

크리프 회복식을 이용한 철근콘크리트 및 프리스트레스트 콘크리트 부재의 크리프 해석에 관한 연구

A Study on the Creep Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Structures Using Creep Recovery Function

오 병 환^{*} 김 세 훈^{**} 양 인 환^{***}
Oh, Byung Hwan Kim, Se Hoon Yang, In Hwan

ABSTRACT

The creep of concrete structures caused by variable stresses is mostly calculated by step-by-step method based on the superposition of creep function. Although most practical application is carried out by this linear assumption, significant deviations between predictions and experiments have been observed when unloading takes place, that is, stress is reduced. The recovery is overestimated

The main purpose of this study is to present the application method of the creep analysis model which is expressed with both creep function and creep recovery function to concrete structures where increase or decrease of stress is repeated. To apply two function method to time analysis of concrete structures, this study presents the calculation method of creep strain increment for stress variation. Then, this paper executes the time analysis for an example using suggested method, and compares these results with the previous analysis values and experimental results.

1. 서론

이제까지 다양한 응력 변화에 대해서 콘크리트 구조물의 장기거동 해석 중 크리프 해석은 크리프식의 중첩원리에 기초한 방법에 의해 행하여졌다. 크리프 중첩원리는 크리프를 지연된 탄성변형으로 가정하며, 하중이 제거되었을 때 크리프의 완전한 회복이 이루어지지 않는 것은 시멘트의 수화 진전에 기인한 것으로 가정한다. 그리고, 응력감소시의 크리프는 기존의 응력에 의한 크리프식에 감소한 응력 크기에 해당하는 응력값을 제거된 시간에 재하시킬 경우에 발생하는 크리프식을 감산하여 구한다.

이러한 중첩원리에 의한 해석은 응력이 일정하거나 증가할 때는 비교적 정확한 크리프 해석이 가능하지만 응력이 감소되었을 때는 상당한 오차를 보인다. 일반적으로 압축응력에 의해 크리프 발생 후 응력을 제거했을 경우 실제 크리프 회복은 중첩에 의한 예측값 보다 작게 나타난다.

*정회원, 서울대학교 토목공학과 교수

**서울대학교 토목공학과 박사과정

***서울대학교 토목공학과 박사수료

크리프식의 중첩에 의한 크리프 회복의 과대평가를 피하기 위해서, 크리프식의 중첩이 아닌 크리프식과 크리프 회복식을 이용하여 표현하는 Yue-Taerwe에 의해 two-function method(선형크리프회복 모델)가 제안되었다. 이 모델에서 하중 적용은 선형 크리프 법칙에 의해서 모델링되고 하중 제거는 선형 크리프 회복 법칙에 의해서 모델링된다.

본 연구의 목적은 선형크리프모델을 유한요소해석에 적용하는 방법을 제시하는 것이다. 이를 위해서 크리프회복식을 Dirichlet 급수로 표현하고 각 시간단계에서의 다양한 응력변화에 대한 변형도 증분을 구하였다.

2. 크리프회복식 적용법 (two-function method)

2.1 two-function method(선형크리프회복모델)

그림1과 같은 응력변화에 대해서 아래와 같은 응력변화에 대해서 아래 식으로 크리프를 표현하였다.

- 응력이 증가할 경우 크리프식을 중첩

$$\epsilon_c = \Delta\sigma_0 J(t, t_0) \quad (t_0 \leq t \leq t_1) \quad (1)$$

- 응력이 감소할 경우 크리프식과 크리프회복식으로 표현

$$\begin{aligned} \epsilon_c &= \Delta\sigma_0 J(t_1, t_0) + \sigma_1 [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] + \Delta\sigma_1 \Phi_r(t, t_0, t_1) \\ &= \Delta\sigma_0 J(t, t_0) + \Delta\sigma_1 [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] + \Delta\sigma_1 \Phi_r(t, t_0, t_1) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $J(t, t_0)$: 크리프 함수

$\Phi_r(t, t_0, t_1)$: 크리프 회복 함수

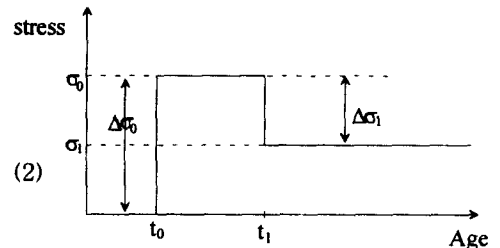


그림1. 응력이력

2.2 크리프 회복식 적용

2.2.1 개요

Yue와 Taerwe가 제시한 two-function method(선형크리프회복 모델)를 유한요소해석에 이용하기 위하여 시간단계 동안의 크리프 변형도 증분량 계산법을 제시한다. 선형크리프회복모델은 응력값의 증가와 감소에 따라 중첩하는 식이 달라진다.

$$\epsilon^c(t) = \sum \Delta\sigma_k C(t, t_k) + \sum \Delta\sigma_m [(C(t, t^*) - C(t_m, t^*)) + C_r(t, t^*, t_m)] \quad (3)$$

여기서, $C(t, t_k)$: 비크리프함수

$C_r(t, t^*, t_m)$: 비크리프회복함수

$\Delta\sigma_k$: 응력의 증가

$\Delta\sigma_m$: 응력의 감소

t_k : 응력이 증가했을 때의 시간

t_m : 응력의 감소가 발생할 때의 시간

t^* : 제거되는 응력이 재하된 시간

크리프식의 중첩법과 마찬가지로 비크리프함수와 크리프회복식의 근사화가 필요하며, 비크리프함수와 크리프회복식 모두 Dirichlet급수로 표현하였다.

$$C(t, t_0) = \sum_{i=1}^m a_i(t_0) [1 - e^{-(t-t_0)/\tau_i}] \quad (4)$$

$$C_s(t, t_0, t_1) = \sum_{j=1}^n b_j(t_0, t_1) (1 - e^{-(t-t_0)/\tau_j}) \quad (5)$$

여기서 $a_i(t_0)$: 재료변수로서 하중재하시점 t_0 에 관계되는 비크리프함수의 초기형상과 관계된 값
 $b_j(t_0, t_1)$: 재료 변수로서 하중 재하시점 t_0 와 하중 제거시점 t_1 에 관계되는 크리프회복식의 초기형상과 관계된 값.
 τ_i : 지연시간

2.2.2 본 연구에 적용한 크리프회복식

Yue와 Taerwe가 제시한 크리프회복식에 기초하였다. 실제 유한요소 해석에 적용하기 위해서 아래와 같은 가정 하에서 적용하였다.

- (1) 시간단계동안 응력과 재료성질이 일정한 것으로 가정하였다.
- (2) 응력-강도비가 0.45이하인 응력과 크리프회복의 선형관계가 성립하는 범위 내에서만 정확한 값을 기대할 수 있다.
- (3) 인장응력 발생시에도 압축크리프모델과 압축크리프회복모델을 적용하였다.
- (4) 응력의 부호가 바뀔 경우에는 $|\sigma_{n-1}|$ 은 회복하는 것으로 $|\sigma_n|$ 은 크리프를 발생시키는 응력으로 규정하였다.
- (5) 비크리프회복함수에서 제거되는 응력의 재하시점(t^*)은 응력이 증가하는 시간단계에서 결정되며, 재하시점(t^*)은 이전의 응력재하시점(t_b^*)과 응력이 증가하는 현재 시간(t_c)에 의해 영향을 받으며, 현재의 응력값에 대한 해당하는 각 시간단계의 응력 증가값에 비례하는 가정하였다.

$$t^* = \frac{\sigma_b}{\sigma_c} t_b^* + \frac{\Delta\sigma_c}{\sigma_c} t_c \quad (6)$$

여기서, t_b^* : 이전단계 응력의 재하 시간
 t_c : 현 시간단계의 시간
 σ_c : 응력 증가후의 현 단계의 응력
 σ_b : 이전단계의 응력
 $\Delta\sigma_c$: 현 단계의 응력 증가량

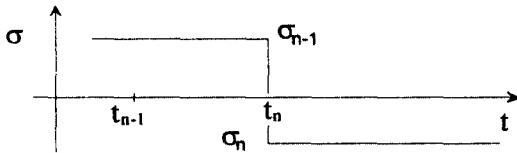


그림 2. 부호가 바뀌는 응력이력

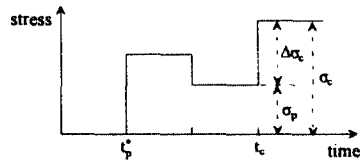
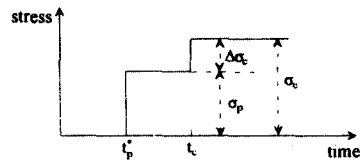


그림3 응력의 재하시점 결정

2.2.3 크리프 변형도 증분 계산

시간단계 t_n 에서의 크리프변형도 ϵ_n^c 는 식(3)과 같이 정의된다. 시간 증분, 변형도 증분, 응력 증분의

정의는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\Delta t_n &= t_n - t_{n-1} \\ \Delta \sigma_n &= \sigma_n - \sigma_{n-1} = \sigma(t_n) - \sigma(t_{n-1}) \\ \Delta \epsilon_n &= \epsilon_n^c - \epsilon_{n-1}^c = \epsilon^c(t_n) - \epsilon^c(t_{n-1})\end{aligned}\quad (7)$$

(1) 응력이 증가하는 경우

응력이 증가하는 시간단계에서는 비크리프회복 함수값이 추가되지 않으며 따라서 비크리프함수의 변형도 증분은 일반적인 크리프식의 중첩방법으로 구한 값과 일치한다.

$$\Delta \epsilon_n^c = \sum_{i=1}^m A_{i,n} [1 - e^{-\Delta t_n / \Gamma_i}] \quad (8)$$

$$A_{i,n} = A_{i,n-1} e^{-\Delta t_{n-1}} + \Delta \sigma_{n-1} a_i(t_{n-1}) \quad (9)$$

$$A_{i,2} = \Delta \sigma_1 a_i(t_1)$$

(2) 응력이 감소하는 경우

$$\Delta \epsilon_n^c = \sum_{i=1}^m A_{i,n} (1 - e^{-\Delta t_{n-1} / \Gamma_i}) + \sum_{j=1}^l B_{j,n} (1 - e^{-\Delta t_n / \tau_j}) \quad (10)$$

$$A_{i,n} = A_{i,n-1} e^{-\Delta t_{n-1} / \Gamma_i} + \Delta \sigma_{n-1} a_i(t_1) e^{-(\Delta t_1 + \dots + \Delta t_{n-1}) / \Gamma_i}$$

$$A_{i,2} = \Delta \sigma_1 a_i(t_1)$$

$$B_{j,n} = B_{j,n-1} e^{-\Delta t_{n-1} / \tau_j} + \Delta \sigma_{n-1} b(t_1, t_{n-1}) \quad (11)$$

$$B_{j,3} = \Delta \sigma_2 b(t_1, t_2)$$

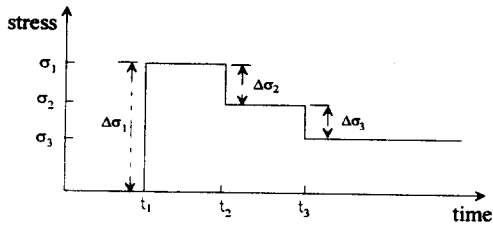


그림 4. 감소하는 응력이력

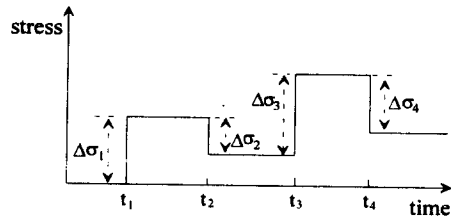


그림 5. 반복하는 응력이력

(3) 응력이 증감을 반복할 때

$$\Delta \epsilon_n^c = \sum_{i=1}^m A_{i,n} (1 - e^{-\Delta t_{n-1} / \Gamma_i}) + \sum_{j=1}^l B_{j,n} (1 - e^{-\Delta t_n / \tau_j}) \quad (12)$$

$$(1) A_{i,n} = A_{i,n-1} e^{-\Delta t_{n-1} / \Gamma_i} + \Delta \sigma_{n-1} K \quad (13)$$

i) $\Delta \sigma_{n-1}$ 이 증가하는 경우

$$K = a_i(t_{n-1})$$

ii) $\Delta \sigma_{n-1}$ 이 감소하는 경우

$$K = a_i(t_{n-2}^*) e^{-\Delta t_{n-1} / \Gamma_i}$$

$$(2) B_{j,n} = B_{j,n-1} e^{-\Delta t_{n-1} / \tau_j} + \Delta \sigma_{n-1} D \quad (14)$$

i) $\Delta \sigma_{n-1}$ 이 증가하는 경우

$$D = 0$$

ii) $\Delta \sigma_{n-1}$ 이 감소하는 경우

$$D = b(t_{n-2}^*, t_{n-1})$$

여기서, t^* : 2.2.2절 (5)에 가정한 응력재하시간

(4) (1),(2),(3)를 모두 고려하면

$$\Delta e_n^c = \sum_{i=1}^m A_{i,n}(1 - e^{-\Delta t_{n-1}/\tau_i}) + \sum_{j=1}^l B_{j,n}(1 - e^{-\Delta t_{n-1}/\tau_j}) \quad (15)$$

$$(1) A_{i,n} = A_{i,n-1}e^{-\Delta t_{n-1}/\tau_i} + \Delta\sigma_{n-1}K \quad (16)$$

i) $\Delta\sigma_{n-1}$ 이 증가하는 경우

$$K = a_i(t_{n-1})$$

ii) $\Delta\sigma_{n-1}$ 이 감소하는 경우

$$K = a_i(t^*)e^{-(t_{n-1}-t^*)/\tau_i}$$

$$(2) B_{j,n} = B_{j,n-1}e^{-\Delta t_{n-1}/\tau_j} + \Delta\sigma_{n-1}D \quad (17)$$

i) $\Delta\sigma_{n-1}$ 이 증가하는 경우

$$D = 0$$

ii) $\Delta\sigma_{n-1}$ 이 감소하는 경우

$$D = b(t_{n-1}, t^*)$$

3. 해석예제

SPCFRAME의 크리프 시간해석 부분을 본 논문의 방법으로 수정하여 해석을 수행하였다.

3.1 해석부재

Helgason의 RC부재 실험을 기존의 해석방법과 본 연구의 방법으로 해석하였다. PS부재의 해석은 Espion의 실험과 비교하였다. 각 부재의 특성들은 그림6, 그림7와 표1, 표2, 표3에 나타난 바와 같다.

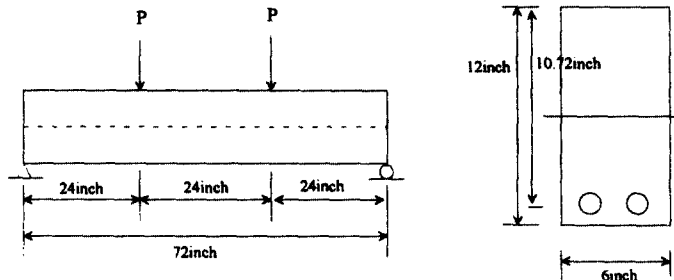


그림 6. RC 해석부재

표 1 RC 부재의 하중이력

재령	30일	60일	90일	120일
하중 P(lb)	1240	0	1240	0

표 2 RC해석부재 특성

28일 압축 강도	양생온도	양생습도	철근비
4.17ksi	21.1±1.1℃	50±2%	0.303%

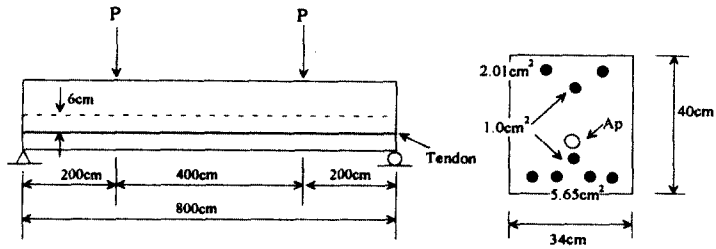


그림 7. PS 해석부재

표 3. PS 해석 부재의 특성과 하중이력

	콘크리트 압축강도 (MPa)	텐던 파괴강도 (MPa)	텐던 단면적 (MPa)	프리스트레스하중		재하하중			
				긴장일	초기 긴장용력 (MPa)	하중재하일	재하하중 (kN)		
완전긴장	40	1770	924	14	1200	31	31.88		
						56	31.88		
부분긴장	35.2	1892	744	14	1320	28	85	16.7	63.75

3.2 해석결과

위의 RC, PS 부재의 시간에 따른 처짐값은 다음과 같다.

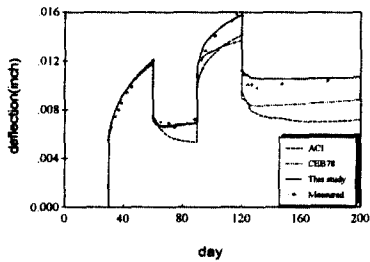


그림 8. RC 단순보의 처짐 비교

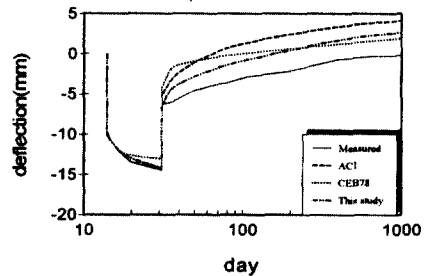


그림 9. 완전긴장된 PS 단순보의 처짐비교
(31일 하중재하)

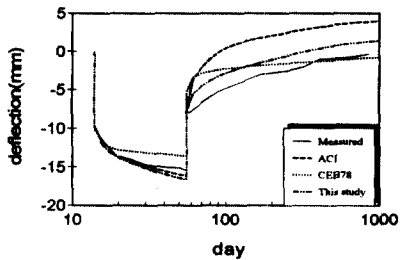


그림 10. 완전긴장된 PS 단순보의 처짐
비교 (56일 하중재하)

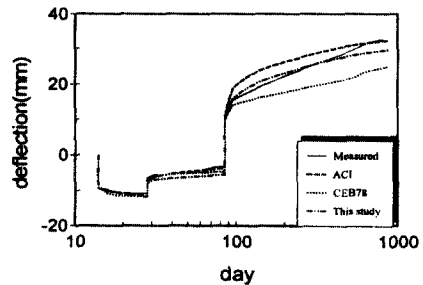


그림 11. 부분긴장된 PS 단순보의 처짐 비교

4. 결론

본 연구는 선형크리프회복모델인 two-function method를 콘크리트 구조물의 크리프 해석에 적용하기 위한 크리프 증분량의 계산법을 제시하고 예제를 통하여 해석을 수행하였다. 이를 기존의 방법에 의한 결과와 비교, 분석하였다.

(1) RC부재에서 하중의 재하와 제거가 반복될 때에는 크리프식 증첩법(ACI)은 크리프회복을 과대평가하여 잔류처짐을 과소평가하며, CEB-FIP(1978) 방법은 크리프회복은 유사하게 표현하나 크리프를 과소평가하는 것으로 사료된다. 이에 반해 본 연구의 크리프회복식은 위의 두 방법보다 실제값에 근접하는 예측을 보여주고 있다.

(2) 완전긴장한 PS부재는 전반적으로 RC 부재에 하중 재하후 제거하는 경우와 유사한 결과를 보여준다.

(3) 부분긴장한 PS부재는 부재내의 각 점에서 응력의 부호가 변하기 때문에 완전긴장인 경우와 다른 경향을 보인다. 크리프식 증첩방법은 응력 변화를 모두 (-)크리프로 증첩시키므로 과소평가된 잔류처짐에 반대방향의 크리프로 인한 처짐이 발생하므로 결과적으로 새로 발생한 응력 방향으로 처짐을 과대평가하게 된다. 이와 달리 CEB-FIP(1978) 모델은 응력변화량 전체를 크리프회복(지연된 탄성변형)으로 증첩시키므로 결과적으로 새로 발생한 응력 방향에 대해서 처짐을 과소평가하게 된다. 따라서 본 연구의 응력 부호 변화시의 응력 구분의 적용은 타당한 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Neville, A. M., Dilger, W. H. and Brooks, J. J., Creep of Plain and Structural Concrete, Construction Press, London & New York, 1983
3. Kang, Y. J., "SPCFRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planer Concrete Frames", Univ. of California at Berkely, Report No. UCB/SEM N 89/07, 1989
4. Ross, A. D., "Creep of Concrete under Variable Stress", ACI Journal, Vol.29, No. 9, Mar. 1958, pp. 739-758
5. Yue, L. L. and Taerwe, L., "Creep recovery of plain concrete and its mathematical modeling", Magazine of Concrete Research, 44, No. 161, 1992, pp. 281-290
6. Yue, L. L. and Taerwe, L., "Two-function method for the prediction of concrete creep under decreasing stress", Material and Structures, 26, 1993, pp. 268-273
7. Bažant, Z. P. and Wu, S. T., "Dirichlet series creep function for aging concrete", Journal of Engineering Mechanics division, ASCE, Vol. 99, No. EM2, April 1973, pp. 367-387
8. Helgason, T., "Time Dependent Deformation in Plain Concrete and in Reinforced Concrete Beams", thesis, presented to Illinois Institute of Technology in Chicago, Ill., 1973, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy
9. Espion, B., and Halleux, P., "Long Term Behavior of Prestressed and Partially Prestressed Concrete Beams : Experimental and Numerical Results", Computer Analysis of the Effects of Creep, Shrinkage and Temperature Changes on Concrete Structures, ACI Sp-129, 1991, pp.19-38