

유한요소법을 이용한 레이저 표면처리 공정변수의 민감도 해석에 관한 연구

A study on the sensitivity analysis of process parameter for laser surface treatment by using
the finite element method

전남대학교 대학원 기계공학과 이세환
전남대학교 기계공학과 양영수

I. 서론

최근의 레이저를 이용한 용접, 표면처리 등의 금속가공 기술은 컴퓨터와 자동화 기술의 발달과 더불어 상당한 발전을 하였다. 이러한 기술의 발달은 산업용 로봇의 사용이 늘어감에 따라 보다 확실한 제어를 위한 정량적인 데이터를 필요로 하게 되었다. 그러나 이러한 가공 공정들은 많은 양의 변수들을 포함하고 있어 적정한 공정 변수들을 선택하는데 상당한 어려움이 있다.

민감도 해석 방법은 여러 공학적인 설계에 있어 중요한 역할을 하고있다. 초기에는 제어 시스템의 수학적 모델에서 다양한 여러 파라미터의 효과를 평가하기 위하여 주로 사용되었다. 그러나 최근에는 현장의 구조 설계 공학자들에게 유용한 도구로써 많은 관심의 대상이 되고있다. 이것은 일단 민감도 해석 결과로부터 얻어진 데이터를 이용하면 상당한 설계의 향상을 얻을 수 있기 때문이다. 기존 유한요소법을 이용한 정적인 구조물의 민감도 해석 방법에는, 일반적으로 두 가지 전형적인 방법이 사용되고 있다[1]. 그 방법으로는 유한차분법(Finite difference method)을 이용하는 것과 직접미분법(Direct method)이나 수반변수(Adjoint variable) 법을 이용한 해석적 방법으로 구분된다. 유한차분법의 심각한 단점은 스텝 크기가 너무 크게 되면 절사 오차(Truncation error)를 포함하게 된다[2]. 또 스텝 단위 크기가 너무 작으면 순환오차(Round-off error)오차에서 기인하는 조건 오차가 발생하게 되는 단점을 가진다.

본 연구에서는 지금까지 주로 구조물의 설계시 최적 조건을 찾는데 많이 사용되어온 설계 민감도해석(Design sensitivity analysis) 방법을 레이저 표면처리 공정에 적용하였다. 수식의 전개는 위에서 언급한 방법 중에서 보다 본 해석에 적합하다고 판단되는 직접미분법을 사용하였다. 수치해석 방법은 유한요소법을 이용하였으며 가공체의 온도 분포에 대한 레이저의 이송속도의 민감도를 계산하였다.

II. 유한요소 수식화

본 연구에서 사용한 온도분포 해석을 위한 유한요소 수식은 비선형, 비정상 삼차원 온도분포 수식을 변형하여 사용하였다. 레이저 열원은 속도를 가지는 열원으로 생각하고, 온도분포가 시간에 따라 무관한 준 정상상태(Quasi-stationary state)로 가정하였고, 재료의 물성치는 온도에 따라 변화하여 계산하도록 하였다. 경계조건의 적용은 복사에 의한 열전달은 무시하였고 대류에 의한 열전달은 전 표면에서 고려하였다. 또한 민감도 해석의 경우는, 직접미분법을 이용하였으며 레이저 입열 형상을 정규분포(Gaussian distribution) 형태로 가정하고 속도에 관한 미분식을 얻어 수식화에 사용하였다.

II-1. 온도분포 수식화

온도분포 수식은 삼차원 비정상 에너지 방정식(1)으로 출발하여 이동 좌표계(Moving-coordinate system)를 이용하여 변화하였다[3].

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

여기서, Q는 단위 체적당 열 발생율, ρ는 밀도, c는 비열이고 q는 단위 면적당 열흐름률이다. 위 (1)식을 아래 관계(3)(4)와 준 정상상태 가정으로부터 다시 정리하면 다음 (2)식과 같다.

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial \xi} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial y}\right) = \rho c \left(-v \frac{\partial T}{\partial \xi}\right) \quad (2)$$

$$\xi = x - vt, \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{f.c} = \left(\frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_{m.c} + \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \xi} - v \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (4)$$

위의 수식(2)로부터 가중잔차법(Weighted residual method)을 이용하여 유한요소방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left(\frac{\partial q_x}{\partial \xi} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial y} + \rho c v \frac{\partial T}{\partial \xi}\right) N_i d\Omega = 0 \quad (5)$$

여기서 Ω는 유한요소(e) 영역, N은 형상함수(Shape function)이다. 이 식을 다시 가우스 이론(Gauss's theorem)을 이용하여 정리하면 (6)식과 같다.

$$\int_{\Omega^{(e)}} \rho c \left(-v \frac{\partial T}{\partial \xi}\right) N_i d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left[\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right] \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} d\Omega = \int_{\Gamma^{(e)}} (q \cdot n) N_i d\Gamma \quad (6)$$

위 최종식(6)에 외부 경계면으로의 입열 조건과 대류에 의한 경계조건을 대입하고 정리하면 아래와 같은 요소 방정식이 된다. 단 여기서는 복사에 의한 열손실은 무시하였다.

$$\int_{\Omega^{(e)}} \rho c \left(-v \frac{\partial T}{\partial w}\right) N_i d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right] \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} d\Omega \quad (7)$$

$$= \int_{S_1} q_s N_i d\Gamma - \int_{S_2} h(T_s - T_e) N_i d\Gamma$$

앞 식(7)을 행렬(Matrix) 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\int -\rho c v [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right] [T] d\Omega + \left(\int [B]^T [k] [B] d\Omega + \int [h][N]^T [N] ds \right) \{T\} \quad (8)$$

$$= \int q [N]^T ds + \int h T_0 [N]^T ds$$

여기서 $[B] = N_{i,j} \quad i=1,2,\dots,n \quad j=\xi,y,z$ 이며 n은 절점수와 같다.

II-2. 민감도 해석 수식화 및 과정

일반적으로 유한요소법을 이용한 공정변수의 민감도해석은 많은 계산을 포함한다. 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 온도분포를 구하고 추가적으로 온도에 대한 공정변수의 민감도를 계산하였다. 여기서 선택한 공정변수는 레이저 가공시 열원의 속도로 하였고, 이는 재료에 가해지는 입열량과 서로 독립적인 관계를 가진다. 그러므로 입열량(단위시간, 길이당)은 동일하게 한 후 속도변수에 관한 민감도를 구하였다. 민감도 계산을 위한 수식의 전개는 아래와 같다.

$$[\Psi] = [K][T] - [R] = 0 \quad (9)$$

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial v}\right] = \left[\frac{\partial K}{\partial v}\right][T] + K\left[\frac{\partial K}{\partial v}\right] - \left[\frac{\partial R}{\partial v}\right] = 0 \quad (10)$$

위 (9)식에서 [K]는 전체 강성행렬, [T]는 온도벡터, [R]은 열하중 벡터를 가가 나타낸다. 위 (10)식의 각 항을 미분하면 다음(11)식과 같다.

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial K}{\partial v}\right] &= \int (-\rho c)[N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial \xi}\right] d\Omega \\ [K]\left[\frac{\partial T}{\partial v}\right] &= \left[\frac{\partial R}{\partial v}\right] - \left[\frac{\partial K}{\partial v}\right][T] \\ \left[\frac{\partial R}{\partial v}\right] &= \int \frac{\partial q}{\partial v} [N]^T ds \end{aligned} \quad (11)$$

III. 유한요소 모델

본 연구에서는 비선형, 비대칭 온도분포를 3 차원 모델을 사용하여 해석하고 동시에 공정변수에 관한 민감도 해석을 하였다. 해석 모델에 사용한 유한요소의 형상은 Fig.1 과 같고 전체 크기는 20×5×1 로 하였다. 각 요소의 형상은 모두 동일하게 8 절점 블록을 사용하였고, 입열이 집중되는 부분의 요소는 미세하게 분할하였으며 전체 요소수는 1400 개, 절점수는 2684 개로 하였다. 또한 입력 공정변수는 단위 길이당 입열량(Q/v)을 동일하게 한 세 가지 조건을 이용하여 계산하였다. 입력 조건은 Table 1.에 나타내었다.

IV. 해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 풀림 처리된 AISI 1042 의 천이온도(A_c)를 레이저 표면 처리시 한계온도로 정의하였다. Fig.2 는 세 가지 조건의 온도분포 해석 결과 830° 경계를 가지는 크기를 비교하였다[4]. 일정한 입열 조건에서 속도가 증가하면 폭 방향으로 그 크기가 증가함을 알 수 있다. 수치해석 조건에서 사용한 속도 변화의 폭은 10,18,20 으로 그 변화의 폭을 달리하여 온도분포의 변화와 그에 따른 민감도를 구하였다. 각 조건의 경우의 민감도 값은 Table 2.에 나타내었다. 결과를 보면 첫째 행은 임의의 절점에서의 민감도 비교이고, 나머지 두 행은 각각 830°에서의 민감도인데 절점 1231 은 V=10 일 때, 2411 은 V=20 일 때의 민감도이다. 모든 경우의 민감도 값은 속도가 증가함에 따라 모두 증가함을 알 수 있다. 즉 속도를 증가시키는 경우 온도 분포에 더욱 민감하게 변화한다. 온도값이 830°인 경우 민감도의 비교에 있어서는 느린 속도 구간에서는 변화가 크게 나타났다.

V. 결론

일반적으로 유한요소법을 이용한 구조물의 설계에 사용되는 정적인 민감도 해석 방법을 이용하여 레이저 표면 처리시 온도분포에 영향을 주는 공정변수에 관한 민감도 해석을 하였다. 레이저 표면 처리시 온도분포에 영향을 주는 변수인 속도는 속도가 빠른 구간에서 더욱 온도분포에 민감하게 나타남을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 1997년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구된 결과로 이에 감사 드립니다.

VI. 참고문헌

- [1] Edward J. Haug, K.K. Choi and V. Komov, "Design sensitivity analysis of Structural systems", Academic press 1986
- [2] Howard M. Adelman and Paphael T. Hafka, "Sensitivity analysis of discrete structural systems", AIAA journal Vol.24. No.5, 1986
- [3] Kenneth H. Huebner, E. A. Thornton and Ted G. Byrom, "The finite element method for engineers", third edition wiley interscience, 1995
- [4] 양영수, "아크 및 레이저빔을 이용한 열가공 공정에서 잔류에 관한 연구", 박사학위논문, 1991

Table 1. Laser power and velocity conditions

Condition 1.	Q = 350	V = 10
Condition 2.	Q = 630	V = 18
Condition 3.	Q = 700	V = 20
Constant conditions : $Q/V = 35$, $rb = 4 \text{ mm}$, Laser power = Q(W), velocity = V(mm/sec)		

Table 2. Sensitivity Analysis result

Node number	Condition 1.	Condition 2.	Condition 3.
1100	-106.35	-60.77	-54.53
1231	-111.30	-64.91	-58.37
2411	-66.12	-63.03	-57.66

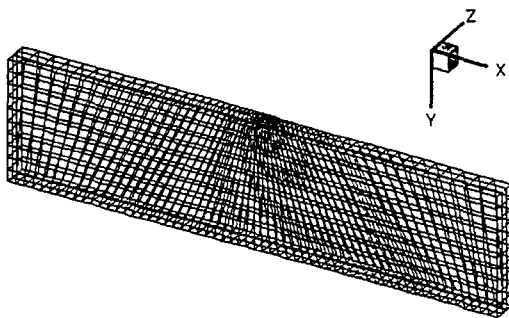


Fig.1 3-D Mesh generation

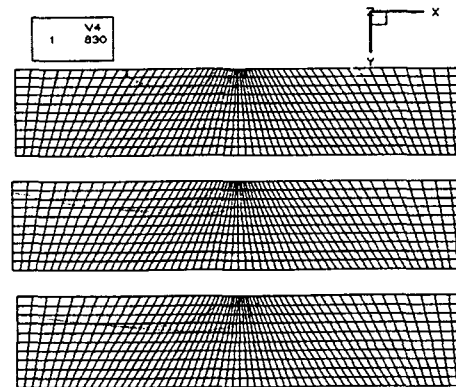


Fig.2 Iso-thermal lines for each condition