9.88	3.21	11.00	3.00	10.63	3.08	10.77
	Yeongsan	Nampyeong	0.85	3.84	0.86	3.63	0.83	3.64	0.84	3.64
		Mareuk	1.70	7.09	1.96	7.28	1.86	7.14	1.89	7.18
		Naju	2.00	8.60	3.37	9.84	2.98	9.41	3.13	9.57
	Seomjin	Abrog	2.68	5.90	3.84	10.28	3.53	9.87	3.65	10.02
		Songjung	1.05	4.60	0.97	4.21	0.97	4.29	0.97	4.26
LM	Han	Yeouju	1.47	7.92	2.28	11.33	2.18	11.11	2.22	11.20
		Sanyang	1.17	5.01	1.58	6.15	1.19	4.29	1.49	5.95
	Nagdong	Wolpo	2.05	8.16	2.21	8.87	2.12	8.56	2.15	8.68
		Waegwan	0.84	4.02	0.83	4.21	0.80	4.12	0.81	4.15
	Geum	Kongju	1.36	6.72	1.73	7.52	1.62	7.23	1.66	7.34
	Yeongsan	Nampyeong	0.99	4.32	1.18	4.82	1.12	4.70	1.14	4.75
		Mareuk	1.47	6.66	1.56	6.73	1.51	6.69	1.53	6.70
		Naju	1.95	7.90	1.54	6.59	1.59	6.76	1.57	6.69
	Seomjin	Abrog	1.39	6.02	1.60	6.15	1.50	5.98	1.54	6.04
		Songjung	1.11	4.19	1.24	4.33	1.19	4.29	1.21	4.30

여기에서 Q_0 및 Q_c 는 각각 유역의 연최고치자료 및 GEV분포모형의 모멘트법과 L-모멘트법에 의해 산정된 설계홍수량이다.

이상의 결과에서 보건데 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 유도된 설계홍수량과 실측치의 플로팅 포지션법들에 의해 유도된 설계홍수량과의 상대평균오차 및 상대절대오차의 비교에서 전 유역에 걸쳐 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 것보다 작게 나타나는 좋은 결과를 가져왔다.

Weibull 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량과 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량의 결과를 표본 예로 낙동강 수계의 왜관유역에 대해 정규확률지에 도시한 결과는 Fig. 6과 같다. 표본 예인 Fig. 6의 결과와 타 대상유역을 종합해 보건데 GEV분포모형의 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법에 의해 유도된 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 것 보다 좋은 결과를 보여 주었다.

IV 결 론

본 연구는 한강, 낙동강, 금강, 영산강 및 섬진강 수계의 10개 유역에 대한 연최대홍수량을 사용하여 이들 자료에 대한 신뢰도를 판정하고, L-모멘트비도에 의한 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한후 L-모멘트비도와 K-S검정에 의해 GEV 분포 모형의 적합도를 검정하였으며 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 GEV 분포모형의 매개변수를 구하였고, 모멘트법과 L-모멘트법에 따른 설계홍수량을 유도하였다. 또한, GEV 분포모형에서 모멘트 및 L-모멘트법에 의한 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리한 설계홍수량과의 비교분석을 수행하였으며 이에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 연최고치 자료에 관한 Wald-Wolfowitz의 독립성검정과 Mann-Whitney의 동질성 검정 및 Grubbs-Beck의 Outlier검정을 수행한 결과 이의 분석타당성이 인정되었다.
2. GEV 분포 모형의 적합성을 판별하기 위해 K-S 검정 및 L-모멘트비도의 분석을 시도한 결과 이의 적정성이 인정되었다.
3. GEV 분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 매개변수와 설계홍수량을 각각 유도하였다.
4. GEV 분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리하여 구한 설계홍수량간의 상대평균오차 및 상대절대오차를 비교한 결과 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량 보다 일반적으로 적정한 것으로 나타났다.

참고문헌

1. Hosking, J. R. M., The Theory of Probability Weighted Moments, Research Report RC12210, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1986
2. Singh, V. P., Distribution by POME, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, No. 1, 1988.