

수면파와 저면흡수가 고려된 댐 지진응답해석을 위한 전달경계

Transmitting Boundary for the Seismic Response Analysis of Dam including surface sloshing and Bottom Absorption

김재관*

조정래**

Kim, Jae Kwan

Cho, Jeong Rae

ABSTRACT

One of the major difficulties in the seismic analysis of a dam-reservoir system is the treatment of the energy radiation in the upstream direction of the reservoir. In this paper a new transmitting boundary is presented that can model properly the radiation of energy in the far field direction of a semi-infinite reservoir with constant depth. In the newly developed method, effects of surface wave motion are taken into account and the reservoir-foundation interaction is approximately accounted for with an absorbing boundary condition. If a dam has vertical upstream face and the infinitely long reservoir maintains constant depth, then the proposed transmitting boundary can be directly coupled with the model of dam body. In present study, the dam body is assumed to behave elastically and modeled by finite element method. Seismic responses of a dam model are investigated using the newly developed transmitting boundary.

1. 서론

댐-호소 계의 지진응답해석에 있어서의 어려운 문제 중 하나는 댐 상류방향으로의 에너지 방사를 적절하게 처리하는 것이다. 본 논문에서는 깊이가 일정한 호소 원역으로의 에너지의 방사를 적절히 고려할 수 있는 전달경계를 제시하였다. 개발된 방법에서 수면파의 영향을 고려하였으며, 호소-지반의 상호작용을 근사적으로 표현할 수 있는 흡수경계조건도 도입하였다. 댐과 호소의 경계면이 지표면에 수직하고 호소의 깊이가 일정할 경우에는, 제안된 전달경계를 댐 체의 모델에 직접 연결할 수 있다. 댐 체는 선형탄성거동을 가정하여 유한요소로 모델링하였다. 얻어진 댐-호소 계의 운동방정식을 이용하여 댐의 지진응답특성을 조사하였다.

* 서울대학교 교수, 정회원

** 서울대학교 공학연구소, 정회원

2. 전달경계

2.1 유체의 지배방정식

댐과 같이 담고 있는 물이 깊은 경우 동압력을 계산할 때는 물의 압축성을 고려해야 한다.[1] 비점성 압축성 이상유체에 대한 지배방정식은 동압력에 대한 파동방정식으로 주어지고, 주파수영역 해석을 위해 조화운동을 가정하면 다음과 같은 지배방정식을 구할 수 있다:[1,2]

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (1)$$

위에서, $p = p(x, y, \omega)$ 는 주파수영역에서의 동수압력; ω 는 주파수; k 는 $k = \omega/c$; c 는 물 속에서의 소리의 속도이다. 또한 물 입자의 변위와 동수압력은 다음과 같은 관계를 가진다:

$$u' = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v' = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2)$$

2.2 고유값 문제

수면파의 영향과 근사적 호소-지반 상호작용은 경계조건을 적용함으로써 고려할 수 있다. 수면파의 영향을 무시하면 수면에서의 동압력은 0이나 고려했을 경우 평균수면높이(H_w)에서 다음과 같은 경계조건식을 사용하여야 한다:[3]

$$p(x, H_w, \omega) = \frac{g}{\omega^2} q(x, H_w, \omega) = \rho_w g \eta(x, \omega) \quad (3)$$

위에서, g 는 중력가속도; ρ_w 는 물의 밀도; η 는 수면파의 높이이다. 또한, 아래와 같이 호소의 저면에서 흡수경계조건을 부과함으로써 호소-지반 상호작용을 근사적으로 고려할 수 있다.[4,5]

$$q = \rho_w a_n - i\omega^2 \gamma p \quad (4)$$

위에서, a_n 은 저면에서 호소의 외향 법선 방향 가속도이고, 강성지반과 수평지반운동을 가정할 때 이 값은 소거된다. γ 는 다음과 같다:

$$\gamma = \frac{1}{c} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (5)$$

위에서, α 는 파의 반사계수로써 1 일때 지반으로의 동압력의 입사파가 완전히 반사되고, 다시 말해 상호작용을 고려하지 않은 경우와 같다. 0 이면, 입사파가 완전히 흡수됨을 의미한다.

경계조건 (3), (4)를 만족하는 미분방정식 (2) 의 해는 변수분리법에 의해서 다음과 같은 형태의 해의 선형조합으로 표현할 수 있다:

$$p(x, y) = p_x(x)p_y(y) \quad (6)$$

원역 저면과 수면에서의 경계조건을 대입하면 다음과 같은 고유값 문제가 구성된다:

$$\frac{d^2 p_y}{dy^2} + \lambda^2 p_y = 0 \quad (7a)$$

$$p_y(H_w) = \frac{g}{\omega^2} \frac{dp_y}{dy}(H_w), \quad \frac{dp_y}{dy}(0) = i\omega\gamma p_y(0) \quad (7b)$$

여기서 λ 은 고유값이고, $p_y(y)$ 는 대응하는 고유함수이다. 또한 $p_x(x)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$p_x(x) = \exp(-x\sqrt{\lambda^2 - k^2}) \quad (8)$$

수면파의 영향과 흡수경계조건을 무시할 경우, 위의 고유값과 고유함수를 직접적으로 구할 수 있지만,[6,7] 그렇지 않은 경우에는 복소수 고유값 문제가 되어 풀기 어렵다. 이 연구에서는 1차원 유한요소법을 사용하여 고유값 문제의 근사적인 해를 구하였다.⁽⁸⁾ 전달경계가 설정되는 호소의 수직단면을 그림 1에서와 같이 이산화하였다. 식 (7a)에 대해 가중잔차법을 다음과 같이 적용한다:
[3]

$$\int_{s_r} \left(\frac{d^2 p_y}{dy^2} + \lambda^2 p_y \right) \delta p_y dy = 0 \quad (9)$$

한번 부분적분을 하고, $p_y(y)$ 에 형상함수를 도입해 이산화하면 다음과 같은 행렬식을 구할 수 있다.

$$[\mathbf{G} + \mathbf{A} - \lambda^2 \mathbf{T}] \mathbf{p}_y^e = \mathbf{0}. \quad (10)$$

여기서, \mathbf{p}_y^e 는 $p_y(y)$ 의 이산화된 절점 벡터이다. \mathbf{A} 는 수면에 위치한 절점에 해당하는 대각요소는 $-\omega^2/g$; 저면에 위치한 절점에 해당하는 대각요소는 $i\omega\gamma$; 나머지 요소는 0인 행렬이고,

$$\mathbf{G} = \int_{s_r} \frac{d\mathbf{N}(y)}{dy}^T \frac{d\mathbf{N}(y)}{dy} dy \quad (11a)$$

$$\mathbf{T} = \int_{s_r} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dy \quad (12b)$$

위에서, \mathbf{N} 은 전달경계면에 적용된 형상함수이다. 식 (14)은 고유값 문제를 나타내는 대수 방정식이고, 이로부터 고유벡터 및 대응하는 고유값을 구할 수 있다.

2.3 전달경계의 동적강성행렬

식 (8)와 (10)으로부터 동수압력 벡터, \mathbf{p} 과 그 flux 벡터, \mathbf{q} 는 다음과 같이 표현된다:

$$\mathbf{p} = \Psi \Gamma, \quad \mathbf{q} = \left\{ \frac{\partial p}{\partial n} \right\} = \Psi \mathbf{K} \Gamma \quad (13)$$

여기서, Ψ 는 식 (10)에서 계산되는 고유벡터로 구성되는 행렬; Γ 는 참여계수벡터; \mathbf{K} 는 식 (8)에서

계산되는 대각행렬이다. 그 대각요소는 다음과 같다:

$$diagonal(\mathbf{K}) = \left[\sqrt{\lambda_1^2 - k^2} \quad \sqrt{\lambda_2^2 - k^2} \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_n^2 - k^2} \right] \quad (14)$$

식 (2) 로부터 식 (13)에서 주어진 전달경계면 S_T 상의 동수압력과 flux 를 수평 절점변위 벡터 \mathbf{u}'_T 와, 원역에 가해지는 수평 표면력 벡터 \mathbf{t}_T 로 변환할 수 있다.

$$\mathbf{u}'_T = -\frac{1}{\rho\omega^2} \Psi \mathbf{K} \Gamma, \quad \mathbf{t}_T = \Psi \Gamma \quad (15)$$

근역에서 유한요소나 경계요소법을 적용하고, 이 때 사용된 형상함수가 전달경계유도시 사용되는 형상함수와 동일하다고 가정하면, 가상일의 원리에 의해 표면력 벡터는 다음과 같이 등가의 절점력 벡터로 표현된다:

$$\mathbf{f}_T^F = \mathbf{T} \mathbf{t}_T = \mathbf{T} \Psi \Gamma \quad (16)$$

위에서 \mathbf{f}_T^F 는 전달경계에서 원역에 가해지는 절점력 벡터이다. 고유 행렬 Ψ 는 직교성을 이용해 행렬 \mathbf{T} 에 대해 정규화할 수 있으므로 식 (15), (16)에 의해 원역에서 만족하는 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}_T^F = -\rho\omega^2 \mathbf{T} \Psi \mathbf{K}^{-1} \Psi^T \mathbf{T} \mathbf{u}'_T = \mathbf{D}^F \mathbf{u}'_T \quad (17)$$

위에서, \mathbf{D}^F 는 원역에서의 동적강성행렬이고 대칭행렬이다.

3. 댐-호소 계의 운동방정식

앞에서 유도된 전달경계는 댐-호소 계의 형상이 그림 2과 같이 간단할 경우 직접적으로 평형조건과 적합조건을 이용해 댐의 운동방정식과 결합될 수 있다. 댐 체는 이력감쇠를 갖는 유한요소, 호소의 근역은 경계요소, 원역은 전달경계로 모델링한 후 경계에서 평형조건과 적합조건을 적용하면 댐-호소 계의 연계된 운동방정식을 얻을 수 있다:[6,7]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{OO} & \mathbf{D}_{OI} \\ \mathbf{D}_{IO} & \mathbf{D}_{II} + \mathbf{D}^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_O \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} u_g - \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}^F \end{Bmatrix} \mathbf{r} u_g. \quad (18)$$

위에서, 아래첨자 I는 댐과 호소의 경계; O는 댐 체 자체; \mathbf{D}_{OO} , \mathbf{D}_{OI} , \mathbf{D}_{IO} , \mathbf{D}_{II} 는 댐 체의 동적강성행렬의 부분행렬; \mathbf{M} 은 댐 체의 질량행렬; \mathbf{r} 은 지진영향계수; u_g 는 지반운동이다.

4. 예제 및 결과

4.1 해석 대상 댐 모델

개발된 전달경계를 검증하고, 댐의 지진응답에 대한 유체-구조물 상호작용의 영향을 보기위해 그

형상이 그림 2 에 주어진 댐의 지진응답을 해석하였다. 입력지반운동은 El Centro 지진기록(1940 년, N-S 방향, PGA = 0.319g) 이 사용되었다. 댐 체는 2 차원 Q8 유한요소로 모델링하였고, 평면변형상태를 가정하였다. 댐의 치수와 물성값은 다음과 같다: 댐의 높이, $H_d=120\text{m}$; 댐의 너비, $L=96\text{m}$; 댐체의 탄성계수, $E= 3.445 \times 10^{10} \text{ Pa}$; 콘크리트의 밀도, $\rho_c= 2480\text{kg/m}^3$; 콘크리트의 포아송비, $\nu= 0.2$; 댐체의 이력감쇠비, $\xi_d=5\%$ 또는 3% . 호소는 quadratic 형상함수를 이용하였다.

4.2 호소-지반 상호작용의 영향

호소-지반 상호작용은 흡수경계조건을 사용함으로써 근사적으로 고려되었다. 그림 3 에는 파의 반사계수, α 값에 변화 따른 응답의 변화를 도시하였다. α 가 1 일 때, 지반으로의 동압력의 입사파는 완전히 반사되고, 다시 말해 상호작용을 고려하지 않는 경우와 같다. α 가 0 이면, 입사파는 완전히 흡수된다. 그림 3 에서 알 수 있듯이 α 의 값이 0 에 가까울수록, 다시 말해 지반과의 상호작용을 많이 고려할수록 응답이 작아짐을 알 수 있다.

4.3 수면파의 영향

개발된 전달경계는 수면파의 영향을 고려할 수 있다. 댐의 안전에 대한 수면파의 영향은 두가지로 구분된다. 첫째는 수면파로 인하여 발생하는 동압력이 댐 체에 추가로 가하여지는 것이고, 두 번째는 수면파로 인하여 수면이 상승하여 월류하거나 수리제어시설에 손상을 초래할 수 있다. 일반적으로 댐과 같은 거대 구조물의 지진응답에 대한 수면파의 영향을 무시할 수 있다고 알려져 있다. 그러나 수면 상승으로 인한 영향은 고려되어야 하는 것으로 알려져 있다.

그림 4 에는 댐 체에 작용하는 동압력의 합인 전달함수가 비교되어 있다. 이로부터 댐 체의 구조적 안정성 측면에서는 수면파의 영향이 고려되지 않아도 좋다는 것을 뒷받침하고 있다. 그러나 댐의 월류를 방지하거나 수리제어시설의 손상을 방지하기 위해서 수면파로 인하여 수면의 상승높이가 정확하게 계산되어야 할 필요가 있다.

4.4 댐체의 감쇠비의 영향

댐체의 이력감쇠비가 미치는 영향을 알아보기 위해 각각 3% 와 5% 의 이력 감쇠비를 적용하여, 최대 합력이 발생할 때 (1.34 초) 및 그 근방 시간에서의 동압력 및 합력을 구하였다. 표 1 에서는 $t = 1.34$ 초에서 3% 감쇠비를 가질 경우와 그 합력을 비교하였다. 감쇠비가 5%에서 3%로 감소할 경우 합력은 8.1% 증가하지만 A 점과 같이 형상이 급격히 변하는 지점에서의 압력은 13.5%가 증가함을 알 수 있다. 이는 이력감쇠비의 감소로 인해 국부적 영향이 더욱 더 증폭될 수 있음을 나타낸다. 지반운동의 세기에 따라서 감쇠비가 변화하는 것이 일반적이므로 지진응답해석에서 특히 감쇠비의 선정에 주의하여야 할 필요가 있다.

4.5 호소 깊이의 영향

호소의 깊이가 미치는 영향을 알아보기 위해 깊이를 달리하면서 그 응답의 변화를 알아보았다. 호소의 깊이가 작을수록 고유진동수가 커지는 것을 그림 5에서 확인할 수 있다. 이것은 호소의 깊이가 작아지면서 댐에 가해지는 유체동압력에 의한 부가질량의 값이 작아지기 때문이다.

4.6 시간이력

그림 6, 7, 8은 댐마루에서의 상대수평변위, 댐 체 저면의 전단력, 전도모멘트의 시간이력을 도시한 것이다. 전단력 및 전도모멘트는 유체 정수압력에 의해 발생하는 것에 대해 정규화되었다.

5. 결론

댐-호소 계의 지진응답해석시 무한영역을 처리할 수 있는 전달경계를 개발하였다. 개발된 전달경계는 표면파의 영향을 고려할 수 있고, 호소수-지반의 상호작용을 근사적으로 다룰 수 있다.

댐과 호소의 경계가 수직이고 호소가 일정한 깊이이고 무한한 형상을 지닐 때, 전달경계와 댐 체의 운동방정식을 연계하여, 댐-호소 계의 운동방정식을 도출하였다. 지진 응답 해석 시 댐-호소의 상호작용뿐만 아니라 호소-지반의 상호작용도 응답에 큰 영향을 미친다. 호소-지반의 상호작용을 고려하는 방법은 본 연구에서 쓰인 압력파의 호소 저면 흡수를 고려한 근사적인 방법과 초유한 요소 등을 사용한 엄밀한 방법이 있다. 표면파의 영향은 구조적 안전성에 미치는 영향이 크지 않은 것으로 계산되었다. 그러나 월류방지등을 위해 그 높이를 정확히 산정해야할 필요가 있다. 실제 댐의 내진설계시에는 전단력 및 전도모멘트 산정이 중요한 데 이를 계산하였으며, 호소 깊이가 응답에 미치는 영향을 알아보았다.

감사의 글

본 연구는 과학기술처의 특정연구기술개발사업의 지원을 받아 수행되었다.

참고문헌

- [1] H. M. Westergaard(1933), "Water Pressures on Dams during Earthquake," *Transaction. ASCE*, Vol. 98, pp. 418-433.
- [2] A. K. Chopra(1967), "Hydrodynamic Pressure in Dams during Earthquake," *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 93, pp. 205-223.
- [3] Vahid Lofti, "Analysis of the Response of Dams to Earthquake," *Geotechnical Engineering Report GR86-2*, The University of Texas at Austin, 1986

- [4] J. L. Humar and A. M. Jablonski, "Boundary Element Reservoir Model for Seismic Analysis of Gravity Dams," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, 1988. pp. 1129-1156.
- [5] John F. Hall and Anil K. Chopra, "Hydrodynamic Effects in the Dynamic Response of Concrete Gravity Dams," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 1982, pp. 333-345.
- [6] 조 정래(1998), *유연한 댐 체와 압축성 유체의 상호작용을 고려한 댐-호소 시스템의 지진 응답 해석*, 석사학위논문, 서울대학교.
- [7] 김재관, 조정래, "전달경계를 사용한 댐-호소수 계 지진응답해석," '98 학술발표회 논문집, 한국지진공학회, 1998., pp. 155-162.

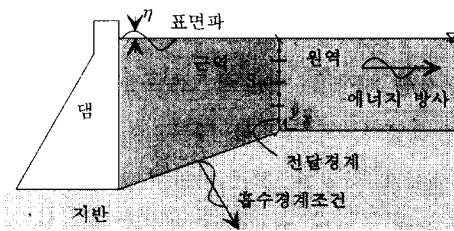


그림 1. 댐-호소 계

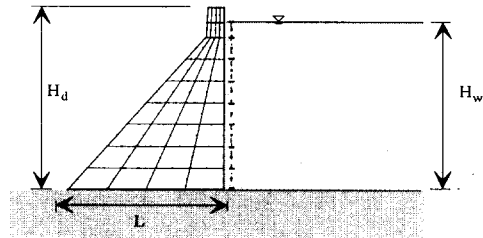


그림 2. 해석대상구조물(미 Pine Flat 댐)

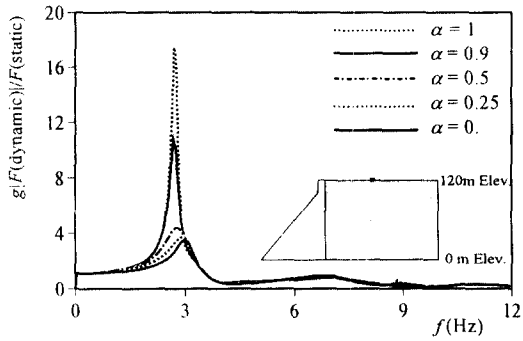


그림 3. 호소저면흡수의 영향(합력)

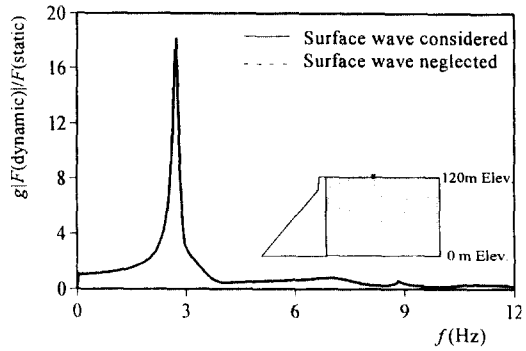


그림 4. 수면파의 영향(합력)

$T=1.34\text{sec}$	5% Damping	3% Damping	증가분
합력	$4.69 \times 10^7 \text{N}$	$5.07 \times 10^7 \text{N}$	8.1%
A 점에서의 동압력	$2.00 \times 10^5 \text{Pa}$	$2.27 \times 10^5 \text{Pa}$	13.5%

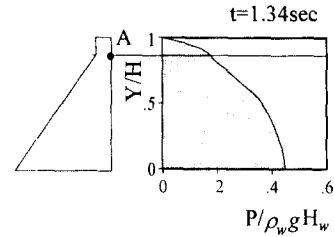


표 1. 댐 체 이력감쇠의 국부적 영향

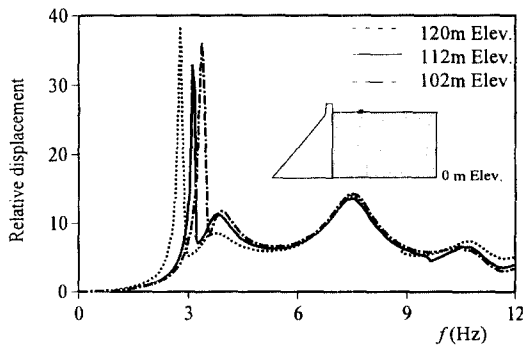


그림 5. 호소수면높이의 영향(상대수평변위)

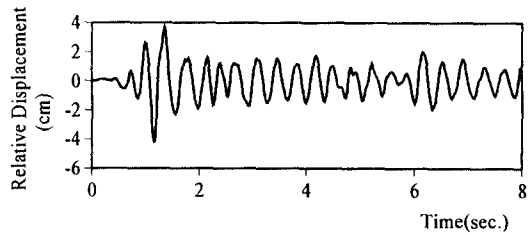


그림 6. 댐마루에서의 상대수평변위의 시간이력

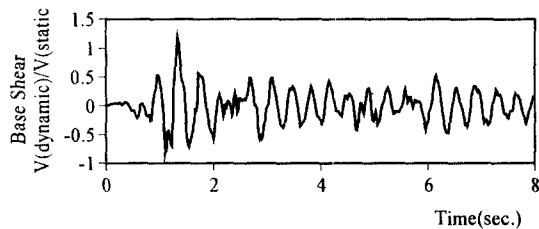


그림 7. 댐 체 지면에서의 전단력의 시간이력

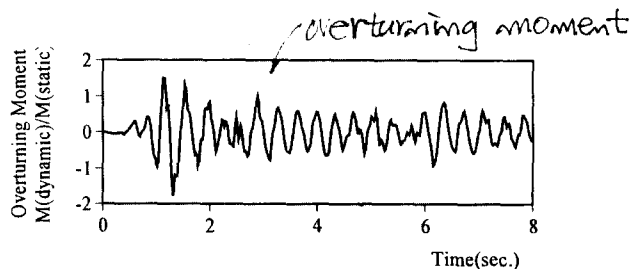


그림 8. 댐 앞부리에 대한 전도모멘트의 시간이력