

# 시간지연을 가지는 비선형 불확실성 이산 시스템의 퍼지 견실 $H^\infty$ 제어기 설계

이형호\*, 조상현\*, 이갑래\*\*, 박홍배\*

\*: 경북대학교 전자전기공학부 대구광역시 북구 산격동 1370번지, 702-701

\*\* : 두원공업전문대 컴퓨터응용제어과

lh@palgong.kyungpook.ac.kr

## Fuzzy Robust $H^\infty$ Controller Design for Discrete Uncertain Nonlinear Systems with Time Delays

Hyung Ho Lee\*, Sang Hyun Cho\*, Kap Rai Lee\*\*, and Hong Bae Park\*

\*: School of Electronic and Electrical Eng., Kyungpook Nat'l Univ.

1370 Sankyuk-dong, Buk-ku, Taegu, 702-701

\*\* : Department of Computer Applied Control, Doowon Technical College

**Abstract** In this paper, we propose the design method of fuzzy robust  $H^\infty$  controller for the uncertain nonlinear discrete-time systems with time delay. First, we represent a nonlinear plant with a modified T-S(Takagi-Sugeno) fuzzy model. Then design method utilizing the concept of PDC (parallel distributed compensation) is employed. For the modified T-S fuzzy model with uncertainty and delay, the sufficient condition of the quadratic stabilization with an  $H^\infty$  norm bound is presented in terms of Lyapunov stability theory and fuzzy robust  $H^\infty$  controller design method is given by LMI(linear matrix inequality) approach. Also an illustrative example is given to demonstrate the result of the proposed method.

### I. 서론

제어이론에서 시스템의 안정성 판별과 제어기 설계는 가장 중요한 문제중의 하나로 여겨졌고 또한 많은 연구가 이루어졌다[2],[6],[7]. 그럼에도 불구하고 퍼지 제어이론에서는 시스템의 비선형성으로 인해 체계적인 방법과 연구결과가 그다지 많지 않다.

최근에 Wang 등[8]은 T-S 모델에 의해 표현된 비선형 퍼지시스템을 안정화시키는 제어를 PDC(parallel distributed compensation)와 LMI(linear matrix inequality)를 이용하여 설계하는 기법을 발표하였다. 또한 불확실성을 가지는 비선형 시스템을 안정화하는 견실 퍼지 제어기와 견실 안정화 조건이 Tanaka 등[4]에 의하여 제시되었다. 그러나 대부분의 시스템이 디지털 컴퓨터에 의해 제어되는데도 불구하고 이산 시스템을 안정화시키는 퍼지제어기 설계기법은 거의 발표되지 않았다. 또한 일반적으로 실제 물리적 시스템이 시간지연을 가지고 있지만 대부분 고려하지 않는 경우가 많아 시스템의 불확실성과 함께 전체 페루프 시스템을 불안정하게 하는 요인이 되고 있다. 따라서 파라미터 불확실성과 시간지연을 가지는 이산 퍼지시스템에 대한 퍼지제어기 설계기법의 필요성이 대두된다.

본 논문에서는 파라미터 불확실성, 시간지연과 외란을 가지는 이산 비선형 시스템에 대한 이산 퍼지 견실  $H^\infty$  제어기 설계방법을 제시한다. 기존의 T-S 퍼지모델을 변형하여 PDC개념을 이용하여 제어기를 설계하고 불확실성과 시간지연 및 외란을 가지는 변형한

이산 T-S 퍼지모델의 안정성을 Lyapunov 접근 방법에 의해 증명하고 LMI를 이용하여 충분조건을 만족하는 제어기를 한번에 찾도록 한다.

### II. 문제설정

Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 퍼지모델[3]은 비선형 시스템의 지역(local) 입력력 관계식으로 나타나는 IF-THEN 규칙들에 의해 표현된다. 본 논문에서는 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 변형한 T-S 퍼지모델로 표현되는 이산 비선형 시스템

플랜트 규칙  $i$  :

IF  $x_1(k)$  is  $M_{i1}$  and ... and  $x_n(k)$  is  $M_{in}$

THEN

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \hat{A}_i x(k) + \hat{A}_{di} x(k-d_1) \\ &\quad + \hat{B}_{ui} u(k) + \hat{B}_{di} u(k-d_2) + \hat{B}_{wi} w(k) \\ z(k) &= \hat{C}_i x(k) + \hat{C}_{di} x(k-d_1) \\ &\quad + \hat{D}_{ui} u(k) + \hat{D}_{di} u(k-d_2) + \hat{D}_{wi} w(k), \\ &\quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \tag{1}$$

을 고려한다. 여기서

$$\begin{aligned} \hat{A}_i &= A_i + \Delta A_i(k), & \hat{C}_i &= C_i + \Delta C_i(k), \\ \hat{A}_{di} &= A_{di} + \Delta A_{di}(k), & \hat{C}_{di} &= C_{di} + \Delta C_{di}(k), \\ \hat{B}_{ui} &= B_{ui} + \Delta B_{ui}(k), & \hat{D}_{ui} &= D_{ui} + \Delta D_{ui}(k), \\ \hat{B}_{di} &= B_{di} + \Delta B_{di}(k), & \hat{D}_{di} &= D_{di} + \Delta D_{di}(k), \\ \hat{B}_{wi} &= B_{wi} + \Delta B_{wi}(k), & \hat{D}_{wi} &= D_{wi} + \Delta D_{wi}(k) \end{aligned} \tag{2}$$

이고,  $M_{ij}$ 는 퍼지집합,  $x(k) \in R^n$ 는 상태,  $u(k) \in R^m$ 는 제어입력,  $w(k) \in R^p$ 는 외부입력,  $z(k) \in R^q$ 는 제어출력,  $r$ 은 IF-THEN 규칙의 개수,  $A_i, A_{di}, B_{ui}, B_{di}, B_{wi}, C_i, C_{di}, D_{ui}, D_{di}, D_{wi}$ 는 적당한 차원을 가지는 실행렬을 나타낸다. 시간지연은

$$0 \leq d_l < \infty, \quad l=1, 2 \tag{3}$$

을 만족하는 시간지연항이고, 파라미터 불확실성은

$$\begin{aligned} &\left[ \begin{array}{ccccc} \Delta A_i(k) & \Delta B_{ui}(k) & \Delta B_{di}(k) & \Delta A_{di}(k) & \Delta B_{di}(k) \\ \Delta C_i(k) & \Delta D_{ui}(k) & \Delta D_{di}(k) & \Delta C_{di}(k) & \Delta D_{di}(k) \end{array} \right] \\ &= \left[ \begin{array}{c} H_{wi} \\ H_{di} \end{array} \right] F_i(k) \left[ \begin{array}{cccccc} E_{xi} & E_{ui} & E_{wi} & E_{di} & E_{dwi} \end{array} \right] \end{aligned} \tag{4}$$

와 같이 표현된다. 여기서  $H_{xi}, H_{di}, E_{xi}, E_{ui}, E_{wi}, E_{di}, E_{dwi}$  ( $i=1, 2, \dots, r$ )는 적절한 차원을 가지는 상수 행렬들이고  $F_i(k)$  ( $i=1, 2, \dots, r$ )는

$$F_i(k) \in \Omega := \{F_i(k) \mid F_i^T(k)F_i(k) \leq I, \text{ the elements of } F(k) \text{ are Lebesgue measurable}\} \quad (5)$$

와 같이 크기가 제한된 미지의 행렬함수이다. 주어진  $(x(k), u(k))$ 에 대해 이산 퍼지시스템의 최종출력은 T-S 퍼지모델의 추론방법에 의해

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \frac{1}{\sum_{i=0}^r w_i(x(k))} \\ &\times \sum_{i=0}^r \{w_i(x(k))\{ \hat{A}_i x(k) + \hat{A}_{di} x(k-d_1) \\ &+ \hat{B}_{ui} u(k) + \hat{B}_{di} u(k-d_2) + \hat{B}_{wi} w(k) \} \} \quad (6) \\ &= \sum_{i=0}^r h_i(x(k))\{ \hat{A}_i x(k) + \hat{A}_{di} x(k-d_1) \\ &+ \hat{B}_{ui} u(k) + \hat{B}_{di} u(k-d_2) + \hat{B}_{wi} w(k) \}, \\ z(k) &= \sum_{i=0}^r h_i(x(k))\{ \hat{C}_i x(k) + \hat{C}_{di} x(k-d_1) \\ &+ \hat{D}_{ui} u(k) + \hat{D}_{di} u(k-d_2) + \hat{D}_{wi} w(k) \} \end{aligned}$$

과 같이 표현된다. 여기서

$$w_i(x(k)) = \prod_{j=1}^m M_{ij}(x_j(k))$$

$$h_i(x(k)) = \frac{w_i(x(k))}{\sum_{i=1}^r w_i(x(k))}$$

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$$

이고,  $M_{ij}(x_j(k))$ 는 퍼지집합  $M_{ij}$ 에서  $x_j(k)$ 의 소속정도이다. 음이 아닌 하중함수  $w_i(x(k))$ 는

$$w_i(x(k)) \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, r \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^r w_i(x(k)) > 0$$

을 만족한다고 가정하므로 정규화된 하중함수  $h_i(x(k))$ 는

$$h_i(x(k)) \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, r \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(x(k)) = 1$$

을 만족한다. 변형된 T-S 퍼지모델 (1)에 대한 이산 퍼지 견실  $H^\infty$  제어를

제어 규칙  $i$ :

IF  $x_1(k)$  is  $M_{1i}$  and ... and  $x_n(k)$  is  $M_{ni}$   
 THEN  $u(k) = K_i x(k), \quad i=1, 2, \dots, r \quad (9)$

와 같이 나타내면 전체 이산 퍼지 견실  $H^\infty$  제어기는

$$u(k) = \frac{\sum_{i=0}^r w_i(x(k))K_i x(k)}{\sum_{i=0}^r w_i(x(k))} \quad (10)$$

$$= \sum_{i=0}^r h_i(x(k))K_i x(k)$$

으로 표현된다. 제어기 (10)을 변형된 T-S 퍼지시스템 (6)에 적용하면  $w(k)$ 에서  $z(k)$ 까지의 폐루프 시스템은

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r h_i(x(k))h_j(x(k))\{ \hat{A}_{Kij} x(k) \\ &+ \hat{A}_{di} x(k-d_1) \\ &+ \hat{B}_{di} K_j x(k-d_2) + \hat{B}_{wi} w(k) \}, \quad (11) \\ z(k) &= \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r h_i(x(k))h_j(x(k))\{ \hat{C}_{Kij} x(k) \\ &+ \hat{C}_{di} x(k-d_1) \\ &+ \hat{D}_{di} K_j x(k-d_2) + \hat{D}_{wi} w(k) \} \end{aligned}$$

이고, 여기서  $\hat{A}_{Kij} = \hat{A}_i + K_j, \hat{B}_{wi} = \hat{B}_i, \hat{C}_{Kij} = \hat{C}_i + K_j, \hat{D}_{wi}$ 이다.

**보조정리 1.** 파라미터 불확실성과 시변 시간지연을 가진 변형된 T-S 이산 퍼지시스템 (1)은

Plant 규칙  $i$ :

IF  $x_1(k)$  is  $M_{1i}$  and ... and  $x_n(k)$  is  $M_{ni}$   
 THEN

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_i x(k) + A_{di} x(k-d_1) + B_{ui} u(k) \\ &+ B_{di} u(k-d_2) + [B_{wi} \quad \gamma \Lambda H_{zi}] \begin{bmatrix} w(k) \\ \hat{w}(k) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z(k) \\ \hat{z}(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_i \\ \frac{1}{\lambda} E_{xi} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} C_{di} \\ \frac{1}{\lambda} E_{dxi} \end{bmatrix} x(k-d_1) \\ &+ \begin{bmatrix} D_{ui} \\ \frac{1}{\lambda} E_{ui} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} D_{di} \\ \frac{1}{\lambda} E_{dxi} \end{bmatrix} u(k-d_2) \\ &+ \begin{bmatrix} D_{wi} \quad \gamma \Lambda H_{zi} \\ \frac{1}{\lambda} E_{wi} \quad 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ \hat{w}(k) \end{bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

와 같이 파라미터 불확실성이 없는 이산 퍼지시스템으로 변형할 수 있다. 이때 T-S 퍼지시스템 (12)는 동일한 제어규칙 (9)와 (10)에 대하여 (6)과 동일하게 자승적 안정화와  $H^\infty$  노음 한계  $\gamma$ 를 유지한다. 여기서  $\hat{w}(k)$ 와  $\hat{z}(k)$ 는 각각 추가적인 외부입력과 제어할 출력을 나타낸다. ■

### III. 퍼지 견실 $H^\infty$ 제어기 설계

본 절에서는 변형된 T-S 이산 퍼지시스템의 플랜트 (12)에 대한  $H^\infty$  노음 한계를 가지는 자승적 안정성에 대해 논의하고, 파라미터 불확실성과 시간지연을 가지는 이산 비선형 시스템 (1)에 대한 퍼지 견실  $H^\infty$  제어기 설계 알고리즘을 제시한다.

**정리 1.** 파라미터 불확실성과 시간지연을 가진 변형된 T-S 이산 퍼지시스템 (1)을 고려한다. 주어진  $\gamma$ 에 대하여

$$\begin{bmatrix} U_{1i} & U_{2i} & B_{ui} & \gamma \Lambda H_{zi} & U_{3i} & U_{4i} & 0 & 0 \\ U_{2i}^T & -Q & 0 & 0 & U_{5i}^T & U_{6i}^T & M_i^T & Q \\ B_{ui}^T & 0 & -\gamma^2 I & 0 & D_{ui}^T & \frac{1}{\lambda} E_{ui}^T & 0 & 0 \\ \gamma \Lambda H_{zi}^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I & \gamma \Lambda H_{zi}^T & 0 & 0 & 0 \\ U_{3i}^T & U_{5i} & D_{ui} & \gamma \Lambda H_{zi} & U_{7i} & U_{8i} & 0 & 0 \\ U_{4i}^T & U_{6i} & \frac{1}{\lambda} E_{ui} & 0 & U_{8i}^T & U_{9i} & 0 & 0 \\ 0 & M_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_2 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

과 시간지연 (3)을 만족하는 행렬  $M_i$ , 공통 양정행렬 (common positive definite matrix)  $Q, S_1, S_2$ 가 존재하면 (1)의 평형점은  $H^\infty$  노음 한계  $\gamma$ 를 만족하는 자승적 안정이다. 여기서 각각의 항들은

$$\begin{aligned} U_{1i} &= -Q + A_{di} S_1 A_{di}^T + B_{di} S_2 B_{di}^T, \\ U_{2i} &= A_i Q + B_{ui} M_i, \\ U_{3i} &= A_{di} S_1 C_{di}^T + B_{di} S_2 D_{di}^T, \\ U_{4i} &= \frac{1}{\lambda} A_{di} S_1 E_{dxi}^T + \frac{1}{\lambda} B_{di} S_2 E_{dxi}^T, \\ U_{5i} &= C_i Q + D_{ui} M_i, \\ U_{6i} &= \frac{1}{\lambda} E_{dxi} Q + \frac{1}{\lambda} E_{ui} M_i, \\ U_{7i} &= -I + C_{di} S_1 C_{di}^T + D_{di} S_2 D_{di}^T, \\ U_{8i} &= \frac{1}{\lambda} C_{di} S_1 E_{dxi}^T + \frac{1}{\lambda} D_{di} S_2 E_{dxi}^T, \\ U_{9i} &= -I + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi} S_1 E_{dxi}^T + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi} S_2 E_{dxi}^T, \end{aligned}$$

이다. 그리고 LMI 형태를 만들기 위한 변수들은

$$\begin{aligned} M_i &= K_i P^{-1}, \quad i=1, 2, \dots, r, \\ Q &= P^{-1}, \\ S_1 &= R_1^{-1}, \\ S_2 &= R_2^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

로 정의한다.

중명 먼저 Lyapunov 함수를 모든  $i=1,2,\dots,r$  에 대해

$$V(x(k)) := x(k)^T P x(k) + \sum_{l=k-d_1}^k x(l)^T R_1 x(l) + \sum_{l=k-d_2}^k x(l)^T K_l^T R_2 K_l x(l) \quad (15)$$

와 같이 둔다. 입력을 영이라고 가정했을 때

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= x(k+1)^T P x(k+1) \\ &\quad + x(k)^T (P - R_1 - K_1^T R_2 K_1) x(k) \\ &\quad - x(k-d_1)^T R_1 x(k-d_1) \\ &\quad - x(k-d_2)^T K_1^T R_2 K_1 x(k-d_2) \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 초기값이 영이라고 가정했을 때

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [z(k)^T z(k) - \gamma^2 u(k)^T u(k)] \quad (17)$$

와 같은 성능지수를 정의한다. 그리고

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} [z(k)^T z(k) - \gamma^2 u(k)^T u(k) + \Delta V_k] \quad (18)$$

이므로 (16)을 (18)에 대입하여

$$\zeta(k) = [x(k)^T \ x(k-d_1)^T \ x(k-d_2)^T \ K_1^T u(k)^T]^T$$

라고 두면

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} \zeta(k)^T Z_i \zeta(k) \quad (19)$$

를 얻을 수 있다.  $Z_i$ 는

$$Z_i = \begin{bmatrix} H_{11i} & H_{12i} & H_{13i} & H_{14i} & H_{15i} \\ * & H_{22i} & H_{23i} & H_{24i} & H_{25i} \\ * & * & H_{33i} & H_{34i} & H_{35i} \\ * & * & * & H_{44i} & H_{45i} \\ * & * & * & * & H_{55i} \end{bmatrix} \quad (20)$$

와 같이 정의되고 여기서

$$\begin{aligned} H_{11i} &= A_{Ki}^T P A_{Ki} - P + R_1 + C_{Ki}^T C_{Ki} \\ &\quad + \frac{1}{\lambda^2} E_{Ki}^T E_{Ki} + K_i^T R_2 K_i \end{aligned}$$

$$H_{12i} = A_{Ki}^T P A_{di} + C_{Ki}^T C_{di} + \frac{1}{\lambda^2} E_{Ki}^T E_{dxi}$$

$$H_{13i} = A_{Ki}^T P B_{di} + C_{Ki}^T D_{di} + \frac{1}{\lambda^2} E_{Ki}^T E_{dxi}$$

$$H_{14i} = A_{Ki}^T P B_{wi} + C_{Ki}^T D_{wi} + \frac{1}{\lambda^2} E_{Ki}^T E_{wi}$$

$$H_{15i} = \gamma \lambda [A_{Ki}^T P H_{xi} + C_{Ki}^T H_{zi}]$$

$$H_{22i} = A_{di}^T P A_{di} + C_{di}^T C_{di} + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi}^T E_{dxi} - R_1$$

$$H_{23i} = A_{di}^T P B_{di} + C_{di}^T D_{di} + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi}^T E_{dxi}$$

$$H_{24i} = A_{di}^T P B_{wi} + C_{di}^T D_{wi} + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi}^T E_{wi}$$

$$H_{25i} = \gamma \lambda [A_{di}^T P H_{xi} + C_{di}^T H_{zi}]$$

$$H_{33i} = B_{di}^T P B_{di} + D_{di}^T D_{di} + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi}^T E_{dxi} - R_2$$

$$H_{34i} = B_{di}^T P B_{wi} + D_{di}^T D_{wi} + \frac{1}{\lambda^2} E_{dxi}^T E_{wi}$$

$$H_{35i} = \gamma \lambda [B_{di}^T P H_{xi} + D_{di}^T H_{zi}]$$

$$H_{44i} = -\gamma^2 I + B_{wi}^T P B_{wi} + D_{wi}^T D_{wi} + \frac{1}{\lambda^2} E_{wi}^T E_{wi}$$

$$H_{45i} = \gamma \lambda [B_{wi}^T P H_{xi} + D_{wi}^T H_{zi}]$$

$$H_{55i} = -\gamma^2 I + \gamma^2 \lambda^2 H_{xi}^T P H_{xi} + H_{zi}^T H_{zi}$$

$$A_{Ki} = A_i + K_i B_{wi}$$

$$C_{Ki} = C_i + K_i D_{wi}$$

$$E_{Ki} = E_{xi} + K_i E_{wi}$$

이고 \*는 대칭요소를 의미한다. 그러므로  $Z_i < 0$  일 때 변형된 T-S 이산 퍼지시스템 (1)은  $H^\infty$  노음의 한계를 가지는 자승적 안정이다. Schur 여수(complement) 정리를 이용하면 (20)에서의  $Z_i < 0$ 은 (13)으로 변환된다. ■

**예제:** 본 논문에서는 비선형 질량-스프링-댐퍼 시스템에 대한 이산 퍼지제어기를 설계하므로써 제시한 방법의 타당성을 보인다. 스프링, 댐퍼, 제어입력의 개수에는 불확실성, 비선형성과 시간지연을 포함한다고 가정했을 때 시스템의 운동방정식은

$$\begin{aligned} M y(k+2) + g(y(k+1)) + f(y(k)) \\ = \Phi(y(k+1))u(k) + \Phi_d(y(k+1))u(k-d_2) \\ + \Phi_w(y(k))u(k) \end{aligned} \quad (22)$$

로 주어진다. 여기서  $M$ 은 질량,  $u$ 는 힘,  $g(y(k+1))$ ,  $f(y(k))$ ,  $\Phi(y(k+1))$ ,  $\Phi_d(y(k+1))$ ,  $\Phi_w(y(k))$ 는 각각 댐퍼, 스프링, 입력, 지연된 입력, 외부입력에 대한 비선형성이다. 상태가 움직이는 구간을

$$y(k) \in [-2, 2], \quad y(k+1) \in [-2, 2] \quad (23)$$

로 정하고, 각 항들은

$$\begin{aligned} g(y(k+1)) &= c_1(k)y(k+1) + c_2(k)y(k+1-d_1) \\ &\quad + c_3(k)y^3(k+1), \\ f(y(k)) &= c_4(k)y(k), \\ \Phi(y(k+1)) &= c_5(k), \\ \Phi_d(y(k+1)) &= c_6(k), \\ \Phi_w(y(k)) &= 0.1 \end{aligned} \quad (24)$$

로 정의한다. 여기서 파라미터  $c_1(k)$ ,  $c_2(k)$ ,  $c_3(k)$ ,  $c_4(k)$ ,  $c_5(k)$ ,  $c_6(k)$ 는 불확실성을 포함하는 구간들이다.

$$\begin{aligned} c_1(k) &\in [0.58, 0.82], \quad c_2(k) \in [0.09, 0.11], \\ c_3(k) &\in [-0.32, 0.48], \quad c_4(k) \in [0.085, 0.115], \\ c_5(k) &\in [0.86, 1.14], \quad c_6(k) \in [0.09, 0.11]. \end{aligned} \quad (25)$$

운동방정식 (22)는

$$\begin{aligned} y(k+2) &= -c_1(k)y(k+1) - c_2(k)y(k+1-d_1) \\ &\quad - c_3(k)y^3(k+1) - c_4(k)y(k) \\ &\quad + c_5(k)u(k) + c_6(k)u(k-d_2) + 0.1u(k) \end{aligned} \quad (26)$$

으로 다시 주어지고 이산 비선형 시스템 (26)은

**플랜트 규칙 1:**

**IF**  $y(k)$  is  $F_1$

**THEN**

$$\begin{aligned} x(k+1) &= [A_1 + \Delta A_1]x(k) + [A_{d1} + \Delta A_{d1}]x(k-d_1) \\ &\quad + [B_{w1} + \Delta B_{w1}]u(k) + [B_{d1} + \Delta B_{d1}]u(k-d_2) \\ &\quad + B_{w1}u(k), \\ z(k) &= C_1 x(k) + D_{w1}u(k). \end{aligned}$$

**플랜트 규칙 2:**

**IF**  $y(k)$  is  $F_2$

**THEN**

$$\begin{aligned} x(k+1) &= [A_2 + \Delta A_2]x(k) + [A_{d2} + \Delta A_{d2}]x(k-d_1) \\ &\quad + [B_{w2} + \Delta B_{w2}]u(k) + [B_{d2} + \Delta B_{d2}]u(k-d_2) \\ &\quad + B_{w2}u(k), \\ z(k) &= C_2 x(k) + D_{w2}u(k). \end{aligned}$$

와 같은 변형한 T-S 퍼지모델로 표현할 수 있다. 여기서  $x(k) = [y(k+1)^T \ y(k)^T]^T$  이고 퍼지집합은

$$\begin{aligned} F_1(y(k)) &= 1 - 0.25y^2(k) \\ F_2(y(k)) &= 1 - F_1(y(k)) = 0.25y^2(k) \end{aligned} \quad (27)$$

이다. 이때, 상태공간 행렬 및 파라미터 불확실성 행렬들은

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.7 & -0.2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1.1 & -0.2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d1} = A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{u1} = B_{u2} = [1 \ 0]^T,$$

$$B_{d1} = B_{d2} = [0.1 \ 0]^T, \quad B_{w1} = B_{w2} = 0.1,$$

$$C_1 = C_2 = [1 \ 0], \quad D_{d1} = D_{d2} = 1,$$

$$H_{x1} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.15 & 0.1 & 0.14 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H_{x2} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.15 & 0.08 & 0.1 & 0.14 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_{dx1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{dwl} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$E_{x2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{u2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_{dx2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{dwl} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

이고,  $\gamma = \lambda = 1$  로 주어진다. (13)을 만족하는 해들은

$$Q = \begin{bmatrix} 0.4886 & -2.5826 \\ -2.5826 & 21.0148 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 2.8956 & -3.2890 \\ -3.2890 & 123.6230 \end{bmatrix},$$

$$S_2 = 2.5749, \tag{28}$$

$$M_1 = [-0.2318 \ 2.6280],$$

$$M_2 = [-0.0430 \ 1.6539],$$

로 구해지고, 따라서 제어기는

$$K_1 = [0.5323 \ 0.1905],$$

$$K_2 = [0.9357 \ 0.1937], \tag{29}$$

와 같다. 구한 제어기는 페루프 시스템의  $H^\infty$  노음 한계를 만족하며 시간지연과 파라미터 불확실성에 대하여 시스템을 자승적으로 안정화시킨다.

(b)와 같은 외부입력을 주었을 때 (b)~(d)는 각각 제어입력과 상태, 제어할 출력의 궤적을 나타낸다.

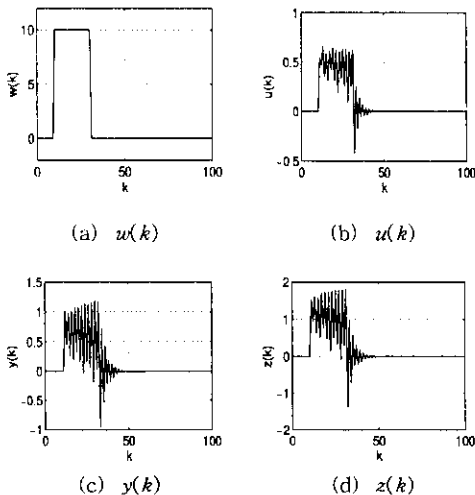


그림 1. 외부입력, 제어입력, 상태, 제어할 출력의 궤적  
Fig. 1. The trajectories of exogenous input, control input, state, controlled output.

(c)에서 상태가 영에 수렴하는 것을 통하여 제시한 제어기가 이산 비선형 시스템을 자승적으로 안정화시킴을 알 수 있다. (a)와 (d)로부터,  $H^\infty$  노음이 미리 설정한 1 ( $>0.1358$ )보다 작음을 알 수 있다. 따라서 제시한 제어기 설계방법은 외란, 시간지연과 불확실성을 가지는 이산 비선형 시스템을  $H^\infty$  노음 한계를 가지면서 자승적 안정화시킴을 알 수 있다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 시간지연을 가지는 이산 비선형 불확실성 시스템의 퍼지 전실  $H^\infty$  제어기 설계 알고리즘을 제시하였다. 변형한 T-S 모델에 대하여 Lyapunov 접근방법을 이용하여 안정성을 논하였고, LMI 기법으로 제어기의 존재조건과 제어기 설계방법을 제시하였다. 기존의 방법에서 고려하지 않은 시간지연, 불확실성, 외란을 동시에 고려하여 이산 시스템에 대한 안정성에 관한 해석과 체계적인 제어기 설계방법을 제공하였다.

#### 참고문헌

- [1] S. Boyd et al., *Linear matrix inequalities in systems and control theory*, SIAM, 1994.
- [2] J. H. Kim, E. T. Jeung, and H. B. Park, "Robust control for parameter uncertain delay systems in state and control input," *Automatica*, vol. 32, no. 9, pp. 1377-1339, 1996.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [4] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability,  $H^\infty$  control theory and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 1-13, 1996.
- [5] K. Tanaka and M. Sano, "A robust stabilization problem of fuzzy controller systems and its application to backing up control of a truck trailer," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 2, no. 2, pp. 119-134, 1994.
- [6] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 45, no. 2, pp. 135-165, 1992.
- [7] L. Yuan, L. E. K. Achenie, and W. Jiang, "Robust  $H^\infty$  control for linear discrete-time systems with norm-bounded time-varying uncertainty," *System Contr. Lett.*, vol. 27, pp. 199-208, 1996.
- [8] H. Wang, K. Tanaka, and M. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, 1996.
- [9] 김종해, 이형호, 박홍배, 정은태, "비선형 불확실성 시스템에 대한 퍼지 전실  $H^\infty$  제어기 설계," 제2회 해상 무기체계 발전세미나, 5월, 1998.