

개구부를 갖는 Web판의 안정해석

Stability Analysis of Web Plates with Openings

이 수 곤* 김 순 철** 김 명 수***
Lee, Soo-Gon Kim Soon-Chul Kim Myung-Soo

ABSTRACT

The buckling of the perforated web of a simply supported H -section beam subjected to uniformly distributed load is examined by means of the finite element method. With buckling analysis results, the effect of this hole on the load carrying capacity of the beam with dimensions $L/h = 11$ and 13 (L = span length, h = web depth) is investigated. The parameters whose variation have been considered are hole size and location. It can be generally concluded that the buckling of the perforated web of an H -section beam is not affected seriously by the location of the perforation.

1. 서론

건물이 수평 및 수직방향으로 대규모 되어감에 따라 철골 구조가 보편화 되어가고 있는 추세이다. 이 때 건물의 층고를 낮추는 효과적인 방법의 하나가 H -형강류 보의 web에 정사각형 또는 직사각형 절결부를 만들어 기계, 전기 및 통신 설비등의 duct가 관통하도록 하는 것이다. 따라서, 구조 설계에서는 이 부분에 대한 구조적 고려가 대단히 중요한 요소로 되었다.

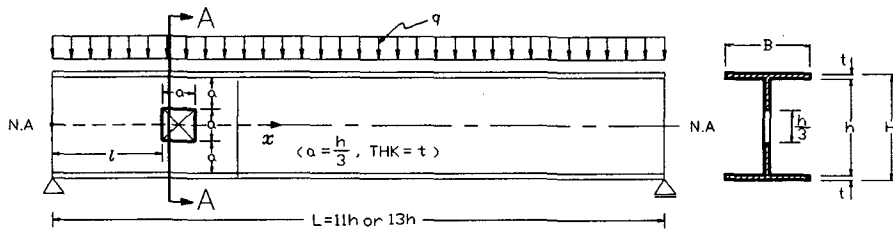
개구부를 갖는 web판이 휨과 전단 응력과 같은 조합 응력 상태에 있을 때의 해석적 연구는 거의 불가능하기 때문에 1970년대에는 주로 실험적으로 거동을 파악하는 연구가 주류를 이루었다. 그 예로 *Bower* 는 중앙 집중하중을 받는 단순지지 H -형보의 단부 부분에 직사각형 절결부를 가질 때와 연속보의 반곡점에 절결부가 있을 때의 시험결과를 발표 하였다. 80년대로 되면서 실험적으로는 물론 수치해석법에 의한 거동파악 연구가 많았었다. 그 예로 *Redwood* 는 수치해석법을 이용하여 web판 중앙에 직사각형 절결부를 두고 이같은 절결부 크기 변화에 따라 전단 좌굴 응력과 휨 좌굴 응력이 어떤 관계를 갖는지 도표로 제시하였다.

* 전남대 건축공학과 교수, 공학박사
** 동신대 건축학과 부교수
*** 전남대 대학원 석사과정

본 연구에서는 그림.1(a)와 같은 H-형강보의 web에 그림.1(b)와 같은 절결부가 그 위치와 크기가 변할 때 안정해석을 하기로 한다. 안정해석 수단으로는 수치해석의 하나인 유한 요소법을 이용하며, 유한 요소로는 각 절점에서 3개의 자유도를 갖는 사각형 평판 요소를 택한다. 또한 안정해석 결과를 이용하여 보의 내하력을 산정해 보기로 한다.

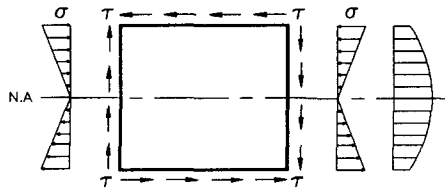
2. Web 판의 안정해석

그림.1(a)는 web에 절결부를 가지고 단순지지된 H-형강 보에 등분포 하중이 만재된 상태를 표시하며 그림과 같이 보의 span은 $L = 11h$ 또는 $13h$ 로 가정한다. 그림.1(c)는 절결부 주변의 응력 상태를 표시한다. 절결부 주변 특히, 우각부(corner)에서는 응력 집중 현상이 예상되나 좌굴 해석에서는 이를 무시하기로 한다.



(a) 절결부 위치 및 크기

(b) A-A section



(c) 개구부 주변의 응력상태

그림.1 절결부를 갖는 H-형강보

web판의 유한 요소 좌굴 해석을 위하여 web판 전체를 그림.2(a)와 같이 4각형요소로 분할하는데 그 한 요소를 도시한 것이 그림.2(b)이고 여기에는 또한 요소 임의의 절점(node) "i"에 있어서의 변형 성분도 표시되어 있다.

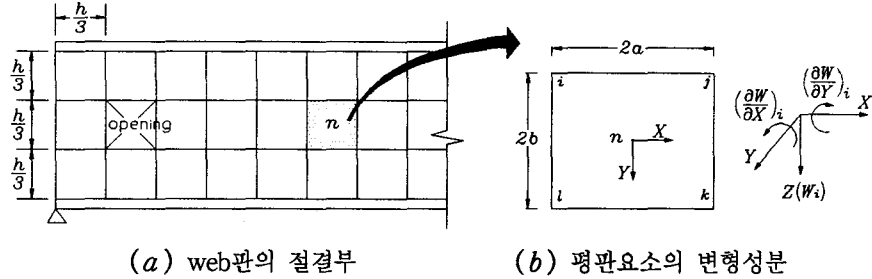


그림.2 web판의 분할

판의 면의 변형 성분(out-of-plane displacement component)는 W 이고 회전각은 각각 $(\partial W/\partial Y)_i, (\partial W/\partial X)_i$ 이다.

4개의 절점을 가지므로 요소 전체의 자유도는 12개이며, 따라서 면의 변형 W 는 다음과 같은 다항식으로 표시할 수 있다.

$$W = A_1 + A_2x + A_3y + A_4x^2 + A_5xy + A_6y^2 + A_7x^3 + A_8x^2y + A_9xy^2 + A_{10}y^3 + A_{11}x^3y + A_{12}xy^3 \quad (1)$$

(1)식에서의 미정계수 A_i ($i=1 \sim 12$)는 절점의 변형 성분으로 표시할 수 있는데 그 최종 형태는 다음과 같이 된다.

$$W = \{S\}^T \{\delta\} \quad (2)$$

(2)식에서 $\{S\}^T$ 는 형태 함수(shape function)이고 $\{\delta\}$ 는 절점 변형 vector이다. 여기서, 형태 함수 $\{S\}^T$ 와 이것을 기본으로 하여 얻어지는 요소의 휨 강성 행렬 $[k]_b$ 와 면내력(in-plane force)의 영향을 나타내는 기하 강성 행렬(geometric stiffness matrix) 또는 초기 응력 강성 행렬 $[k]_e$ 의 유도 과정은 유한요소법에 관한 여러 문헌에 널리 소개되어 있으므로 생략한다. 단, $[k]_e$ 의 계산 과정에 포함되는 면내력(그림1. 참조)의 행렬

$$N = t \begin{vmatrix} \sigma & \tau \\ \tau & 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

중 normal stress σ 와 shear stress τ 는 구조 역학의 일반 법칙에 따라 변화하는 것으로 하였다.

요소의 강성 행렬을 판 전체에 관하여 조합한 후 total potential Π 가 정류치(stationary value)를

찾아야 한다는 조건 즉, $\delta\Pi=0$ 을 이용하면 다음과 같은 좌굴 방정식이 얻어진다.

$$([K]_b - \lambda[K]_g)\{\Delta\} = \{0\} \quad (4)$$

여기서, $\{\Delta\}$ 는 web판의 좌굴 mode 변형 vector 를 표시한다. 좌굴이 일어나려면 $([K]_b - \lambda[K]_g)$ 이 행렬식으로서 zero로 되어야 하는데 이 행렬식의 전개 결과는 흔히 특성 방정식이라 부른다. 특성 방정식의 근(root)중 최소치가 우리가 원하는 좌굴 하중 값이다.

(4)식으로 부터 얻어지는 특성 방정식은 λ 에 관한 n 차식으로 되어 필산으로 근을 구하는 것은 거의 불가능하므로 *computer*를 이용한 반복법(iteration method)이 흔히 이용된다. 그러나 (4)식을 그대로 놓고 반복법을 적용하면 λ 의 최대치가 구해지므로 원하는 λ 의 최소치(1차 좌굴 모드에 대응하는 임계하중)를 구하기 위해서 (4)식을 다음과 같이 변형시킨다.

$$\left(\frac{1}{\lambda}[I] - [K]^{-1}[K]_g\right)\{\Delta\} = \{0\} \quad (5)$$

(5)식에 반복법을 적용하면 $(1/\lambda)$ 의 최대치 즉, λ 의 최소치가 구해지고 여기에 대응하는 고유벡터(eigenvector) 즉, 1차 좌굴 모드(buckling mode)도 아울러 알 수 있게 된다.

3. 보의 내하력 산정

좌굴 해석 결과로부터 얻어지는 임계 면내력(critical in-plane force) $(N)_{cr}$ 은 일반적으로 다음 형태를 취한다.

$$(N)_{cr} = k(x) \cdot \frac{\pi^2 D}{h^2}, \quad (D: \text{판의 휨 강성, } Et^3/12(1-\nu^2)) \quad (6)$$

(6)식에서 $k(x)$ 는 좌굴 계수로 일반적으로는 상수이나 다음의 그림3과 4에서 알수 있듯이 절결부 위치 x 가 변함에 따라 상이한 값을 갖는 변수이다. (6)식으로부터 임계응력 σ_{cr} 은 (t = web의 두께) ;

$$\sigma_{cr} = \frac{(N)_{cr}}{t} = k(x) \cdot \frac{\pi^2 D}{th^2}$$

한편, 친근한 역학공식으로부터 임의점 x 에서의 최대 휨 응력 $\sigma(x)$ 는 (I = 보의 단면 2차 모멘트) ;

$$\sigma_{cr} = \frac{qh}{4I} \cdot (Lx - x^2)$$

이제 위의 두 식을 같다고 놓으면 임의점 x 에서 임계 등분포 하중 강도 $(q(x))_{cr}$ 은 다음 식으로 주어진다. 단, poisson비 ν 는 $\nu = 1/3$ 으로 하였다.

$$(q(x))_{cr} = \frac{3}{8} \cdot \frac{(\pi t)^2 EI}{h^3} \cdot \frac{k(x)}{(Lx-x^2)} \quad (7)$$

4. 해석 예제

위의 그림.1(a)와 같이 H-형강보의 web판 전체를 크기가 $(h/3) \times (h/3)$ 인 정사각형 요소로 분할한 다음 그림.1(c)와 같은 조합 응력 상태에서의 좌굴 해석 결과를 그림으로 표시하면 아래의 그림.3 및 4와 같이 된다.

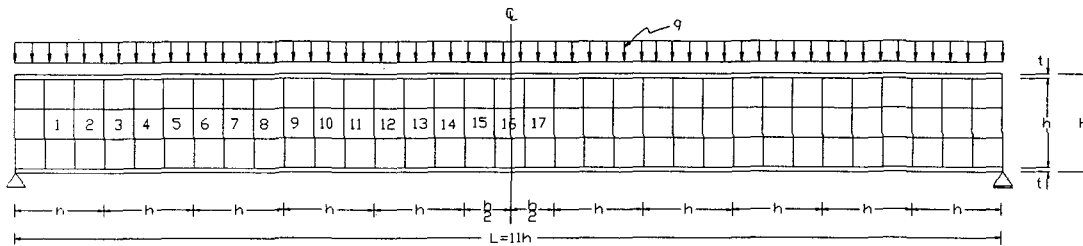


그림.3 H-형강보의 web판 분할(L=11h)

표1. 절결부 위치에 따른 좌굴계수 $k(x)$ (L=11h)

절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)	절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)	절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)
1	0.18389	11	0.18389	11,12	0.18389
2	0.18389	12	0.18389	13,14	0.18389
3	0.18389	13	0.18389	15,16	0.18389
4	0.18389	14	0.18389	3,4,5	0.18389
5	0.18389	15	0.18389	6,7,8	0.18389
6	0.18389	16	0.18389	9,10,11	0.18389
7	0.18389	3,4	0.18389	12,13,14	0.10993
8	0.18389	5,6	0.18389	15,16,17	0.10643
9	0.18389	7,8	0.18389		
10	0.18389	9,10	0.18389		

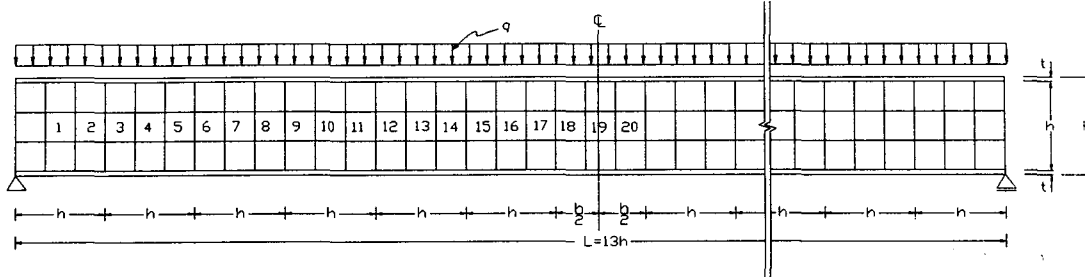


그림.4 H-형강보의 web판 분할(L=13h)

표2. 절결부 위치에 따른 좌굴계수 $k(x)$ (L=13h)

절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)	절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)	절결부 위치	좌굴계수($k(x)$)
1	0.15676	13	0.15676	13,14	0.15676
2	0.15676	14	0.15676	15,16	0.15676
3	0.15676	15	0.15676	17,18	0.15676
4	0.15676	16	0.15676	19,20	0.09955
5	0.15676	17	0.15676	3,4,5	0.15676
6	0.15676	18	0.15676	6,7,8	0.15676
7	0.15676	19	0.15676	9,10,11	0.15676
8	0.15676	3,4	0.15676	12,13,14	0.08397
9	0.15676	5,6	0.15676	15,16,17	0.07816
10	0.15676	7,8	0.15676	18,19,20	0.07649
11	0.15676	9,10	0.15676		
12	0.15676	11,12	0.15676		

참고 문헌

- (1) John E. Bower, "Ultimate strength of beams with rectangular holes", Journal of the structural Division, ASCE, Vol.94, No. ST6, Proc. June, 1968
- (2) Robert O. Fowler, Jr., "Suggested design guides for beams with web holes", Journal of the structural Division, ASCE, Vol.97, No. ST11, Proc. November, 1971
- (3) M.Uenoya and R.G. Redwood, "Buckling of webs with openings", Computer & Structure, Vol.9, pp191-199, January, 1977
- (4) Richard G. Redwood, Hernan Baranda and Michael J. Daly "Tests of thin-webbed beams with unreinforced holes", Journal of the structural Division, ASCE, Vol.104, No. ST3, Proc. March, 1978
- (5) Richard G. Redwood and Minoru Uenoya "Critical loads for webs with holes", Journal of the structural Division, ASCE, Vol.105, No. ST10, Proc. October, 1979