

# 파이버모델에 의한 철근콘크리트 구조물의 비선형 파괴해석

## Nonlinear Failure Analysis of Reinforced Concrete Structures using Fiber Model

송 하 원\*      김 일 철\*\*      변 근 주\*\*\*  
Song, Ha-Won    Kim, Il-Cheol    Byun, Keun-Joo

### ABSTRACT

The objectives of this paper is to analyze the reinforced concrete structures by using fiber model. In this study, the fiber modeling techniques including modeling of support conditions are studied. In order to verify the modeling techniques, analysis results obtained for reinforced concrete cantilever beam and reinforced concrete T-girder bridge under cyclic loading are compared with experimental results from full scale test. From the comparison, it is shown that the modeling techniques in this study can be well applied to the nonlinear failure analysis of reinforced concrete structures with proper modifications.

### 1. 서 론

일반적으로 철근콘크리트(RC) 구조물의 해석모델링은 이산화정도와 범위에 따라서, 구조물을 단순 저 자유도로 간략화하는 단순 모델링, 한 개의 요소가 구조물의 요소들을 대표하도록 하는 부재수준의 모델링, 구조물을 유한개의 요소들로 이산화하여 모델링하는 연속체적 재료수준의 모델링등의 방법등이 있으며 최근에는 부재수준의 모델이면서 연속체적 모델의 성격을 가미한 파이버(fiber) 모델링이 본격적으로 연구되고 있다<sup>(1)</sup>. 파이버 모델은 부재를 여러개의 부재로 나누고 각 부재의 양 끝에 단면이 위치하고 이 단면들은 다시 유한개의 파이버로 나누는 모델이다. 철근콘크리트 구조물의 모델링에 파이버 모델을 사용하면 이산 모델보다 정교하게 철근콘크리트 거동과 관련된 현상들을 많이 고려할 수 있다. 또한, 파이버 모델은 단면이 완전하게 독립적이어서 다양한 단면적과 재료성질을 가지는 부재들의 모델링을 가능케한다.<sup>(2),(3),(4)</sup> 최근의 Taucer 등<sup>(5)</sup>은 파이버모델의 일반화를 시도하였으며 RC 구조물의 내진응답해석에 본격적으로 사용하였다. 그러나 이러한 연구들의 대부분은 RC 직사각형 보와같이 단순구조물에 대하여 연구되어 왔고, RC T형교와 같은 실제구조물의 비선형해석에 모델을 적용하여 모델의 적용성 등의 검증은 아직 본격적으로 수행되고 있지 않는

\* 연세대학교 토목공학과 부교수

\*\* 연세대학교 토목공학과 석사, 현 신성엔지니어링 사원

\*\*\* 연세대학교 토목공학과 교수

실정이다. 본 논문에서는 파이버모델에 의하여 RC 캔틸레버 보 및 실물 RC T형교를 모델링하여 반복하중하의 대상구조물의 비선형거동을 해석하였으며 실험결과와 비교하였다.

## 2. RC 파이버 모델의 정식화

그림 1은 전체(global)좌표계( $x, y, z$ ), 국부(local)좌표계( $x', y', z'$ )에서 파이버 모델의 부재와 단면에 작용하는 힘과 변형을 보여준다. 그림 1에서 아래첨자  $f, s$  와  $m$  등은 각각 파이버, 단면과 부재를 표시한다. 국부좌표계로 표시된 부재에서 변형들과 힘들을 대표하는 변형벡터  $\mathbf{d}_m$  와 힘벡터  $\mathbf{f}_m$  는 다음의 식 1과 2로 정의된다.

$$\mathbf{d}_m = \{d_{m1} \ d_{m2} \ d_{m3} \ d_{m4} \ d_{m5}\}^T \quad (1)$$

$$\mathbf{f}_m = \{f_{m1} \ f_{m2} \ f_{m3} \ f_{m4} \ f_{m5}\}^T \quad (2)$$

또한 단면의 변형들과 힘들을 대표하는 변형벡터  $\mathbf{d}_s$  와 힘벡터  $\mathbf{f}_s$  는 다음의 식 3과 4로 정의된다.

$$\mathbf{d}_s = \{\phi_z' \ \phi_y' \ \epsilon_0\}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_s = \{M_z' \ M_y' \ N\}^T \quad (4)$$

### 2.1. 파이버의 강성

그림 2는 국부좌표계에서 요소내의 단면을 파이버로 분할하는 과정을 보여준다. 단면은  $n \times m$ 개의 파이버로 나뉘어지고 각각의 파이버는 콘크리트 또는 철근을 나타낸다. 각 파이버의 변형률벡터  $\mathbf{d}_f$  와 응력벡터  $\mathbf{f}_f$  는 다음의 식 5와 6과 같이 정의된다.

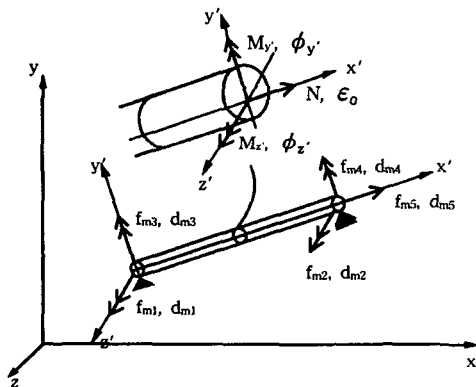


그림 1 Coordinate system and generalized forces and deformations at the element and section

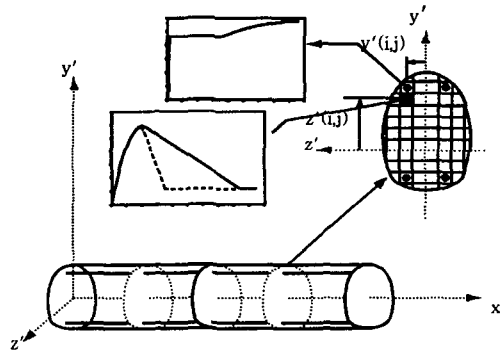


그림 2 Subdivision of cross section into fibers

$$\mathbf{d}_f = \{\varepsilon_f(1,1) \cdots \varepsilon_f(i,j) \cdots \varepsilon_f(n,m)\}^T \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_f = \{\sigma_f(1,1) \cdots \sigma_f(i,j) \cdots \sigma_f(n,m)\}^T \quad (6)$$

각 파이버의 변형률은 모멘트가 계산되는 중심축에 대하여 각 파이버의 좌표( $y'(i,j)$ ,  $z'(i,j)$ )가 계산되고 임의의 하중에 대한 단면에서의 변형( $\varepsilon_0$ ,  $\phi_z$ ,  $\phi_y$ )이 주어지면 다음의 식 7과 8로 구해진다.

$$\varepsilon_f(i,j) = \varepsilon_0 + \phi_y \cdot z'(i,j) - \phi_z \cdot y'(i,j) \quad (7)$$

$$\text{즉, } \mathbf{d}_f = \mathbf{1} \mathbf{d}_s \quad (8)$$

$$\text{여기서, } \mathbf{1} = \begin{bmatrix} -y'(1,1) & z'(1,1) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -y'(n,m) & z'(n,m) & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

파이버의 응력과 강성은 파이버의 변형률이력(재하, 제하 또는 재재하상태)등을 고려하여 결정하며, 일단 각 파이버의 변형률이 결정되면 이에 대응하는 파이버의 응력은 콘크리트와 철근의 구성방정식에서 구할 수 있다.

## 2.2. 단면과 부재의 강성

일단 각 파이버의 강성이 구해지면 이로부터 단면의 강성과 저항력들을 구할 수 있다. 즉 단면의 강성은 단면력증분( $\Delta M_z$ ,  $\Delta M_y$ ,  $\Delta N$ )과 단면변형증분( $\Delta \phi_z$ ,  $\Delta \phi_y$ ,  $\Delta \varepsilon_0$ )의 관계로부터 구해진다. 먼저 단면력증분  $\Delta \mathbf{f}_s$ 는 파이버의 평형률증분  $\Delta \mathbf{d}_f$ 로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta \mathbf{f}_s = \mathbf{1}^T [ \mathbf{A} \ \mathbf{E}_f ] \Delta \mathbf{d}_f \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{A}$  와  $\mathbf{E}_f$ 는 파이버의 면적과 탄성계수의 대각선행렬이다. 식 10에 식 8의  $\Delta \mathbf{d}_f = \mathbf{1} \Delta \mathbf{d}_s$ 를 대입하면 단면력증분과 단면변형증분 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{f}_s = \mathbf{1}^T [ \mathbf{A} \ \mathbf{E}_f ] \mathbf{1} \Delta \mathbf{d}_s \text{ or } \Delta \mathbf{f}_s = \mathbf{K}_s \Delta \mathbf{d}_s \quad (11)$$

한편, 파이버 변형률에 대하여 파이버 응력들이 계산되면, 식 12에 의하여 단면의 저항력을 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} M_z^R \\ M_y^R \\ N^R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sigma(i,j) A(i,j) y'(i,j) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sigma(i,j) A(i,j) z'(i,j) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sigma(i,j) A(i,j) \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{여기서, } \sigma(i,j) = E_f(i,j) \varepsilon_f(i,j)$$

식 11에서 만들어진 강성 행렬은 국부좌표계에 의한 것이므로 이것을 전체좌표계에 대한 것으로 바꾸면 부재 강성 행렬이 구성된다.

### 3. RC의 구성방정식

본논문의 철근콘크리트의 재료모델링은 그림 3과 같이 철근과 균열이 있는 콘크리트에 대한 평균화된 구성법칙을 조합함으로써 구성되었다.<sup>(6)</sup>

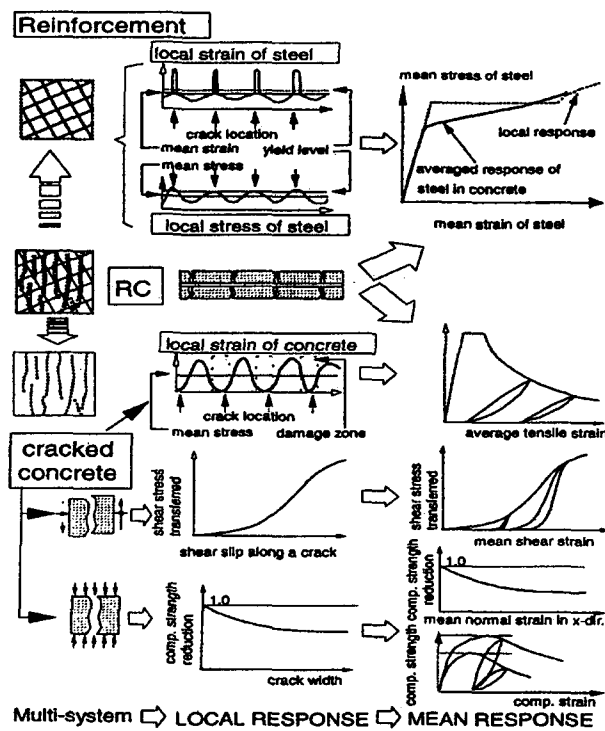


그림 3 Cracked concrete model for concrete

RC구조물의 콘크리트 모델링에는 철근 가까이에서 인장 경화 거동을 보이는 철근콘크리트 영역(RC 영역)과 철근의 부착의 영향을 벗어나 있어 변형률-연화 거동을 보이는 무근콘크리트 영역(PL 영역)을 고려하였다.<sup>(7)</sup> 그림 4는 RC 영역과 PL 영역에서의 구성방정식의 응력-변형률 거동을 비교한 것이다. 한편 압축을 받는 콘크리트에 대한 구성방정식은 콘크리트를 연속체적 파괴와 소성으로 모델링하는 Okamura와 Maekawa<sup>(6)</sup>에 의하여 제안된 모델을 사용하였다.

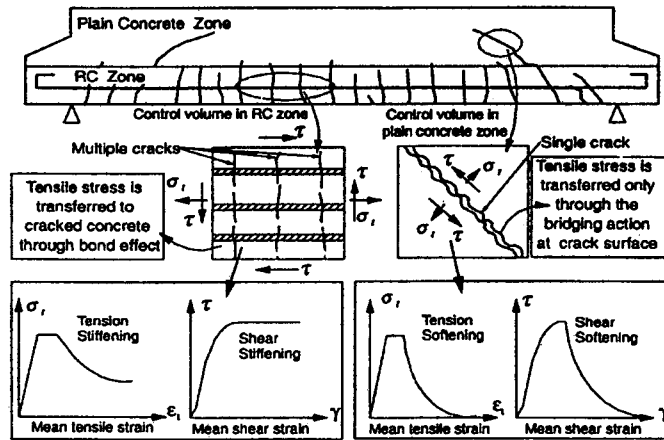
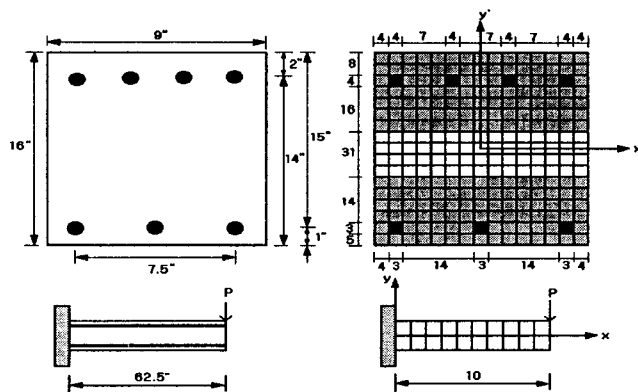


그림 4 Response on elements of RC zone and PL zone

반복하중을 받는 철근의 구성방정식은 그림 3에서 처럼 평균응력과 평균변형률의 관계로 표시되며 재하곡선은 초기의 탄성부분과 항복후의 경화부분에 대한 2개의 직선으로 구성된다. 제하와 재제하에 거동은 정부 반복하중을 받는 순수철근에 대한 Kato 모델<sup>(8)</sup>을 사용하였다.

#### 4. RC 구조물의 비선형 해석

주기적인 반복하중과 변형의 이력하에서 일축힘을 받는 RC 캔틸레버 보에 대해 파이버 모델에 의한 해석을 실시하고, 그 해석결과들을 Ma, Popov와 Bertero<sup>(9)</sup>에 의한 실험결과들에 비교하였다. 대상 시편 R-1의 기하학적 형상과 단면을 파이버모델로 이산화하는 방법이 그림 5에 제시되어 있다. 그림 5에서 까만파이버는 철근을 나타내며 빗금친 부분은 RC 영역을 나타낸다. 사용된 콘크리트와 철근의 압축강도와 인장강도는 각각 5.07ksi, 66.5ksi이며 상단과 하단의 철근량은 각각 1.227% 와 0.639%이다.



\* numbers mean number of meshes

그림 5 Geometry and discretization of beam R-1

그림 6과 7은 RC 캔틸레버 보에서 하중이 작용하는 자유단 변위에 대한 시험과 해석 결과이며 해석결과가 시험결과를 비교적 잘 재현함을 알 수 있다.

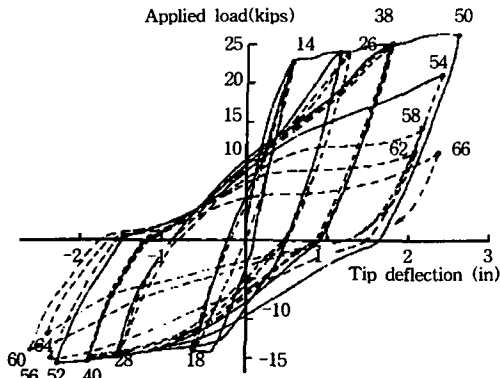


그림 6 Experimental tip load-deflection curve of beam R-1<sup>(9)</sup>

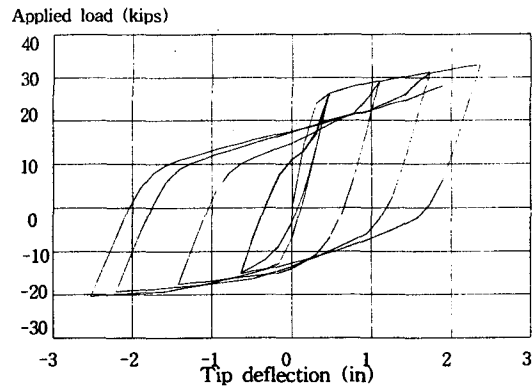


그림 7 Analytical tip load-deflection curve of beam R-1

한편 파이버 모델링 방법의 실제 RC 구조물의 해석에 대한 적용을 검증하기 위해 RC T형교량에 대해 파이버 모델에 의한 비선형 해석을 실시하고 실제 파괴시험 결과와 비교한다. 그림 8은 대상 T형 거더교량과 T형거더 단면의 기하학적 형상과 철근배근의 형태를 보여준다. 대상구조물은 교량의 여러 경간들중에서 선정된 하나의 경간에 해당하며 지간장은 11.55m이다. 하중은 지간중앙의 상부에서 반복하중으로 재하하였다. 해석에 사용한 콘크리트와 철근의 물성치는 대상구조물에서 측정된 값으로 콘크리트의 압축강도는 363.0kg/cm<sup>2</sup>, 초기탄성계수는 27,000kg/cm<sup>2</sup>, 철근의 인장강도와 탄성계수는 각각 4,445.0kg/cm<sup>2</sup>, 2,040,000kg/cm<sup>2</sup>이다.

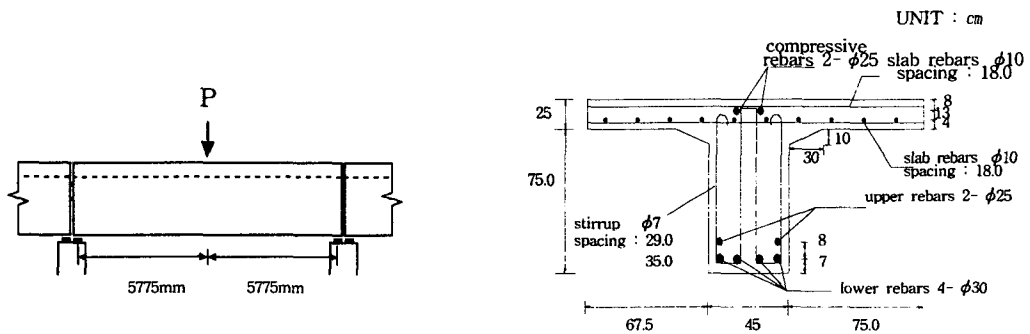


그림 8 3 point bending and detail of T-girder section

그림 9는 대상 RC T형거더교의 파이버모델에 의한 이산화물을 보여준다. 단조하중에 대하여 여러가지 지점조건에 따른 해석결과들이 그림 10에서 보여준다. 해석결과의 실험결과와의 비교로부터 파이버모델에 의한 해석이 강성을 과다하게 해석함을 알수있으며 이는 대상구조물에서 상대적으로 거더부보다 강성이 작은 슬래브플랜지부에 대하여도 파이버모델을 적용한 이유로 판단되며 지점조건에 따라 해석결과도 달라지는 것을 알 수 있다.

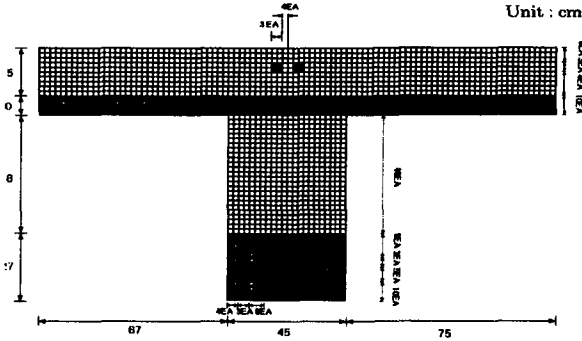


그림 9 Discretization for fiber model

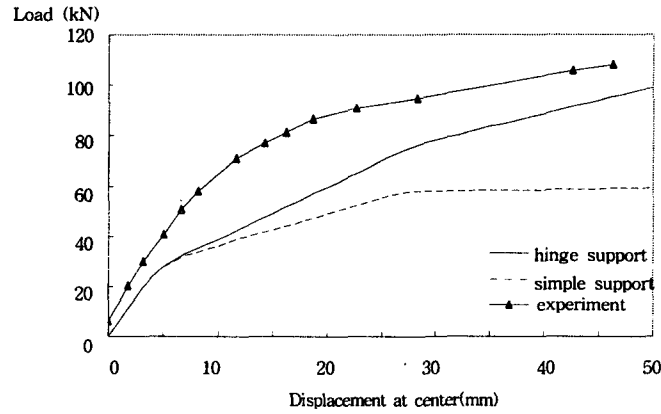


그림 10 Load-displacement curve by fiber model

파이버모델에 의한 플랜지강성을 완화하기 위하여 대상 T형교의 플랜지부는 강성이 완화된 다층셀 모델에 의하여 단순 모델링하였으며 단순지점 조건에 추가적으로 대상교량의 초기강성을 맞게 표현하는 스프링상수  $k$  ( $613,000(\text{kg}/\text{cm})$ )을 갖는 수평방향 스프링을 도입하여 지점조건을 수정하였다. 그림 11과 12는 각각 단조 하중과 반복하중에 의한 수정된 파이버모델과 지점조건에 따른 대상 T형교의 중앙에서의 처짐을 구한 해석 결과와 실험결과를 보여준다. 그림 11에서 지점조건에 따라 해석결과가 달라지는 것을 알 수 있으며 수정된

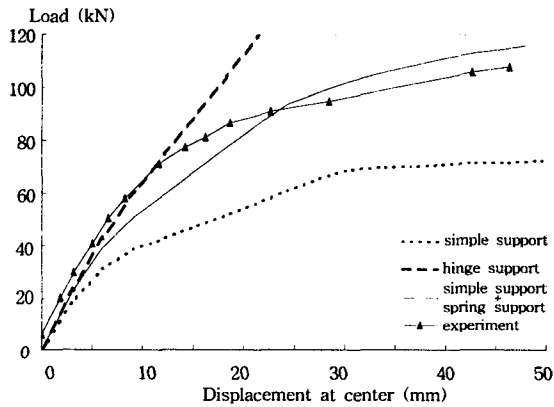


그림11 Load-displacement curve by modified fiber model

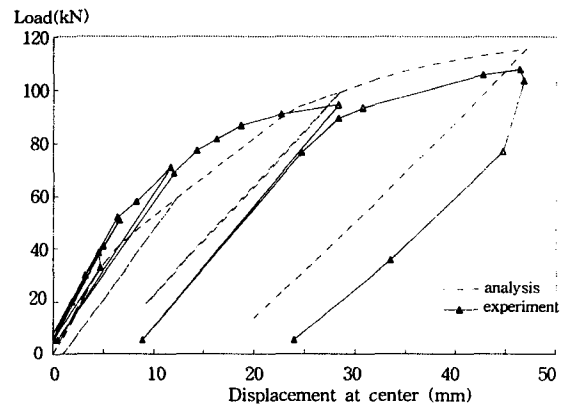


그림12 Load-displacement behavior under cyclic loading

지점조건을 사용하는 경우가 가장 실험에 근사한 값을 보임을 알 수 있다. 그림 12는 수정된 파이버모델과 수정된 지점조건을 사용하여 해석하는 경우, 반복하중에 의한 대상 구조물의 비선형 거동을 비교적 잘 재현할 수 있음을 실험결과와의 비교로부터 보여준다.

## 5. 결 론

본 연구로부터 얻어진 논문의 결론은 다음과 같다.

1. 반복하중을 받는 철근콘크리트 구조물의 비선형 파괴거동해석에 유용하게 사용될 수 있는 파이버모델의 적용성을 검증하였다.
2. 철근 콘크리트 구조물의 비선형해석시 경계지점모델링은 대상구조물의 비선형거동의 해석결과에 중요한 영향을 미치며 초기강성을 만족하게 하는 스프링지점조건을 추가함에 의하여 비선형해석결과를 개선할 수 있음을 보였다.
3. 구조물 전체의 파이버모델의 사용은 상대적으로 강성이 낮은 구조부위의 강성을 과다하게 고려할 수 있으므로 강성을 완화하는 모델을 조합하여 사용하는 경우 파이버 모델만에 의한 비선형 해석결과를 개선할 수 있음을 보였다.

## 참 고 문 헌

1. 송하원, Maekawa, K., "철근콘크리트 구조물의 지진응답해석, 콘크리트학회지, 제9권 1호, 1997. 2, pp. 36~43
2. Kaba, S. and Mahin, S. A., *Refined Modeling of Reinforced Concrete Columns for Seismic Analysis*, EERC Report 84-03, EERC, Univ. of California, Berkeley, 1984.
3. Zeris, C. A. and Mahin, S. A., "Analysis of Reinforced Concrete Beam-Columns under Uniaxial Excitation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(ST4), 1988, pp. 804~820.
4. Zeris, C. A. and Mahin, S. A., "Behavior of Reinforced Concrete Structures subjected to Biaxial Excitation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 117(ST9), 1991, pp. 2657~2673.
5. Taucer, F., Spacone, E. and Filippou, F. C., *A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures*, EERC Report 91-17, EERC, Univ. of California, Berkeley, 1991.
6. Okamura, H. and Maekawa, K., *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Gihodo-Shuppan Co., Tokyo, Japan, 1991, p. 182.
7. An, X., Maekawa K. and Okamura H., "Numerical Simulation of Size Effect in Shear Strength of RC Beams", *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*, No. 564/v-35, 1997, pp. 297~316.
8. Kato, B., *Mechanical Properties of Steel under Load Cycles idealizing Seismic Action*, CEB Bulletin D'Information, 131, 1979, pp. 7~27.
9. Ma, S. Y., Popov, E. P. and Bertero, V. V., *Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams*, EERC Report 76-2, EERC, Univ. of California, Berkeley, 1976.