

# 인공 가속도 시간이력 작성을 위한 개선된 알고리즘 An Enhanced Algorithm for the Generation of Artificial Acceleration Time History

김종수\*

Kim, Jong-Soo

이상훈\*

Lee, Sang-Hoon

---

## ABSTRACT

An algorithm to enhance spectra matching of acceleration time history used in the seismic analysis of nuclear power plants (NPP) is proposed. The new scheme provides the solution on the highly fluctuating and over conservatism problems that happened in order to satisfy design spectrum enveloping criteria in the traditional method. To obtain optimized spectrum for a time history, a spectrum matching procedure that adapts a system identification technique is also developed. The algorithm also introduces maximum displacement control, baseline correction, clipping and raising of maximum peak of time history, and power spectral density (PSD) control of time history. It is verified through numerical examples that this new scheme can definitely generate acceleration time history, closely matching the target spectra and satisfying other stipulated requirements.

---

## 1. 서론

원자력발전소의 내진설계시 가속도시간이력은 층응답스펙트럼의 생성, 비선형성을 포함한 해석 모델, 지반-구조물 상호작용해석 등을 위한 입력으로 사용된다. 효율적인 내진해석을 위한 노력으로서 입력지진으로 사용되는 스펙트럼을 규제설계기준에 명시된 요구사항들에 최적으로 맞추기 위해 입력지진을 변형시켜왔다. 일반적으로 규제설계요건에서는 여러가지 감쇠비에 대한 설계응답스펙트럼, PSD 함수, 시간이력상의 상호독립성 등이 명시된다. 최근에는 시간이력의 속도 또는 변위의 최대값도 규제관점에서 중요한 요인으로 고려되고 있다. 실제로 설계응답스펙트럼에 상응하는 시간이력을 생성하기 위한 다양한 방법이 오래 전부터 제시되어 왔다. 종래의 방법들은 시간이력의 응답스펙트럼과 기준이 되는 응답스펙트럼과의 오차를 최소화하기 위하여 시간이력의 Fourier 응답스펙트럼을 조정하는 것으로 시도되어 왔다. 이러한 방법은 변환 과정이 진동수 영역에서 이루어지므로 비교적 간단히 이루어질 수 있지만, 시간이력의 응답스펙트럼을 정교하게 조정하기는 어렵다.

응답스펙트럼간의 오차를 보다 줄이기 위해 Kaul은 최초의 시간이력에 작은 파형을 더하여 시간이력의 응답스펙트럼을 조정하는 방법을 최초로 제안하였다. 이 방법은 Lilhanand와 Tseng에 의하여 다중감쇠 목표응답스펙트럼에 맞추도록 확장되었다. 그러나 시간영역에서 이루어지는 이 방법은 진동수 영역에서의 작업보다 상대적으로 복잡하며, 많은 해석시간을 필요로 하지만, 계산값

---

\* 한국전력기술(주) 책임기술원

과 목표값간의 응답스펙트럼 오차는 진동수영역에서 보다 개선된 결과를 보여준다. 그러나, Lilhanand 와 Tseng 의 방법은 보다 엄격한 규제조건들이 요구되는 원자력발전소의 내진해석에서 사용되기에는 몇 가지 측면에서 개선되어야 할 것으로 나타났다. 본 연구에서는 여러 규제조건들을 만족하는 개선된 알고리즘이 제시된다. 계산된 응답스펙트럼은 2 개 이상의 설계감쇠 응답스펙트럼과 요구되는 진동수 조건을 한번의 작업으로 모두 만족시킨다. 또한, 변형된 시간이력에 대한 PSD 함수를 계산하여 PSD 요구조건을 만족시킨다. 이때 설계응답스펙트럼은 여전히 만족된 상태를 유지하도록 한다. 가속도 시간이력의 최대변위 및 속도를 검토하고 입력에 맞도록 조정한다. 예제에서는 본 연구로부터 제안된 알고리즘으로 작성된 가속도 시간이력이 각각 74 개의 통제진동수로 정의된 6 개의 설계응답스펙트럼을 만족함을 보인다. 이때 가속도 시간이력함수의 PSD 함수 역시 관련규제조건을 만족한다.

## 2. 원시 가속도 시간이력 작성

원시 가속도 시간이력(raw acceleration time history)으로는 실제지진 또는 인공적으로 작성된 시간 이력 등이 사용될 수 있다. 특히 인공가속도 시간이력을 작성하기 위해서 그동안 여러가지 방법들이 제시 되었으며, 본 연구에서는 SIMQKE 프로그램을 사용하여 원시 가속도 시간이력을 생성하였다.

SIMQKE 은 임의의 주기함수를 일련의 조화함수(sinusoidal function)로 확장하여 표현할 수 있다는 원리로 가속도 시간이력을 작성한다.

$$\ddot{Z}(t) = I(t) \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (1)$$

$A_i$  는 진동수  $\omega_i$  에 대한 진폭,  $\phi_i$  는  $i$  번째 조화함수의 위상각이다. 정상상태 운동(stationary motion)  $\ddot{Z}(t)$  에 포괄함수  $I(t)$  를 곱하여 실제 지진의 외형을 조정한다. SIMQKE 에서 사용 가능한 포괄함수로는 직사각형, 사다리꼴함수, 지수함수, 복합함수 등이 제공된다. 시간이력의 응답스펙트럼은 입력으로 정의된 설계응답스펙트럼을 맞추기 위하여 크기가 조정된다. 식(1)의 진폭  $A_i$  는 입력운동의 Fourier 스펙트럼의 진폭과 관련되며, 다음 식(2)에 따라 반복작업을 거쳐 보정된다.

$$A_i' = \frac{S_{target}}{S_{computed}} A_i \quad (2)$$

여기서  $S_{target}$  와  $S_{computed}$  는 각 반복작업에서의 설계 및 계산된 스펙트럼이다. 하지만 최종 반복 작업으로부터 얻은 응답은 만족스러울 정도로 목표값에 근접하지 못한다. 따라서 보다 정교한 응답스펙트럼의 조정작업이 다음의 내용에서 설명된다.

## 3. 설계응답스펙트럼에 맞추는 알고리즘

위에서 설명한 바와 같이 응답스펙트럼을 개선하려는 노력은 진동수영역에서 필터링 또는 조화 함수를 더하는 형식으로 시도되었다. Kaul 은 최초로 시간영역에서 응답스펙트럼을 보정하는 방법을 제시하였다. Kaul 의 방법을 기본으로 Lilhanand 와 Tseng 은 다중감쇠조건까지 적용할 수 있

는 절차를 개발하여 적용성을 확장하였다. 원자력발전소의 내진해석에서 사용되는 지진입력을 작성하기 위해서 본 연구에서 제시된 알고리즘은 기본적으로 Tseng의 방법을 적용하고 있다. 가속도 시간이력의 응답은 식(3)의 단자유도계의 해를 구함으로써 얻어진다.

$$\ddot{X}(t) + 2\omega\xi\dot{X}(t) + \omega^2X(t) = -\ddot{Z}(t) \quad (3)$$

여기서,  $X(t)$ 는 단위질량에 대한 시간이력의 상대변위를 나타내며,  $\omega$ 와  $\xi$ 는 각각 시스템의 고유진동수 및 감쇠값이다. 주어진 통제진동수에서 식(3)을 이용하여 계산된 응답오차는 다음과 같이 전형적인 적합식(convolution form)으로 나타낼 수 있다.

$$\delta R^{\max}(\omega_i, \xi_k) = \int_0^{t_{mi}} \delta\ddot{Z}(\tau)h_{ik}(t_{mi} - \tau)d\tau \quad (4)$$

$t_{mi}$ 는 최대응답오차를 유발하는 시간이며,  $h_{ik}(t)$ 는 감쇠  $\xi_k$ 와 진동수  $\omega_i$ 에 대한 단위충격응답함수(unit-impulse response function)이다. 식(4)로부터  $\delta R^{\max}$ 는 임의함수  $\delta\ddot{Z}$ 를 사용하여 구할 수 있다. Tseng의 연구에서 식(4)의 해는  $\delta\ddot{Z}$ 를 미리 선정된 선형독립함수의 선형조합으로 가정함으로써 일련의 선형대수방정식으로 변환되었다. Tseng은 이러한 과정의 발산을 방지하기 위하여 최소진동수간격을 제시한 바 있다. 그러나  $\delta\ddot{Z}$ 는 모든 통제진동수의 응답에 의하여 결정되므로 응답을 목표에 맞추는데 연계효과의 가능성은 당연히 통제진동수의 총수와 비례하여 증가한다. 또한 여러 감쇠조건에 대하여 통제진동수를 반복하여 정의하는 것은 불가능하다. Tseng의 방법에서 발견된 몇 가지 문제점을 보완하기 위하여  $\delta R^{\max}$ 는 자신의 진동수를 갖는 조화운동에 의해서만 영향을 받는다는 간단한 가정으로 임의함수  $\delta\ddot{Z}$ 는 식(5)와 같이 구성할 수 있다.

$$\delta\ddot{Z}(t) = b_{ik}f_{ik}(t) \quad (5)$$

$b_{ik}$ 는  $\delta\ddot{Z}$ 의 크기를 결정하는 미지의 상수이다.  $f_{ik}(t)$ 는 임의함수이지만, 식(6)과 같이 놓으면 응답을 계산하는데 효율적일 수 있다.

$$f_{ik}(\tau) = h_{ik}(t_{mi} - \tau) \quad (6)$$

이제 식(4)는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\delta R^{\max}(\omega_i, \xi_k) = b_{ik} \int_0^{t_{mi}} h_{ik}^2(t_{mi} - \tau)d\tau \quad (7)$$

이상에서 설명된 절차에서  $\delta R^{\max}$ 는 자신의 진동수와 감쇠특성을 갖는 임의함수에 의해서만 조정되기 때문에 통제진동수와 감쇠비의 수를 정의하는데 이론적인 제한조건이 없어진다. 이러한 과정을 따라 변경된 새로운 가속도 시간이력은 응답스펙트럼 오차가 요구되는 정확도에 수렴할 때까지 반복적으로 적용된다.

#### 4. 응답스펙트럼을 목표응답스펙트럼에 포괄하는 방법

가속도시간이력의 응답스펙트럼은 규제측면에서 볼 때 흔히 설계응답스펙트럼을 포괄하도록 요구하고 있다. 이 문제를 극복하기 위하여 일반적으로 간단하면서도 쉬운 방법은 설계가속도시간이력에 적당한 계수를 곱하여 사용하는 것이다. 결과적으로 이 방법은 오직 하나의 통제진동수 응답을 맞추기 위해서 모든 다른 응답의 크기의 보수성을 증가시키는 결과를 초래한다. 이러한

보수성을 감소시키기 위해서 각각의 설계감쇠응답스펙트럼에 SI(System Identification)개념을 도입한 독자적인 조정계수를 도입한다. 조정계수를 곱한 각각의 설계감쇠응답스펙트럼을 여기서 이동목표스펙트럼(moving target spectrum)이라고 부르며, 이때 조정계수는 들어올림계수(raising factor)  $w_i$ 를 정의함으로써 구체화되며, 식(8)과 같은 형태로 설명된다.

$$w_i = 1 - E_i + C\sigma_i \quad (8)$$

각각의  $i$ 번째 감쇠에서  $E_i$  와  $\sigma_i$ 는 계산응답스펙트럼의 오차함수에 대한 평균과 편차이다. 상수  $C$ 는 설계응답스펙트럼을 포괄하는 정도를 결정하여 주며, 적절한 값은 해석의 경우와 요구되는 규제요건에 따라 결정된다. 식(8)에 의하여 결정되는 들어올림계수는 반복과정을 통하여 급격한 변화를 보이므로 이동목표스펙트럼 또한 급격히 변화한다. 그러나 이동목표스펙트럼의 급격한 변화는 시간이력의 응답스펙트럼을 목표값에 맞추는데 부정적인 효과를 줄 수 있다. 목표응답스펙트럼의 완만한 변화를 유도하기 위하여 지수가중법(exponential data weighting method)이 도입되었다. 순환식으로 표현되는 지수가중의 구체적인 형태는 식(9)와 (10)과 같다.

$$w_i^{n+1} = \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 - e^{-(n+1)\alpha}} P_i^{n+1} \quad (9)$$

$$P_i^{n+1} = w_i^n + e^{-\alpha} P_i^n \quad (10)$$

여기서 상수  $\alpha$ 는 과거의 효과를 고려하는 수준과 관련되며, 주어진 해석조건에 따라 결정되는 값이다.

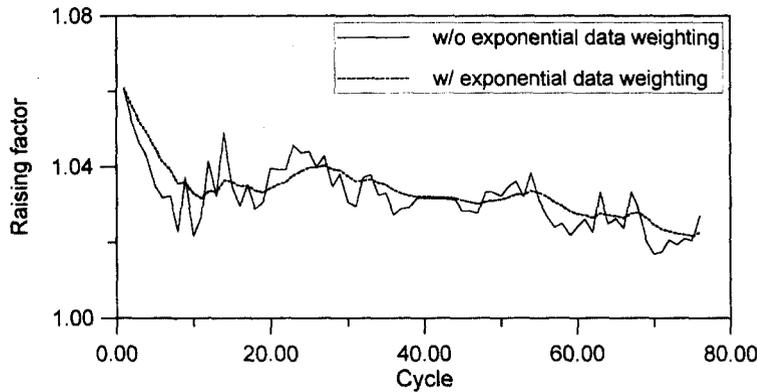


그림 1. Effect of exponential data weighting

위의 기법을 거친 목표응답스펙트럼은 그렇지 않을 때보다 완만한 변화를 보이며 오르내린다. 그림 1은 지수가중법의 효과에 대한 예를 보인 것이다. 이제 시간이력의 응답스펙트럼은 각각의 감쇠값에 대한 독립적인 조정계수를 갖고 목표값에 수렴하므로 제안된 방법의 보수성은 종래의 방법에 의한 보수성보다 상당부분 감소될 수 있다. 본 논문의 예제에서 이동목표스펙트럼의 효과에 대하여 다시 설명된다.

## 5. PSD 요구조건의 해결

지금까지 연구되었던 설계스펙트럼에 맞추는 방법들은 시간이력의 PSD 요구조건을 만족하는 방법에 대해서는 연구된 바가 없었다. 그러나, 최근 보고된 연구결과 또는 규제기준들을 보면 원자력발전소의 안전측면에서 지진입력의 에너지가 중요한 고려요소 가운데 하나로 인식되고 있는 실정이다. 실제로 과거 내진해석에서 사용되었던 몇몇 지진입력들은 자체의 충분한 에너지를 포함하지 않았던 사실이 밝혀졌다. 따라서 몇몇 규제기준을 보면 최근 들어 지진입력의 에너지 최소 요구조건을 명시하고 있기도 하다. PSD 함수는 지진입력의 에너지량을 나타내는 정량적인 지표로 이용되고 있는데, 연구자 및 정의방법에 따라 여러가지 방법으로 정의될 수 있지만 본 연구에서는 미국원자력규제위원회의 SRP3.7.1 항의 식을 따르고 있다.

$$G(\omega) = \frac{2|F(\omega)|^2}{2\pi T_D} \quad (11)$$

식(11)로부터 시간이력의 PSD 함수는 입력운동의 Fourier 진폭과 직접적인 관계가 있다는 사실을 쉽게 알 수 있다.  $T_D$ 는 시간이력의 강진지속시간이며, 에너지누적곡선(cumulative energy curve)으로부터 계산될 수 있다. 식(11)로부터 계산된 PSD 함수는 진동수를 중심으로 20%의 범위폭으로 평균을 취한 평균스펙트럼을 계산한다. 이제 불충분한 PSD 함수를 갖는 진동수에 대해서는 자신의 진동수를 갖는 임의함수를 작용시켜 시간이력의 PSD 함수를 요구조건에 만족하도록 한다. 한편 이러한 조정방법은 시간영역에서 진행되므로 PSD 함수의 조정은 응답스펙트럼을 맞추는 작업과 병행하여 동시에 이루어질 수 있다.

## 6. 가속도시간이력의 변위조정

가속도시간이력의 변위는 반복과정을 거치는 동안 왜곡되는 현상이 나타난다. 변위시간이력에 대한 규정은 규제기준의 요구조건에 명시되기도 하며 실제 해석에서 입력으로 사용되기도 한다. 즉, 주어진 최대 설계지반가속도와 함께 최대변위가 규정에 포함되기도하며, 몇몇 특수한 해석에서는 변위시간이력을 입력으로 요구하고 있다. 따라서 시간이력의 기준선보정(baseline correction)과 최대 진폭의 통제방법이 연구되었다. 왜곡된 변위시간이력은 최소자승법(least square method)를 적용함으로써 쉽게 해결될 수 있으며, 가속도시간이력은 식(12)와 같이 변형된다.

$$\ddot{Z}_1(t) = \ddot{Z}_0(t) - a_0 t - c_0 \quad (12)$$

$$a_0 = \frac{12 \sum_{t=1}^n t \ddot{Z}_0(t) - 6(n+1) \sum_{t=1}^n \ddot{Z}_0(t)}{\delta n(n-1)(n+1)} \quad (13)$$

$$c_0 = \frac{2(2n+1) \sum_{t=1}^n \ddot{Z}_0(t) - 6 \sum_{t=1}^n t \ddot{Z}_0(t)}{n(n-1)} \quad (14)$$

여기서  $\Delta t$ 는 시간증분이며,  $n$ 은 가속도시간이력의 총 요소수이다. 그림 2에 보인 바와 같이 식 (12)는 일반적으로 변위시간이력 끝부분의 변위를 기준선으로 수렴시켜주고 있다. 그러나 수렴된 형태는 아직도 기준선에서 볼 때 한쪽 면으로 치우쳐 있음을 알 수 있다. 이 단계에서 변위시간이력은 식(15)와 같이 다시 최소자승법이 적용된다.

$$Z_2(t) = Z_1(t) - Y(t) \quad (15)$$

$$Y(t) = \sum_{i=1}^k \sum_{t=1}^n b_i \sin\left(\frac{i\pi t}{T_D}\right) \quad (16)$$

$$b_i = \frac{\sum_{t=1}^n Z_1(t) \sin\left(\frac{i\pi t}{T_D}\right)}{\sum_{t=1}^n \sin^2\left(\frac{i\pi t}{T_D}\right)} \quad (17)$$

식(15)를 최대변위진폭이 허용범위내로 감소할 때까지 반복 적용한 후 변위시간이력을 다시 가속도 시간이력으로 변환한다. 전형적인 변위조정절차를 그림 2에서 보이고 있다.

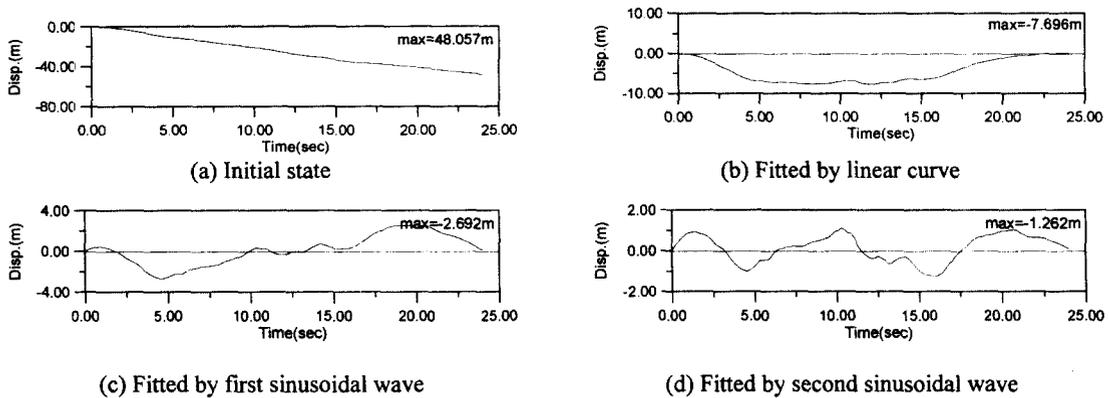


그림 2. 변위시간이력의 조정

## 7. 적용예

이상과 같이 설명된 알고리즘은 새로운 프로그램인 OPTIME을 통하여 구현되었다. 이 프로그램은 다중설계감쇠와 규제기준에서 요구하는 통계진동수, 목표응답스펙트럼을 포괄하는 조건, 시간이력의 PSD 함수 요구조건, 변위시간이력의 최대변위 및 기준선보정, 시간입력의 최대값을 최대설계지반가속도값에 맞추는 기능 등이 지원된다. 다음의 두 적용예제를 통하여 본 연구에서 제시된 알고리즘의 효과에 대한 검증과 전산프로그램 OPTIME의 성능이 확인되었다. 본 적용 예제에서는 프로그램 SIMQKE으로부터 생성된 원시시간이력을 입력으로 제안된 내용의 효율성을 보이

기 위하여 다른 방법을 통하여 인공가속도 시간이력을 변형하였다. 먼저 이동목표스펙트럼을 적용하지 않고 시간이력의 응답을 목표값에 맞추었다. 이때 사용된 원시 가속도시간이력은 최대지반가속도를 1.0g, 총 지속시간이 24 초, 0.005 초의 시간간격으로 구성되었다. 초기 가속도, 속도 및 변위시간이력과 응답스펙트럼을 그림 3 에 보이고 있다. 설계감쇠응답스펙트럼은 미국원자력규제위원회의 규제기준인 RG 1.60 에 따라 원자력발전소의 내진해석에서 이용되는 6 개의 설계감쇠곡선(1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 7%)을 목표응답스펙트럼으로 선정하였다. 또한 각각의 목표응답스펙트럼은 SRP3.7.1 에서 요구하는 통제진동수와 같은 위치로 구성되었다. 즉, 총 444 개의 통제진동수에 대하여 응답을 맞추는 작업이 수행되었다. 응답스펙트럼에서 요구되는 정확도는 목표값과의 편차 RMS(Root-Mean-Square) 2.5%로 설정하였다. 요구되는 정확도에 도달한 후 변형된 시간이력의 PSD 함수는 SRP3.7.1 의 목표 PSD 함수를 만족하도록 조정되었다. 그림 4 와 같이 반복과정을 거친 가속도시간이력의 응답이 목표값에 가까이 접근되어 있음을 알 수 있다. 물론 변위시간이력도 기준선에 수렴함을 보였다.

최초의 시도와 비슷하지만 이동목표스펙트럼의 효과를 보이기 위하여 또 다른 시간이력을 사용하였다. 그림 5 로부터 입력으로 사용된 가속도 시간이력의 최종 응답은 목표응답스펙트럼을 포괄함을 알 수 있다. 이때 응답스펙트럼이 목표응답스펙트럼을 완전히 포괄하지 않는 이유는 목표응답

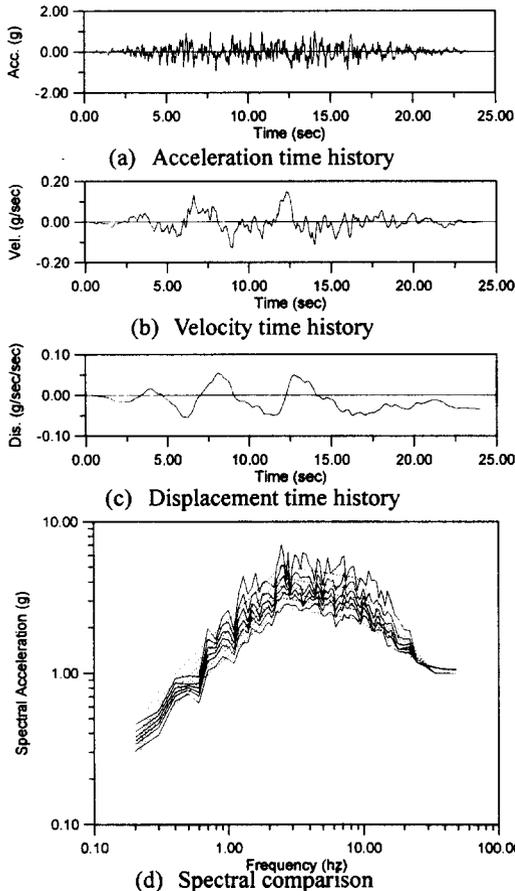


그림 3. 예제해석에 사용된 초기시간이력

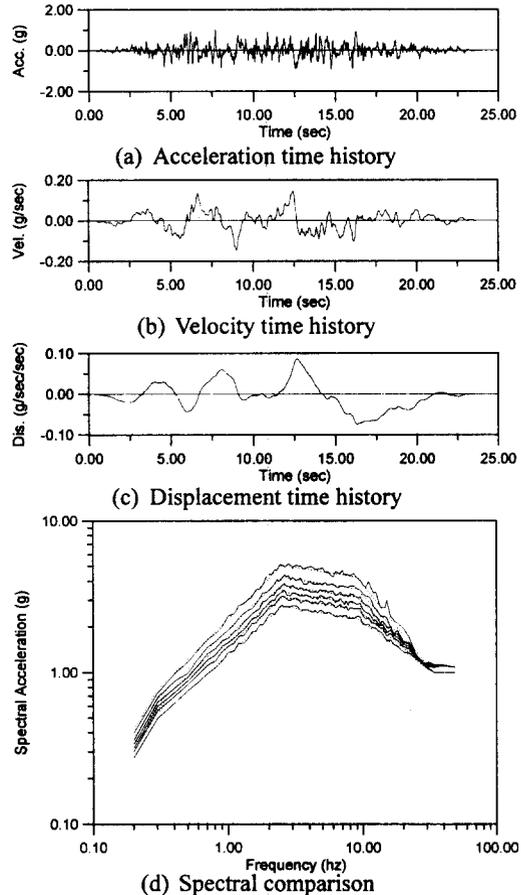


그림 4. 예제해석결과 최종시간이력

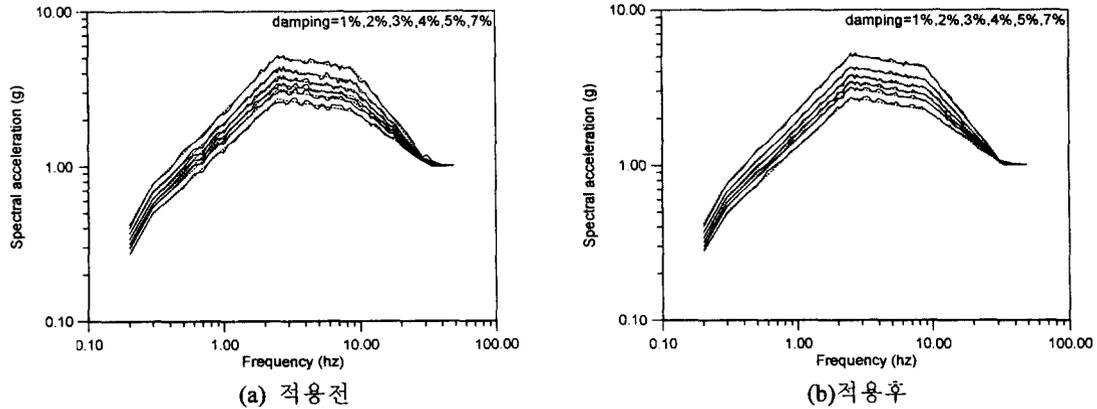


그림 5. 이동목표응답스펙트럼의 적용효과

스펙트럼의 증가율이 각 계산과정에서의 응답스펙트럼의 통계값에 의하여 결정되기 때문이다. 이동목표스펙트럼의 적용 전후의 응답스펙트럼을 그림 5에 나타내었다.

## 8. 결론

이상과 같이 실제 내진해석에서 사용될 수 있는 가속도시간이력 작성 알고리즘이 새로이 제안되었다. 새로운 방법을 이용하면 지진 입력에 포함된 보수성의 상당부분이 제거될 수 있으며, 결과적으로 설계자 입장에서는 내진설계시 여러 측면에서 유리한 설계를 시도할 수 있게 되었다. 한편으로는 모든 규제조건을 만족하면서 빠른 시간내에 가속도 시간이력을 작성함으로써 작업의 효율성도 증대되는 효과를 얻을 수 있게 되었다. 특히, 응답스펙트럼을 목표값에 맞추는 개선된 방법, 이동목표응답스펙트럼의 제안, 최대변위의 통계방법, 시간이력의 PSD 함수값 조정 등의 알고리즘을 적용하여 각종 규제요건을 효과적으로 만족하는 정교한 가속도시간이력의 작성이 가능하게 되었다. 이러한 모든 기능들은 프로그램 OPTIME으로 구현되었으며, 본 논문의 예제를 통하여 그 기능이 확인되었다.

## 참고문헌

1. "An enhanced approach to generate artificial earthquake time history for multiple damping design response spectra," KOPEC technical development report: 96-T-027.
2. Kaul, M. K. (1978), Spectrum consistent time history generation, Proc. ASCE, EM4, August.
3. Lilhanand, K., and Tseng, W. S. (1987), "Generation of synthetic time histories compatible with multiple damping design response spectra," SMiRT-9, Lausanne, K2/10.
4. Tsai, N.C. (1972), "Spectrum compatible motion for design motion," J. eng. mech. div. ASCE 98: 345-356.
5. Vanmarcke, E.H. and Gasparini, D.A. (1977), "Simulated earthquake ground motions," SMiRT-4, Sanfrancisco, K1/9.