

## 교량구간에서의 열차하중에 의한 지반진동 해석법 Ground Vibration Analysis Methods for Train Transit on Bridges

윤정방\* 이종재\*\* 김두기\*\*\* 심종민\*\*  
Yun, Chung-Bang Lee, Jong-Jae Kim, Doo-Kie Shim, Jong-Min

### ABSTRACT

In this paper, ground vibration analysis methods for train transit on bridges are studied. Train loads acting on the piers are evaluated considering the interactions between the trains and the bridge. The 2D in-plane wave propagation method and the axisymmetric wave propagation method are used in the ground vibration analysis, and then the results of the ground vibration are compared. A modified axisymmetric method is presented, which can consider the effect of the train loadings on a series of piers as the train moves.

### 1. 서론

교량구간에서의 열차하중에 의한 지반진동을 예측/평가하고 필요한 경우에 이를 저감시키기 위해서는 진동원(열차의 동하중)으로부터 수신부까지의 진동전달 경로를 파악하고 진동특성을 분석하는 것이 무엇보다도 중요하다. 이를 위해서는 열차하중의 정확한 산정과 함께 지반의 동적 거동을 정확히 해석할 수 있는 진동전파해석기술이 필요하다. 지반진동 해석에서는 지반의 재료적 특성과 기하학적 반무한성이라는 중요한 특징을 고려해야한다. 지반의 비균질성과 비선형성은 유한요소법을 사용하면 적절히 모형화할 수 있다. 그러나, 무한영역에 대한 유한요소법의 사용은 경계조건에서의 진동의 반사 때문에 문제가 많으므로 지반진동 해석시에는 반무한지반으로의 진동의 방사를 효과적으로 고려하기 위한 특수경계처리의 방법이 많이 연구되어 왔다. 대표적인 반무한영역의 모형화 방법으로는 전달경계법, 경계해방법, 경계요소법 및 무한요소법 등이 있으며, 근역(近域)을 유한요소로 모형화하고, 원역(遠域)을 무한요소 또는 경계요소로 나타내는 무한요소법과 경계요소법은 비교적 최근에 개발된 방법이다.

열차하중에 의한 반무한 지반으로의 지반진동의 전파는 진동원의 형상, 지반의 기하학적 및 재료적 특성 등에 따라 상이한 3차원적 현상으로, 현실적으로 지반진동해석에 있어서 이론적 혹은 수치적인 해를 구하기가 매우 어렵다. 따라서, 실제적인 파동전파현상에 여러 가정을 도입한 후, 평면내 파동 전파나 축대칭 파동전파 해법으로 근사해를 구하는 것이 일반적이다.

본 연구에서는 교량구간에서의 열차의 주행에 따른 교각에 작용하는 열차하중을 열차와 교량의 상호작용을 고려하여 구하였으며, 열차하중에 의한 인근의 지반진동을 평면내 파동 전파와 축대칭 파동전파 해법을 사용하여 구한 후 비교/분석하였다. 또한, 축대칭 진동해석결과를 선형조합하여 인접교각이 지반진동에 미치는 영향을 고찰하는 수정된 축대칭해법은 반무한 지반조건을 고려하기 위해 2차원(윤정방 등, 1997)과 축대칭 동적무한요소(Yun 등, 1994)를 각각 사용하였다.

### 2. 열차-교량의 상호작용 해석

#### (1) 열차-교량의 모형화

본 연구에서는 열차(경량전철모형)와 교량의 상호작용(Fryba, 1996)을 고려하여 열차의 주행하중을 해석하기 위하여 그림 1과 같이 열차와 교량을 모형화 하였다. 교량의 상부구조를 보요소를 사용하여 모형화했으며, 교각 및 교대는 힌지와 롤러 경계조건으로 고려하였으며, 임의의 다경간 교량 위에 여러량의 열차가 연행할 수 있도록 모형화 하였다. 열차 1량은 차체와 현가장치, 바퀴 각각 2개씩을 강성과 감쇠장치로 모형화 하였다.

\* 한국과학기술원 토목공학과 교수

\*\*한국과학기술원 토목공학과 석사과정

\*\*\*한국과학기술원 토목공학과 박사과정

교량 위를 주행하는 n량의 열차에 대한 임의의 시간에서의 운동, 위치 및 감쇠에너지는 각각 다음과 같다.

• 운동에너지 (  $E_k$  )

$$E_k = \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{2} M_j \left( \frac{\dot{v}_{2j-1} + \dot{v}_{2j}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{p,j} \left( \frac{\dot{v}_{2j-1} - \dot{v}_{2j}}{L_j} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{2j-1} \dot{u}_{2j-1}^2 + \frac{1}{2} m_{2j} \dot{u}_{2j}^2 \right\} \quad (1)$$

여기서  $M_j$ ,  $I_{p,j}$  와  $L_j$  는 j 번째 열차의 질량, 피치관성모멘트 및 두 바퀴 간의 간격이고,  $m_{2j}$ ,  $v_{2j}$  와  $u_{2j}$  는 2j 번째 열차 바퀴의 질량, 현가장치 상단의 수직변위와 열차 바퀴 질량중심의 수직변위이다.

• 위치에너지 (  $E_p$  )

$$E_p = \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{2} k_s (v_{2j-1} - u_{2j-1})^2 + \frac{1}{2} k_s (v_{2j} - u_{2j})^2 + \frac{1}{2} k_p y_{2j-1}^2 + \frac{1}{2} k_p y_{2j}^2 \right\} \quad (2)$$

여기서  $k_p$  와  $k_s$  는 바퀴와 현가장치의 스프링상수이며,  $y_j$  는 j 번째 바퀴의 질량중심과 교량 바닥면과의 상대거리이다.

• 감쇠에너지 (  $E_d$  )

$$E_d = \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{2} c_s (\dot{v}_{2j-1} - \dot{u}_{2j-1})^2 + \frac{1}{2} c_s (\dot{v}_{2j} - \dot{u}_{2j})^2 + \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{2j-1}^2 + \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{2j}^2 \right\} \quad (3)$$

여기서  $c_s$  와  $c_p$  는 현가장치와 바퀴의 감쇠상수이다.

Lagrange 운동방정식을 적용하면, 차량교량계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial E_k}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}} = Q_m \quad (4)$$

여기서  $q$ 는 현가장치 상단과 바퀴 질량중심의 수직변위(  $v, u$  )이고,  $Q_m$  는 열차-교량의 상호작용력이다.

열차의 j 번째 바퀴와 교량의 상호작용력(Garg 등, 1984)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_b^j = M_s^j g + c_p \dot{y}_j + k_p y_j \quad (5)$$

여기서  $M_s^j$  는 j 번째 바퀴 축에서의 스프링상 질량 (sprung mass)이다.

열차에 대하여 유도한 Lagrange 운동방정식과 교량의 운동방정식을 조합/정리하면 다음과 같은 열차-교량 상호작용계의 운동방정식을 구할 수 있다. 시스템 행렬의 크기는 보요소로 세분화한 교량의 자유도의 개수와 교량 위를 주행할 열차의 자유도의 개수의 합과 같으며, 매 시간마다 열차의 위치는 바뀌므로 전체 시스템 행렬은 시간에 따라 변화한다.

$$[M_{total}]\{\ddot{q}_{total}(t)\} + [C_{total}(t)]\{\dot{q}_{total}(t)\} + [K_{total}(t)]\{q_{total}(t)\} = \{P_{total}(t)\} \quad (6)$$

여기서  $[M_{total}]$ ,  $[C_{total}(t)]$ 와  $\{P_{total}(t)\}$ 는 열차-교량 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬 및 상호작용력벡터이며,  $\{q_{total}(t)\}^T$ 는 열차와 교량의 자유도이다.

## (2) 교각에서의 열차의 동하중 산정

본 연구에서는 콘크리트 상판을 갖는 Steel Box Girder교로써, 그림 2에 보인 20m 지간과 40m 지간을 가진 단순보가 연속된 경우에 대하여 각각 해석을 수행하였다. 각 경우의 제원은 표 1, 2와 그림 3에 보인 바와 같다.

차량이 6량인 경우에 대하여 주행속도 60km/hr, 100km/h, 200km/h에 대해서 지점 A에 작용하는 열차의 동하중을 시간영역과 주파수영역에서 그림 4와 5에 보였다. 열차속도가 증가함에 따라 시간영역에서 열차의 통과시간만이 감소할 뿐, 지점에서의 최대하중이나 중앙점에서의 최대변위는 큰 변화를 알아보기 어렵다. 그러나 주파수영역에서 분석해보면, 저주파 성분이 고주파 성분으로 이동해가는 것을 볼 수 있다. 즉 열차가 연행할 경우에 인접한 바퀴사이의 평균간격은 4.8 m이며, 열차의 주행속도 60 km/h에서 100 km/h로 증가한 경우에 대한 인접 바퀴의 통과 주파수는 3.47 Hz에서 5.79 Hz로 증가하였다.

## 3. 지반진동의 해석

진동의 지반전파를 해석하기 위하여 지반을 그림 6과 같이 지반을 크게 근역(近域)과 원역(遠域)으로 나누었으며, 근역은 유한요소(FE)를 사용하여, 반무한지반으로 구성된 원역은 무한요소(IE)를 사용하여 모형화 하였다.

본 연구에서는 지반진동의 해석을 위해서 평면내 파동전파이론과 축대칭 파동전파 이론을 사용하였다. 평면내 파동전파해석을 위해 사용한 유한요소와 무한요소는 평면변형도 유한요소와 2차원 동적무한요소(윤정방 등, 1997)이며, 축대칭 파동전파해석을 위해 사용한 유한요소와 무한요소는 축대칭 유한요소와 축대칭 동적무한요소(Yun 등, 1994)이다. 본 연구에서 사용한 무한요소의 형상함수는 원역으로 전파하는 파동의 이론적 형상을 근간으로 구하였으며, 그림 7에 예시하였다. 또한, 축대칭 파동전파이론을 사용하여 지반진동을 해석할 경우에 있어서 인접교각의 영향을 고찰하기 위해 다음과 같이 축대칭 지반진동 해석결과의 조합하였으며, 그 결과를 평면내 및 축대칭 지반진동 해석결과와 비교/분석하였다.

각 교각과 지반의 기하학적 형상과 재료적 특성, 그리고 교각에 작용하는 열차의 동하중이 유사한 경우에 있어서의 지반진동은 인접교각으로부터의 거리를 고려한 선형 축대칭 지반진동해석결과의 시간축상에서의 선형함수로 나타낼 수 있다. 즉, 각 교각에 열차하중이 작용하는 시점과 교각과 계측점간의 거리는 서로 다르므로 해석지점에 전달되는 지반진동도 시간간격을 두고 도달하게 된다. 따라서 인접교각의 영향을 고려한 수정 축대칭 지반진동 해석은 각 교각으로부터 전파된 지반가속도응답을 시간축 이동을 하여 조합한다. 예를들어, 그림 8에서와 같이 교각 B에서 거리  $L_B$ 만큼 떨어진 지점에서의 지반진동은 인접교각 A, C등에 영향을 받는다. 교각 B에 작용하는 열차하중에 대해 축대칭 지반진동해석을 수행하여 거리에 따른 지반가속도응답을 얻은후, 각 교각과의 거리  $L_A, L_C$ 등에 대한 지반가속도 응답을 도출한다. 교각 B에 열차하중이 작용하는 시간을 기준으로 교각 C에 해당하는 응답은 음의 방향으로, 교각 A에 해당하는 응답은 양의방향으로 시간축이동을 한후 더하여 수정 축대칭 지반진동전파해석결과를 얻게 된다(그림 8).

#### 4. 예제해석

지반진동해석을 위해 지반을 그림 9와 같이 3개의 수평층(Soil 1, Soil 2, Rock)으로 모형화했으며, 해석에 사용된 구조물과 지반의 물성치는 표 3에 나타내었다. 또한, 길이 9.64m, 만차질량 18ton인 열차 6량이 20m와 40m지간을 갖는 단순교상을 통과할 때에 교각에서 가해지는 열차하중을 진동의 지반전파해석을 위한 진동원으로 사용하였다.

그림 10에서는 교각에서 10m 떨어진 지점에서의 지반의 주파수응답함수를 나타내었다. 평면내 지반진동의 경우가 축대칭의 경우보다 전 주파수 영역에서 큰 응답을 보였으나 peak가 발생하는 주파수 대역은 비슷하였다. 주파수 응답함수를 사용한 열차속도 100km/h일 때의 교각지점에서 10m 떨어진 지점에서의 가속도 응답을 그림 11에 나타내었다.

거리에 따른 지반가속도응답을 그림 12에 보였다. 이때 사용한 가속도 수준 dB(Broch, 1996)는 OA(Overall)수준이며, OA수준을 구하기 위해 사용한 강진동(強振動) 구간은 6량의 열차가 교각지점을 통과하는데 걸리는 시간으로 정하였으며, 열차 6량(총 57.84m)이 100km/h의 속도로 주행시 교각지점을 통과하는 데 걸리는 시간은 2.08초이고 강진동구간의 시작시각은 열차의 1번째 차륜이 교각에 작용하는 시간이다. 특정 계측점에서의 지반진동의 최대가속도응답은 평면내 지반진동해석을 사용한 경우가 축대칭의 경우보다 큰 값을 나타냈으나, 거리에 응답의 감소는 축대칭의 경우가 크게 나타났다.

거리에 따른 최대가속도응답의 감쇠경향을 다음과 같은 진동감쇠식(Woods 등, 1985)의 결과와 비교하였다. 진동의 전파거리에 따른 감쇠는 기하감쇠와 재료감쇠로 나눌수 있으며 기하감쇠계수 ( $\bar{n}$ )는 발생파의 종류와 하중의 형태에 따르고, 재료감쇠 계수 ( $\alpha$ )는 지반재료의 분류에 따른 값을 선택하였다. 본 연구의 경우, 기하감쇠계수는 표면파에 의한 지반진동의 영향이 가장 크다고 가정하여 평면내 지반진동해석인 경우에 0과, 축대칭 지반진동해석의 경우에는 각각 0.5를 사용하였으며, 재료감쇠계수는 해석지반의 첫 번째층의 전단파 속도 300km/h에 근거하여 0.04를 사용하였다(Richert 등, 1970). 해석결과 잘 일치함을 알수 있다.

$$A = A_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^{\bar{n}} e^{-\alpha(r-r_1)} \quad (7)$$

여기서  $A$ 와  $A_1$ 는 진동원으로부터 거리  $r$ 과  $r_1$ 에서의 최대지반가속도응답이다.

축대칭 해석과 인접교각의 영향을 고려한 수정 축대칭 해석결과를 그림 13에 나타내었다. 인접교각의 영향을 고려하기 위해 사용한 교각의 개수는 축대칭 해석을 통한 지반진동가속도의 감쇠경향을 고려하여 40m 지간의 경우에는 3개, 20m 지간의 경우에는 5개로 정하였다. 인접교각의 영향을 고려한 축대칭 해석에서 구한 지반가속도 응답은 축대칭 해석결과와 최대값은 별로 차이가 없었으며, 계측점과 교각들간의 상대거리차가 적을수록 인접교각의 영향이 상대적으로 크게 나타났다(그림 14), 강진동구간 전·후의 응답에 있어서 인접교각으로부터의 지반진동이 첨가되는 양

상을 보였다. 이는 인접교각의 영향을 고려하였을 경우에 최대지반진동은 더해지는 지반진동의 위상각차에 따라 증가 혹은 감소할 수 있으나, 축대칭 해석의 경우에 거리의 증가에 따른 지반진동의 기하학적 감쇠가 크므로 그 증감량이 미비한 것으로 판단된다.

그림 15에 열차속도에 따른 지반진동 가속도응답의 변화를 나타내었다. 신간선의 경우 열차속도 240km/h 이하의 구간에서 구조물에서 어느 일정거리 떨어진 곳에서의 진동의 변화량은 아래와 같은 경험식으로 나타낼 수 있다고 알려져 있다(芦谷公禾念 등, 1994).

$$dL = 10 \beta \log_{10}(V/V_0) \quad (8)$$

윗 식에서  $dL$ 은 열차의 평균속도가  $V_0$ (km/h)에서  $V$ (km/h)로 증가할 때에 속도에 따른 지반진동 가속도의 증가량(dB)이며,  $\beta$ 는 지반진동 가속도의 증가량과 열차평균속도와와의 상관성을 나타내는 의존계수로 2~3의 값을 가진다. 지반진동 해석결과를  $\beta=2.5$ 인 경우의 경험식과 비교했을 때 유사한 경향을 보였다.

## 5. 결론

본 연구에서는 교량구간에서의 열차의 주행에 따른 교각에 작용하는 열차하중을 열차와 교량의 상호작용을 고려하여 구하였으며, 열차하중에 의한 인근의 지반진동을 평면내 파동 전파와 축대칭 파동전파 해법을 사용하여 구한 후 비교/분석하였다. 또한, 축대칭 진동해석결과를 선형조합하여 인접교각이 지반진동에 미치는 영향을 고찰하였다.

본 연구에서 얻은 결과들을 요약하면 아래와 같다.

1. 열차속도의 증가에 따라 시간영역에서 열차의 통과시간만이 감소할 뿐, 지점에서의 최대하중이나 중앙점에서의 최대변위는 변화가 크지 않지만 주파수영역에서 주된 주파수가 저주파 성분에서 고주파 성분으로 이동하였다.
2. 특정 계측점에서의 지반진동의 최대가속도응답은 평면내 지반진동해석을 사용한 경우가 축대칭의 경우보다 큰 값을 나타냈으나, 거리에 응답의 감소는 축대칭의 경우가 크게 나타났다.
3. 거리에 따른 최대가속도응답의 감쇠경향을 표면파에 의한 지반진동의 영향이 가장 크다고 가정 한 진동감쇠식의 결과와 비교하였으며, 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.
4. 인접교각의 영향을 고려한 축대칭 해석에서 구한 지반가속도 응답은 축대칭 해석결과와 최대값은 별로 차이가 없었으며, 계측점과 교각들간의 상대거리차가 적을수록 인접교각의 영향이 상대적으로 크게 나타났고, 강진동구간 전·후의 응답에 있어서 인접교각으로부터의 지반진동이 첨가되는 양상을 보였다.
5. 열차속도의 증가에 따른 최대지반진동가속도 응답을 경험식과 비교하였으며, 평면내 진동해석과 축대칭 진동해석 모두 유사한 경향을 보였다.

## 참고문헌

1. 윤정방, 김두기, 김유진, 이종원(1997). "무한요소를 사용한 층상지반상에 놓인 스트립기초의 진동전파해석," 대한토목학회 논문집, 제17권 제1-2호.
2. 芦谷公禾念, 吉岡修(1994). "高速走行時の地盤振動評價法," RTRI, Vol.8, No.6.
3. Broch, J.T.(1996). *Mechanical Vibration and Shock Measurements*, Brüel & Kjær.
4. Clough, R.W. and Penzien, J.P.(1993). *Dynamics of Structures-2nded*, McGraw-Hill.
5. Frýba, L.(1996). *Dynamics of Railway Bridges*, Thomas Telford.
6. Garg, V.K. and Dukkipati, R.V.(1984). *Dynamics of Railway Vehicle Systems*, Academic Press.
7. Richart, F.E., Woods, R.D., and Hall, J.R.(1970). *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall.
8. Woods, R.D. and Jedele, L.P.(1985). Energy-Attenuation Relationships from Construction Vibrations, *Vibration Problems in Geotechnical Engineering*, ASCE, pp.229-246.
9. Banerjee, P.K.(1994). *The Boundary Element Methods in Engineering*, McGraw-Hill.
10. Yun, C.B. and Kim, J.M.(1994). Axisymmetric Infinite Elements for Multi-Layered Halfspace, *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol.38, pp.3723-3743.

표 1 Steel Box Girder의 제원

	교량길이	D = 1.8 m
강상자형	탄성계수	$E = 2.143 \times 10^7 \text{ tonf/m}^2$ [ $2.1 \times 10^8 (\text{ton} \cdot \text{m/s}^2) / \text{m}^2$ ]
	감쇠계수	5% 모드감쇠
	포아송비	$\nu = 0.2$
상판	단위길이당 중량	3.7045 tonf/m
	단면의 2차모멘트(I)	0.3438 $\text{m}^4$
	감쇠계수	3.5 %

표 2 열차 제원

차체	길이(L)	9.64 m
	질량(M)	18 ton (만차 질량)
	Pitch관성모멘트( $I_p$ )	143 ( $\text{ton} \cdot \text{m/sec}^2$ ) $\cdot$ m
현가장치 (1축당)	$k_s$	705.6 ( $\text{ton} \cdot \text{m/sec}^2$ ) / m
	$c_s$	9.8 ( $\text{ton} \cdot \text{m/sec}^2$ ) $\cdot$ sec/m
바퀴 (1축당)	질량(m)	0.2 ton
	$k_o$	2293.2 ( $\text{ton} \cdot \text{m/sec}^2$ ) / m
	$c_o$	98 ( $\text{ton} \cdot \text{m/sec}^2$ ) $\cdot$ sec/m

표 3 구조물과 지반의 물성치

	탄성파속도 [m/s <sup>3</sup> ]	단위중량 [t/m <sup>3</sup> ]	포아송비	감쇠비
콘크리트교각	2530	2.4	0.2	0.02
교각기초	2530	2.4	0.2	0.02
Pile	1100	2.3	0.25	0.05
Soil 1 ( 0-10m)	300	1.8	0.4	0.08
Soil 2 (10-16m)	400	1.85	0.35	0.08
Rock ( 16m- )	1100	2.3	0.25	0.05

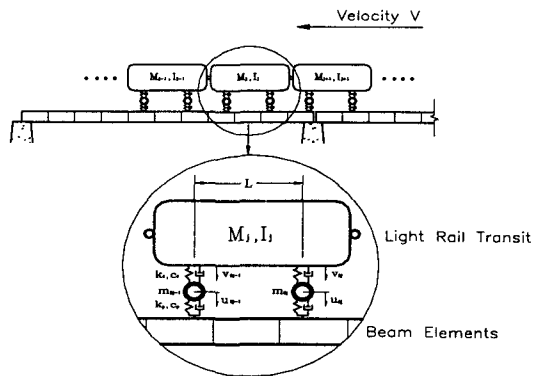


그림 1 열차의 모형화

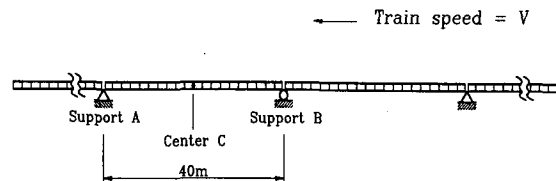


그림 2 단순지지 교량

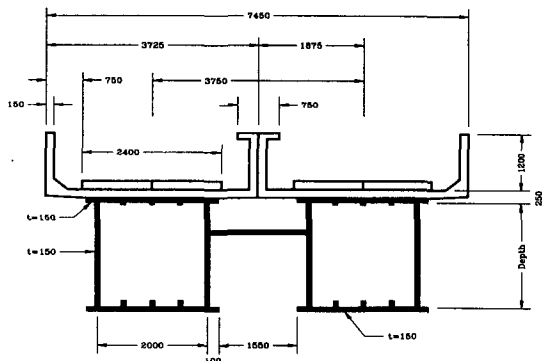


그림 3 Steel Box Girder의 단면도

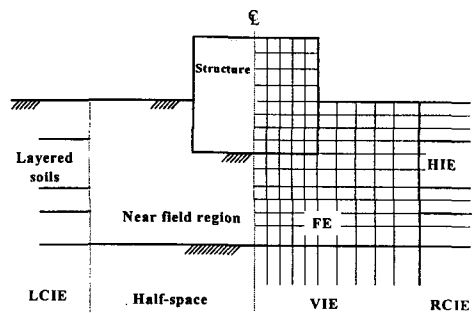
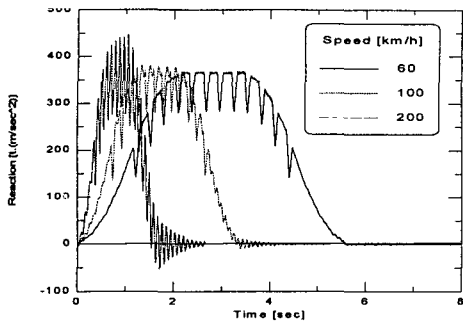
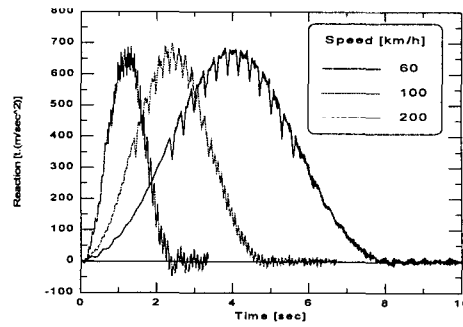


그림 6 지반과 구조물의 모형화

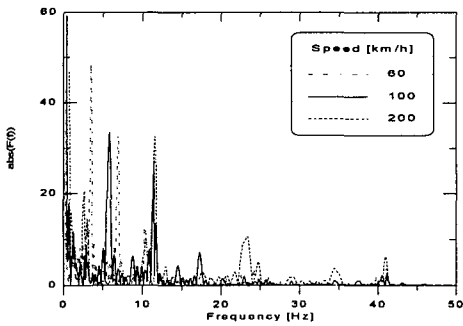


(가) 20m 지간

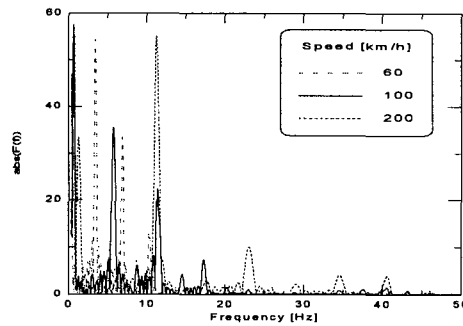


(나) 40m지간

그림 4 시간영역에서의 지점 A의 반력

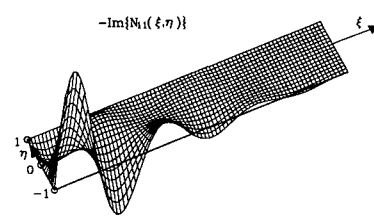
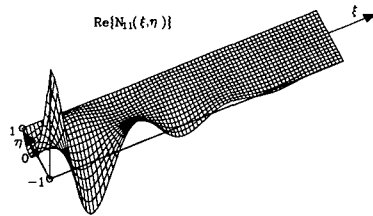


(가) 20m지간

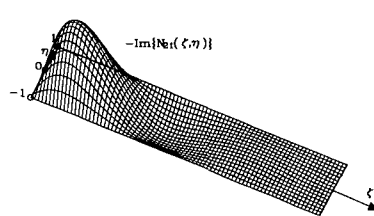
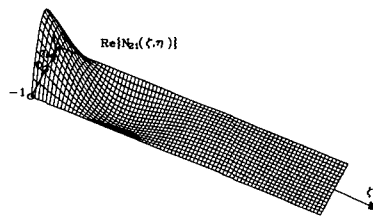


(나) 40m지간

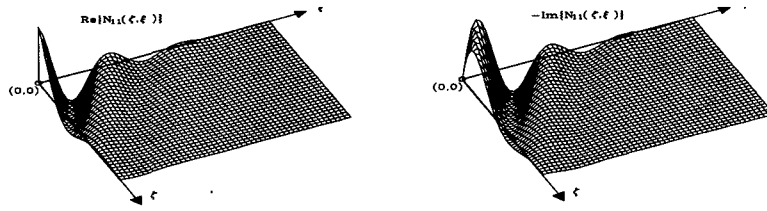
그림 5 주파수영역에서의 지점 A의 반력



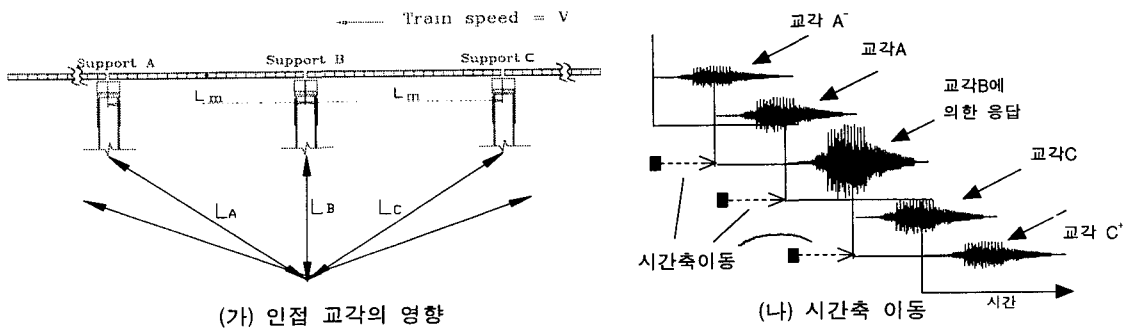
(가) 수평무한요소



(나) 수직무한요소



(다) 모서리무한요소  
그림 7 무한요소의 형상함수 예



(가) 인접 교각의 영향

(나) 시간축 이동

그림 8 수정 축대칭 지반진동 전파해석법

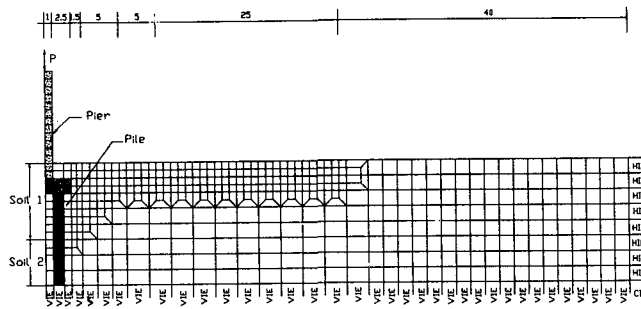


그림 9 해석지반의 모형화

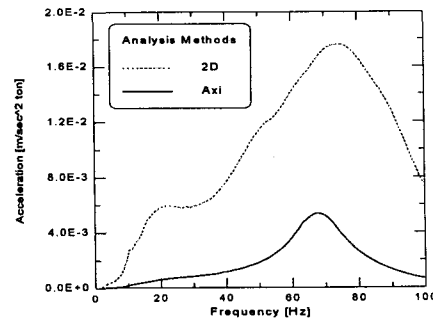
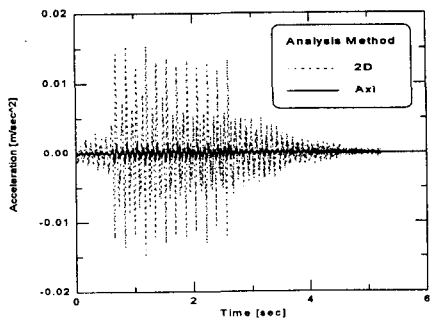
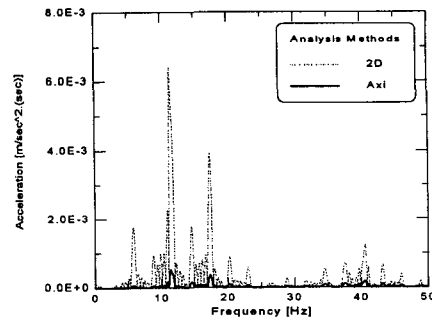


그림 10 지반의 가속도 주파수응답함수

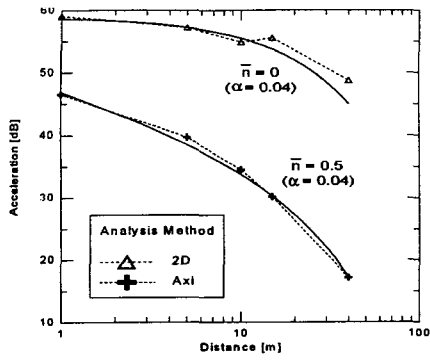


(가) 시간영역

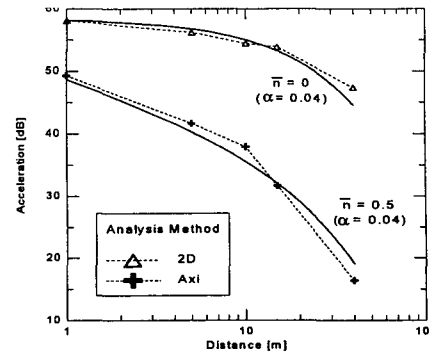


(나) 주파수영역

그림 11 지반의 가속도 응답 (열차속도 100km/h, 지간길이 20m, 교각으로부터 10m지점 일때)

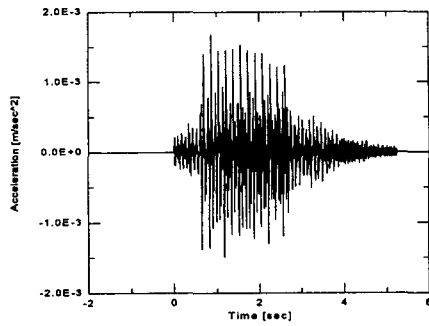


(가) 지간길이 20m

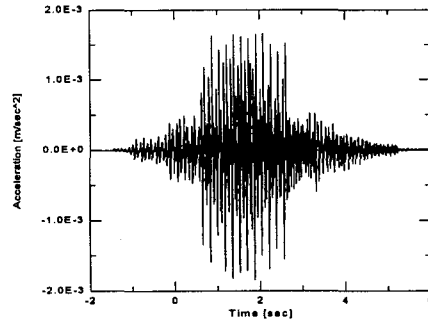


(나) 지간길이 40m

그림 12 2차원 모형과 축대칭모형의 거리에 따른 지반가속도응답 비교



(가) 축대칭 지반진동해석



(나) 수정 축대칭 지반진동해석

그림 13 시간영역에서의 지반의 가속도 응답 (열차속도 100km/h, 10m 떨어진 지점)

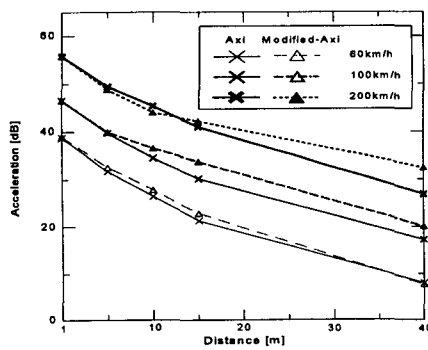


그림 14 거리에 따른 지반가속도응답 (지간길이 20m)

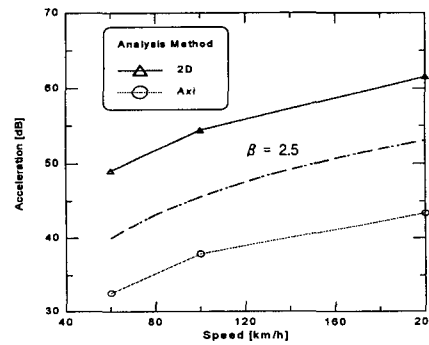


그림 15 열차속도에 따른 지반가속도 (40m 지간)