

Hybrid 방법에 의한 댐-호소수 계 지진응답해석

Seismic Response Analysis of Dam-Reservoir System Using Hybrid Method

김재관* 조정래**
Kim, Jae Kwan Cho, Jeong Rae

ABSTRACT

The influence of the dam-reservoir interaction on the seismic response of dams is studied. The impounded water is assumed to be inviscid and compressible ideal fluid. Material damping is introduced to simulate the energy loss of wave propagation in the water. The irregular region of the impounded water adjacent to the dam is modeled by boundary element method. The regular region extending to infinity is modeled by the transmitting boundary. The dam body is assumed to behave elastically and modeled by finite element method. The coupled equation of motion is obtained by substructure method.

1. 서론

지진으로 인한 댐의 동적 거동 해석은 댐-호소수 계의 상호작용 및 호소수-지반 계의 상호작용, 댐-지반 계의 상호작용 등을 고려해야 하는 매우 복잡한 문제이다. 이러한 연구들은 주로 주파수 영역에서 이루어져 왔는데, 최근에는 구조물의 비선형 거동을 고려하기 위한 시간영역해석법에 대한 연구가 진행되고 있다.

호소의 일반적인 형상은 댐과 접해있는 불규칙한 형상의 근역과 일정한 깊이를 가지고 그 길이는 무한한 원역으로 나눌 수 있다(그림 1). 근역에 대해서는 수치적 방법에 의한 모델링이 필요하다. 본 연구에서는 근역에 대해서 경계요소법으로 모델링하고, 원역에 대해서는 전달경계를 사용하는 hybrid 방법으로 호소를 모델하였다. 또한 유체내의 파 전파시 발생하는 에너지 감소를 고려

* 서울대학교 교수, 정회원

** 서울대학교 석사과정, 학생회원

하기 위해 재료감쇠를 도입하였다.

2. 근역의 운동방정식

비점성 압축성 이상유체에 대한 주파수영역의 지배 방정식은 다음과 같다[4].

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k^2 p = 0; \quad p = p(x, y, \omega) \quad (1)$$

위에서 k 는 $k = \omega / c$ 이고, c 는 유체내의 소리의 속도이다. p 는 동수압력이다. 물질 내에 파가 전파될 때, 내부 마찰로 인한 에너지 감소가 생긴다. 이러한 재료감쇠는 c 값을 변화시킴으로서 그 영향을 고려할 수 있다[2].

$$c = \frac{c_0}{\left(1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{2\pi}\right) \left(1 - \frac{1}{2Q}\right)}, \quad \xi = \frac{1}{2Q} \quad (2)$$

위에서 c_0 는 파의 속도이고, Q 는 매질내의 quality factor 이다. ξ 는 감쇠비이다.

경계요소법을 적용하면 다음과 같은 방정식을 얻는다[1].

$$\mathbf{H}p = \mathbf{G}q \quad (3)$$

위에서 p, q 는 각각 절점에서의 동수압력과 그 flux ($q = \partial p / \partial n$)이다. 자유수면에서 표면파를 무시할 때 압력은 0 이 된다. 이러한 조건을 만족하는 Green 함수를 사용하면 자유수면에서 이산화할 필요가 없다. 이러한 half-plane Green 함수는 mirror image 법을 이용해 구할 수 있다.

$$G(x; \xi) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr) + \frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr') \quad (4)$$

위에서 r' 은 mirror image 로부터의 거리를 의미한다(그림 1).

호소의 경계면에서 만족해야 할 주파수 영역에서의 조건은 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{s} = 0, \quad p = -\bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{n}, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \omega^2 \bar{\mathbf{u}}'_n = \rho \omega^2 \bar{\mathbf{u}}' \cdot \mathbf{n} \quad (5b)$$

위에서 $\bar{\mathbf{t}}$ 는 경계면에서 호소에 가해지는 traction 이고, $\bar{\mathbf{u}}$ 는 경계면에서의 변위이다. 위첨자 \mathbf{t} 는 전체변위를 의미하고 \mathbf{n}, \mathbf{s} 는 호소 경계면의 법선 벡터 및 접선 벡터이다. 식 (5a)에서 절점 traction 과 절점압력과의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{t} = -\mathbf{M}\mathbf{p} \quad (6a)$$

위에서 \mathbf{t} 는 절점 traction 이고, \mathbf{p} 는 절점동수압력이다. 행렬 \mathbf{M} 은 절점압력과 절점 traction 의 관계를 표시하는 행렬로서, 경계면의 법선 벡터로 구성된다. 또한 식 (5b)에서 절점변위와 절점 flux 의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{q} = \rho\omega^2 \mathbf{M}^T \mathbf{u}' \quad (6b)$$

\mathbf{q} 는 절점에서의 동수압력의 flux 이고 \mathbf{u}' 는 절점전체변위이다. 식 (3), (6a), (6b)에서 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{t} = -\rho\omega^2 \mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{M}^T \mathbf{u}' \quad (7)$$

가상일의 원리를 적용하여 절점 traction 을 동가의 절점력으로 변환할 수 있다[4].

$$\mathbf{f}^w = \mathbf{T}\mathbf{t} \quad (8)$$

\mathbf{T} 는 다음과 같이 정의되는 변환 행렬이다.

$$\mathbf{T} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{N} ds \quad (9)$$

\mathbf{N} 은 경계요소에서 사용된 형상함수이다. 식 (7), (8)에서 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}^w = \mathbf{D}^N \mathbf{u}' \quad (10)$$

위에서 \mathbf{D}^N 은 근역의 hydrodynamic stiffness matrix 이고 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{D}^N = -\rho\omega^2 \mathbf{T}\mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{M}^T \quad (11)$$

3. 댐-호소 계의 운동방정식

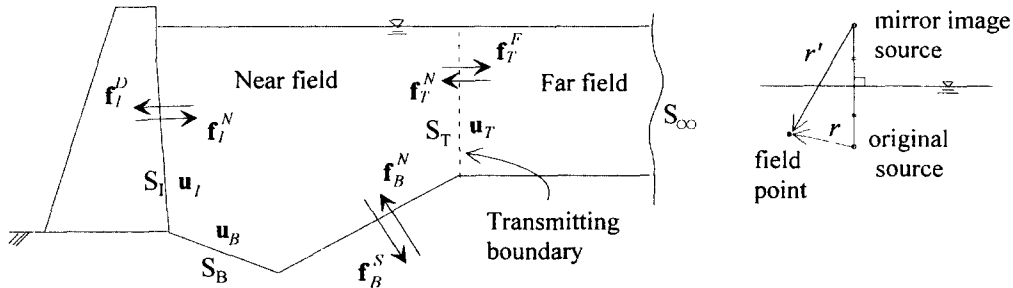


그림 1. 호소 경계의 정의와 mirror image system

댐 체는 유한요소법을 사용하여 모델링하였다. 이산화된 댐 체가 만족해야 하는 주파수 영역에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{OO} & \mathbf{D}_{OI} \\ \mathbf{D}_{IO} & \mathbf{D}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_O \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} u_g + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_I^S \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

위에서 $\mathbf{u}(\omega)$, \mathbf{r} , $u_g(\omega)$ 는 각각 상대변위 벡터, 지진영향계수 벡터, 지반변위를 나타내고, $\mathbf{f}^s(\omega)$ 는 상호작용력 벡터를 나타낸다. $\mathbf{D}(\omega)$ 은 구조물의 동적강성 행렬이고 본 연구에서는 이력감쇠 모델을 사용하였다.

$$\mathbf{D}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + (1 + 2\xi i) \mathbf{K} \quad (13)$$

여기서 \mathbf{M} , \mathbf{C} 와 \mathbf{K} 는 각각 질량 행렬, 감쇠 행렬, 강성 행렬을 나타내며, ξ 는 이력감쇠비이다. 아래 첨자 I 와 O 는 댐면과 그 나머지 자유도를 의미한다. 경계 요소를 이용해 모델링한 근역에서의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_I^N \\ \mathbf{f}_B^N \\ \mathbf{f}_T^N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{II}^N & \mathbf{D}_{IB}^N & \mathbf{D}_{IT}^N \\ \mathbf{D}_{BI}^N & \mathbf{D}_{BB}^N & \mathbf{D}_{BT}^N \\ \mathbf{D}_{TI}^N & \mathbf{D}_{TB}^N & \mathbf{D}_{TT}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^t \\ \mathbf{u}_B^t \\ \mathbf{u}_T^t \end{Bmatrix} \quad (14)$$

호소의 원역은 전달 경계에서 이용해 모델링한 운동방정식은 다음과 같다[4].

$$\mathbf{f}_T^N = \mathbf{D}^F \mathbf{u}_T^t \quad (15)$$

식 (14), (15)에서 사용된 첨자의 정의는 그림 2에 표시되어 있으며, 절점 변위의 위첨자 t 는 전체 변위를 나타낸다.

댐-호소수 계의 연계된 계의 운동방정식은 각각의 접촉면에서 평형조건과 적합조건을 이용해 구할 수 있다. 적합 조건은 경계에서 동일한 절점변위를 사용함으로써 이미 만족되었다. 먼저 전달경계를 평형조건 $\mathbf{f}_T^F + \mathbf{f}_T^N = 0$ 를 이용해 근역의 운동방정식과 연계한다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_I^N \\ \mathbf{f}_B^N \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{II}^N & \mathbf{D}_{IB}^N & \mathbf{D}_{IT}^N \\ \mathbf{D}_{BI}^N & \mathbf{D}_{BB}^N & \mathbf{D}_{BT}^N \\ \mathbf{D}_{TI}^N & \mathbf{D}_{TB}^N & \mathbf{D}_{TT}^N + \mathbf{D}^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^t \\ \mathbf{u}_B^t \\ \mathbf{u}_T^t \end{Bmatrix}. \quad (16)$$

윗식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_I^N \\ \mathbf{f}_B^N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{II}^N & \mathbf{D}_{IB}^N \\ \mathbf{D}_{BI}^N & \mathbf{D}_{BB}^N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{IT}^N \\ \mathbf{D}_{BT}^N \end{bmatrix} (\mathbf{D}_{TT}^N + \mathbf{D}^F)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{TI}^N & \mathbf{D}_{TB}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^t \\ \mathbf{u}_B^t \end{Bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{II}^w & \mathbf{D}_{IB}^w \\ \mathbf{D}_{BI}^w & \mathbf{D}_{BB}^w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^t \\ \mathbf{u}_B^t \end{Bmatrix}$$

본 연구에서는 강체 지반을 가정하므로 \mathbf{u}_B^t 는 $\mathbf{u}_B^t = \mathbf{r} u_g$ 로 정의되는 기지값이다. $\mathbf{u}_I^t = \mathbf{u}_I + \mathbf{r} u_g$

의 조건을 이용하고, 다시 S_1 에서의 평형조건 $\mathbf{f}_I^N + \mathbf{f}_I^S = 0$ 를 이용하여 댐체의 운동방정식과 연계하면 다음과 같은 연계된 계의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{OO} & \mathbf{D}_{OI} \\ \mathbf{D}_{IO} & \mathbf{D}_{II} + \mathbf{D}_{II}^w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_O \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} \mathbf{u}_g - \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}_{II}^w & \mathbf{D}_{IB}^w \end{Bmatrix} \mathbf{r} \mathbf{u}_g \quad (18)$$

3. 예제 및 결과

미국의 Pine Flat 댐의 지진응답을 계산하였다. 제안된 Hybrid 법을 전달경계를 댐면에 직접 붙인 반해석해와 비교하였다. 이를 위해 댐면을 수직으로 조정하였다. 댐 체는 총 136 개의 선형 사각형 유한요소로 모델링하였다(그림 2). 평면변형 상태를 가정하였으며, 탄성계수는 3.445×10^{10} Pa, 포아송비 0.2, 댐의 밀도 2480 kg/m^3 을 사용하였다. 댐 체의 이력 감쇠비는 5%를 택했다. 호소는 경계요소 및 전달경계로 모델링하였다. 도표 1은 댐면과 전달경계의 거리에 따른, 사용된 선형 경계요소의 개수이다. 전달경계에 사용된 고유함수의 개수는 8 개이다. 입력지반운동으로 El Centro (1940, N-S Component, PGA = 0.319g) 지진에 대한 가속도 시간이력을 사용하였다.

댐면에서 전달경계까지의 거리	L = 0m (반해석해)	L = 50m	L = 100m
사용된 경계요소의 개수	0	39	49

도표 1. 사용된 경계요소의 개수

호소수가 없는 경우 댐 체의 기본진동수 f_1 와 두 번째 고유진동수는 3.90Hz 와 8.04Hz 로 계산되었고, 강체댐에서의 호소수의 첫번째 고유진동수 f_1^r 는 2.95Hz로 계산되었다. 가진진동수는 f_1 로 정규화했으며, 합력과 압력은 정적인 경우의 합력과 최대 정압력으로 표준화했다.

그림 3 ~ 5은 사용된 경계요소에 따라 댐 마루에서의 상대수평변위, 높이 72m 지점에서의 압력 및 댐면에 작용하는 동수압력의 합력의 시간이력을 도시하였다. L=0m, 즉 반해석해와 제안된 hybrid 법과 비교했을 때 잘 일치함을 알 수 있다.

그림 6과 7은 호소수에 2% 재료감쇠를 고려한 것과 무시한 것을 댐 마루에서의 상대변위에 대해 비교하였다. 그림 6은 댐 체의 이력감쇠비가 5% 존재하는 경우 호소수의 재료감쇠를 고려한 것과 무시한 것에 대해 도시한 것이고, 그림 7은 댐 체에 감쇠가 없을 경우에 대한 것이다.

재료감쇠를 고려할 경우 수치적인 안정성은 얻을 수 있으나 큰 차이는 없음을 알 수 있다. 이 때 감쇠비는 앞으로 실험을 통해 규명되어야 할 것이다.

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
구조물 이력감쇠	5 %	5 %	0%	0%
호소수 재료감쇠	2 %	0%	2%	0%

도표 2. 사용된 감쇠비

4. 결론

호소수를 비점성 압축성 이상유체로 가정하여 경계요소 및 전달경계로 모델링하고, 댐 체는 유한요소로 모델링하여 평형 조건과 적합 조건을 부과하여 댐-호소수 계의 운동방정식을 구하고 지진응답을 해석하였다. 제안된 hybrid 방법은 전달경계를 댐면에 직접 연계한 반해석해와 비교하여 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 호소내의 재료감쇠를 도입하여 그 영향을 살펴보았다.

감사의 글

본 연구는 과학기술처의 특정연구기술개발사업의 지원을 받아 수행되었다.

참고문헌

- [1] C. A. Brebbia(1989), *Boundary Element - An introductory Course*, McGraw-Hill, 1989.
- [2] Jaekwan Kim(1990), *Application of the Boundary Element Method to Elastic Wave Scattering Problems*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY.
- [3] D. H. Wepf(1988), "Hydrodynamic-Stiffness Matrix based on Boundary Elements for Time-Domain Dam-Reservoir-Soil Analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 417-432.
- [4] 조 정래(1998), *유연한 댐 체와 압축성 유체의 상호작용을 고려한 댐-호소 시스템의 지진 응답 해석*, 석사학위논문, 서울대학교.

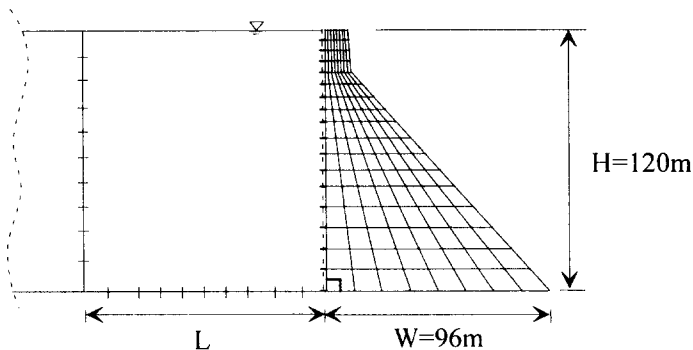


그림 2. 해석 구조물

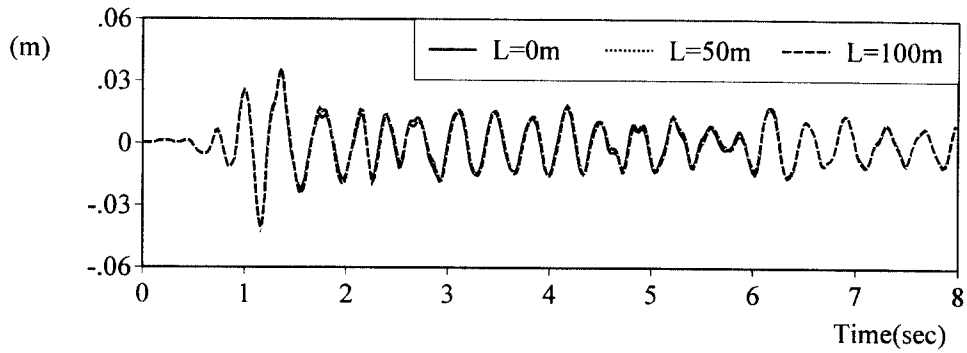


그림 3. 댐 마루에서의 상대수평방향변위의 시간이력

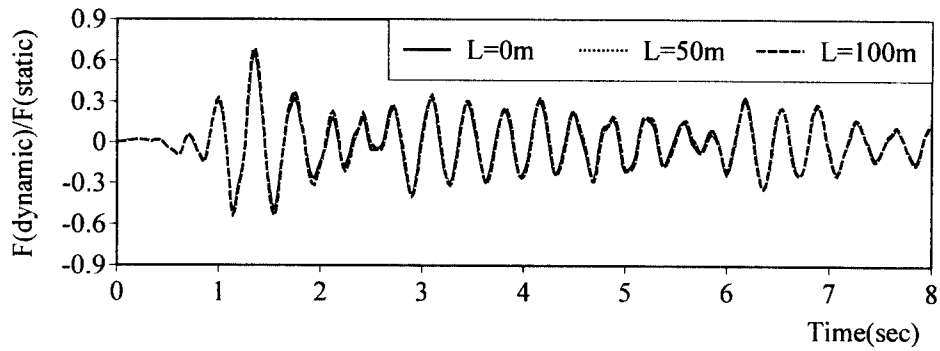


그림 4. 댐면에 작용하는 동수압력의 합력의 시간이력

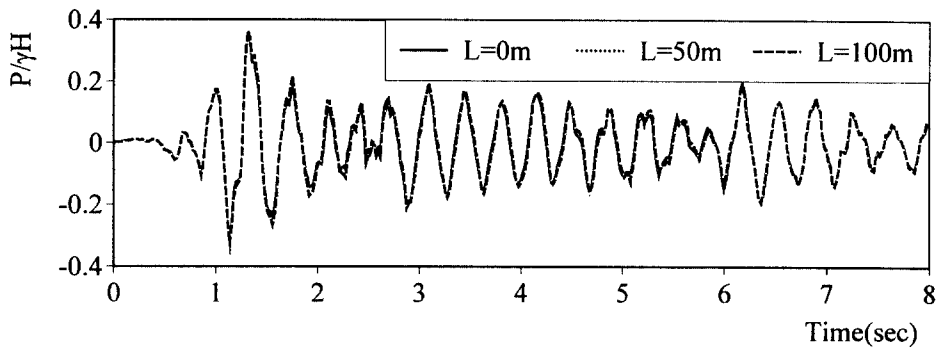


그림 5. 높이 72m 지점에서의 동수압력의 시간이력

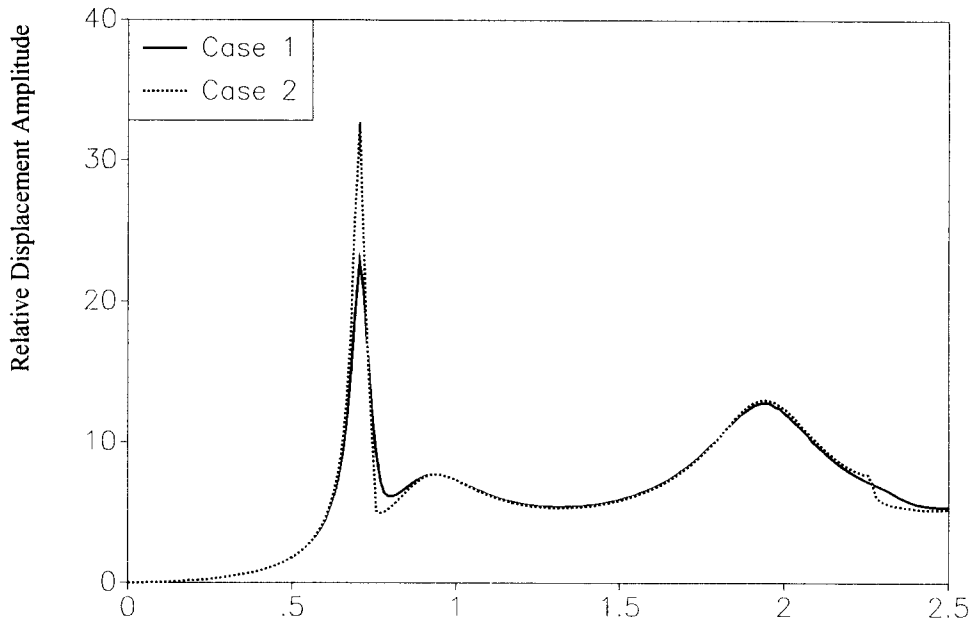


그림 6. 구조물에 감쇠가 있을 때 호소수 재료감쇠의 영향 - 댐 마루에서의 상대수평변위

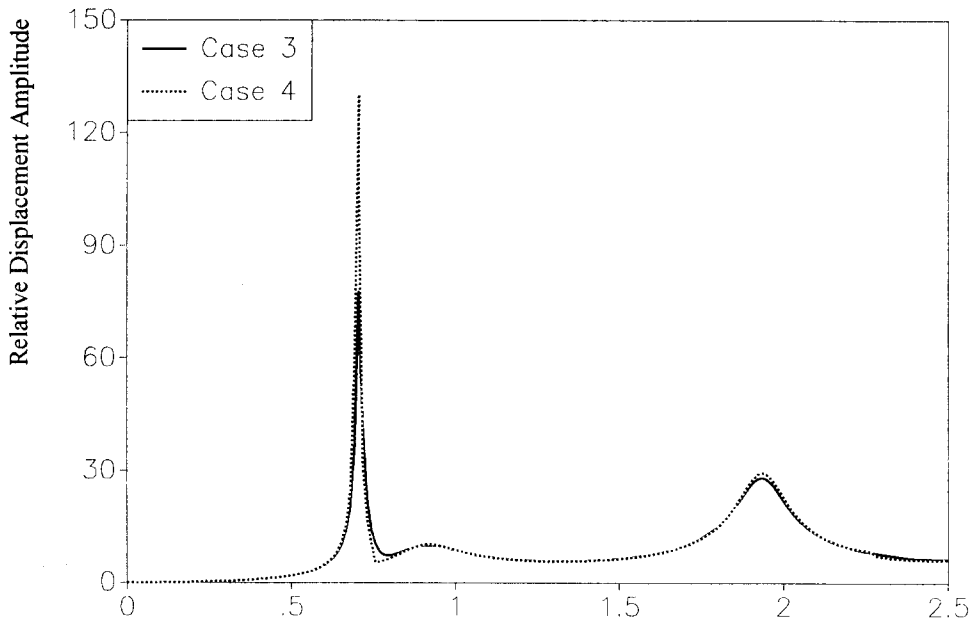


그림 7. 구조물에 감쇠가 없을 때 호소수 재료감쇠의 영향 - 댐 마루에서의 상대 수평변위