

전달경계를 사용한 댐-호소수 계 지진응답해석

Seismic Response Analysis of Dam-Reservoir System Using Transmitting Boundary

김 재 관* 조 정 래**
Kim, Jae Kwan Cho, Jeong Rae

ABSTRACT

The influence of the dam-reservoir interaction on the seismic response of dams is studied. To represent the radiation of energy into the infinite region of the reservoir, a transmitting boundary is newly developed. The results obtained using the transmitting boundary is compared with available analytic solutions.

1. 서론

지진으로 인한 댐의 동적 거동 해석은 댐-호소수 계의 상호작용 및 호소수-지반 계의 상호작용, 댐-지반 계의 상호작용 등을 고려해야 하는 매우 복잡한 문제이다. 이러한 연구들은 주로 주파수 영역에서 이루어져 왔는데, 최근에는 구조물의 비선형 거동을 고려하기 위한 시간영역해석법에 대한 연구가 진행되고 있다.

호소의 일반적인 형상은 댐과 접해있는 불규칙한 형상의 근역과 일정한 깊이를 가지고 길이는 무한한 원역으로 나눌 수 있다(그림 1). 본 연구에서는 호소의 원역으로의 에너지 방사를 표현하는 전달경계를 개발하였다. 제안된 전달경계를 간단한 형상을 지닌 호소에 대해 댐면에 직접 연계하여 댐-호소수 계의 지진응답을 해석하였다.

2. 전달경계

* 서울대학교 교수, 정회원

** 서울대학교 석사과정, 학생회원

비점성 압축성 이상유체에 대한 지배 방정식은 동압력에 대한 파동방정식으로 나타내어 진다 [1,3,4]. 이를 주파수 영역으로 변환하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k^2 p = 0; \quad p = p(x, y, \omega) \quad (1)$$

위에서 k 는 $k = \omega / c$ 이고, c 는 유체 내의 소리의 속도이다. p 는 동수압력이다. 전달경계를 유도하기 위해 원역에서 만족해야 할 경계조건 및 전달경계에서의 관계식은 다음과 같다.

$$p(x, H, \omega) = 0 \quad \text{on } S_1, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}(x, 0, \omega) = 0 \quad \text{on } S_2, \quad (2b)$$

$$p(y, \omega) = -t(y, \omega), \quad \frac{\partial p}{\partial x}(y, \omega) = \rho \omega^2 u'(y, \omega) \quad \text{on } S_T \quad (2c)$$

위에서 u' 와 t 는 전달경계 S_T 에서의 수평 방향의 전체변위 및 traction 이다.

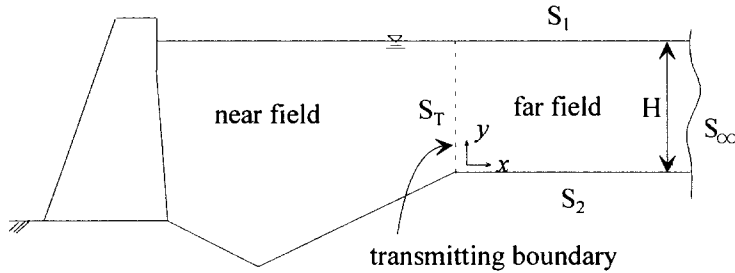


그림 1. 호소의 경계의 정의

입의의 진동수에 대해 변수분리법을 이용하고 경계조건 (2a)과 (2b)를 적용하면 동수압력 $p(x, y)$ 다음과 같이 계산된다.

$$p(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) Y_n(y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-x \sqrt{\lambda_n^2 - k^2}) \cos \lambda_n y \quad (3)$$

위에서 A_n 은 미지의 계수이고, λ_n 와 $\cos \lambda_n y$ 는 y 방향 고유치와 이에 대응하는 고유함수이다.

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2H}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

식 (2c), (2d), (3)으로부터 전달경계에서 ($x=0$) 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$u'(y, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n \Gamma_n = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^M \phi_n \Gamma_n = \Phi \Gamma, \quad (5a)$$

$$t(y, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \Gamma_n = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^M \psi_n \Gamma_n = \Psi \Gamma \quad (5b)$$

위에서 Γ_n 는 participation factor 이고, ϕ_n 와 ψ_n 는 다음과 같이 정의된 고유함수이다.

$$\phi_n = \frac{\sqrt{\lambda_n^2 - k^2}}{\rho \omega^2} \cos \lambda_n y, \quad (6a)$$

$$\psi_n = \cos \lambda_n y \quad (6b)$$

식 (5a), (5b)에서 이산화된 절점변위와 절점력의 관계를 구하기 위해, 두 번의 가중잔차법을 쓰면 다음과 같은 관계를 구할 수 있다[5].

$$\mathbf{f}_T^F = \mathbf{D}^F \mathbf{u}_T \quad (7)$$

위에서 \mathbf{D}^F 는 아래와 같이 정의되는 진동수에 의존하는 원역의 hydrodynamic stiffness matrix 이다.

$$\mathbf{D}^F = -\mathbf{K}_{cb}^T \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{K}_{cb} \quad (8)$$

위에서

$$\mathbf{K}_c = \int_{S_r} \Psi^T \Phi dy, \quad (9a)$$

$$\mathbf{K}_{cb} = \int_{S_r} \Psi^T \mathbf{N} dy, \quad (9b)$$

행렬 \mathbf{K}_c 는 고유함수의 직교성때문에 대각 행렬이고, 따라서 \mathbf{D}^F 는 대칭 행렬이다. 고유함수의 개수(식 (5a)와 (5b)에서의 M 값)는 M 번째 고유진동수까지 유효하다는 것으로부터 계산 시 사용되는 최대 가진진동수로부터 결정된다.

3. 댐-호소 계의 운동방정식

3.1 댐의 운동방정식

댐 체는 유한요소법을 사용하여 모델링하였다. 이산화된 댐 체가 만족해야 하는 주파수 영역에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{D}(\omega) \mathbf{u}(\omega) = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} u_g(\omega) + \mathbf{f}^s(\omega) \quad (10)$$

위에서 $\mathbf{u}(\omega)$, \mathbf{r} , $\mathbf{u}_g(\omega)$ 는 각각 상대변위 벡터, 지진영향계수 벡터, 지반변위를 나타내고, $\mathbf{f}^s(t)$ 는 상호작용력 벡터를 나타낸다. $\mathbf{D}(\omega)$ 은 구조물의 동적강성 행렬이고 본 연구에서는 이력감쇠 모델을 사용하였다.

$$\mathbf{D}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + (1 + 2\xi i) \mathbf{K} \quad (11)$$

위에서 \mathbf{M} , \mathbf{C} 와 \mathbf{K} 는 각각 질량 행렬, 감쇠 행렬, 강성 행렬을 나타내며, ξ 는 이력감쇠비이다.

3.2 반해석적 방법

그림 2와 같이 간단한 형상을 지닌 댐-호소수 계에 대해, 전달경계를 댐 체에 직접 연계할 수 있다. 이와 같은 방법을 반해석적 방법이라 한다. 댐의 운동방정식을 접촉면의 자유도와 그외의 자유도로 나누면 식 (10)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{OO} & \mathbf{D}_{OI} \\ \mathbf{D}_{IO} & \mathbf{D}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_O \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} \mathbf{u}_g + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_I^S \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기에서 아래첨자 I 와 O 는 접촉면과 그 외의 자유도를 의미한다. 접촉면에서 만족해야하는 적합조건 $\mathbf{u}'_T = \mathbf{u}'_I$ 과 평형조건을 $\mathbf{f}_T^F + \mathbf{f}_I^S = 0$ 을 적용하고 $\mathbf{u}' = \mathbf{u} + \mathbf{r} \mathbf{u}_g$ 을 이용해 대입하면 아래와 같은 식이 나온다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{OO} & \mathbf{D}_{OI} \\ \mathbf{D}_{IO} & \mathbf{D}_{II} + \mathbf{D}^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_O \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{r} \mathbf{u}_g - \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}^F \end{Bmatrix} \mathbf{r} \mathbf{u}_g \quad (14)$$

4. 예제 및 결과

미국의 Pine Flat 댐의 지진응답을 계산하였다. 반해석해를 적용할 수 있도록 댐면을 수직으로 조정하였다(그림 2). 댐과 호소수의 상호작용을 고려치 않을 경우, 즉 강체댐을 가정할 경우 해석해[1,2]와 개발된 전달경계를 이용한 반해석해를 비교하였다. 댐 체는 총 136개의 선형 사각형 유한요소로 모델링하였다. 평면변형 상태를 가정하였으며, 탄성 계수는 3.445×10^{10} Pa, 포아송비 0.2, 댐의 밀도 2480 kg/m^3 을 사용하였다. 댐 체의 이력감쇠비는 5%를 택했다. 호소는 전달경계를 이용해 모델링했으며, 입력지반운동으로는 그림 3에 보인 바와 같이 El Centro (1940, N-S Component, $\text{PGA} = 0.319g$) 지진에 대한 가속도 시간이력을 사용하였다.

그림 4는 강체 댐에 대해 댐면에 발생하는 동수압력의 합력의 전달함수를 해석해와 비교한 것이다. 해석해와 사용된 고유함수의 개수 M 이 1, 2, 3 일 때 도시한 것으로, 앞에서 설명한 바와

같이 응답이 M 번째 고유진동수까지 유효함을 알 수 있다.

그림 5 ~ 7 은 댐 마루에서의 상대수평변위, 댐면에 작용하는 동수압력의 합력 및 높이 72m 지점에서의 압력의 전달함수이고, 그림 8 ~ 10 은 계산된 시간이력이다. 댐 체와 호소 사이에 상호작용을 고려한 경우(Included)와 무시한 경우(Excluded)에 대해 도시하였다. “Excluded”는 호소수에서 발생하는 동수압력을 계산 시 댐 체를 강체로 가정하고, 이로부터 계산된 동수압력이 단순히 댐 체에 외력으로 가해짐을 의미한다. 상호작용을 고려한 경우의 댐-호소수 계의 기본진동수가 더 낮게 계산되고 그 응답에 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 그림 11 은 동수압력의 합력이 최대일때 댐면에 발생하는 압력 분포를 도시한 것이다. 이 때 상호작용을 고려할 때 1.34sec, 무시할 때 1.10sec 에서 동수압력의 합력이 최대이다.

5. 결론

호소수를 비점성 압축성 이상유체로 가정하여 일정한 형상을 지니는 원역에서 에너지 방사를 표현하는 전달경계를 개발하였다. 제안된 전달경계를 간단한 형상을 지닌 댐-호소수 계에 대해 댐면에 직접 연계해 댐-호소 계의 운동방정식을 구하고 지진응답을 해석하였다. 강체댐에 대해 해석해와 비교하여 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 댐-호소 상호작용을 고려한 경우와 무시한 경우 사이에 상당한 차이가 있음을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 과학기술처의 특정연구기술개발사업의 지원을 받아 수행되었다.

참고문헌

- [1] H. M. Westergaard(1933), “Water Pressures on Dams during Earthquake,” *Transaction*. ASCE, Vol. 98, pp. 418-433.
- [2] NRC(1990), *Earthquake Engineering for Concrete Dams: Design, Performance and Research Needs*, National Academy Press.
- [3] A. K. Chopra(1967), “Hydrodynamic Pressure in Dams during Earthquake,” *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 93, pp. 205-223.
- [4] D. H. Wepf(1988), “Hydrodynamic-Stiffness Matrix based on Boundary Elements for Time-Domain Dam-Reservoir-Soil Analysis,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 417-432.
- [5] 조 정래(1998), *유연한 댐 체와 압축성 유체의 상호작용을 고려한 댐-호소 시스템의 지진 응답 해석*, 석사학위논문, 서울대학교.

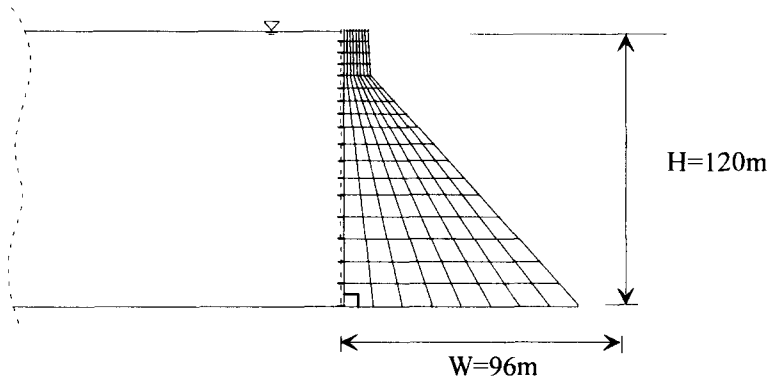


그림 2. 해석 구조물

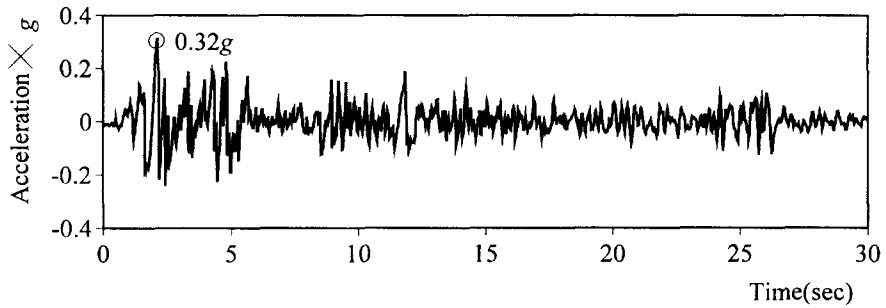


그림 3 입력지반운동(Elcentro 지진)

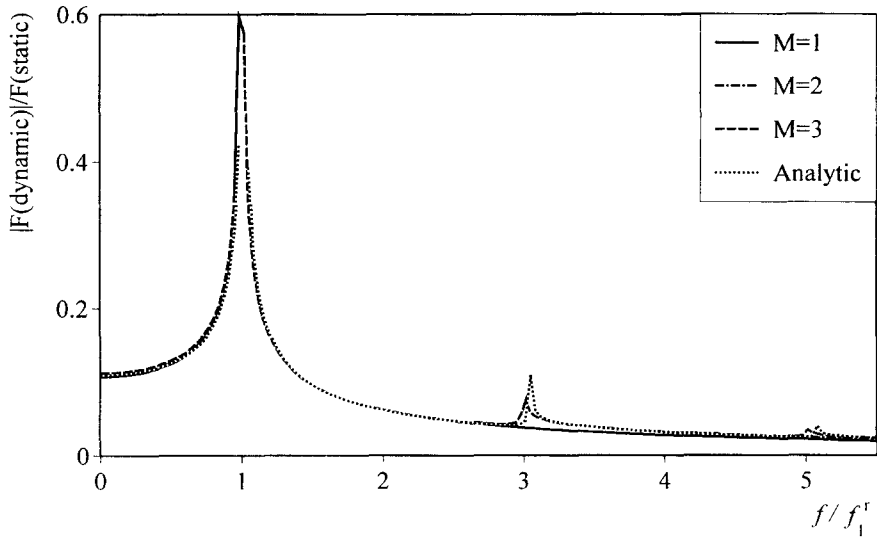


그림 4. 댐면에 작용하는 동수압력의 합력의 전달함수
(해석해와 반해석해의 비교)

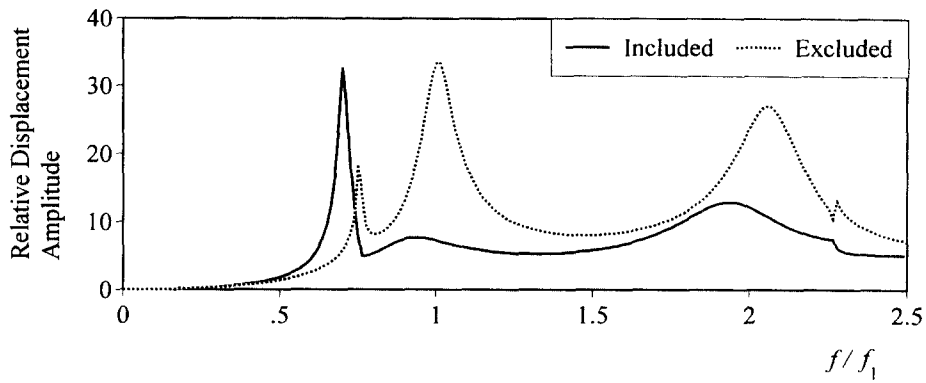


그림 5 댐 마루에서의 상대수평변위의 전달함수

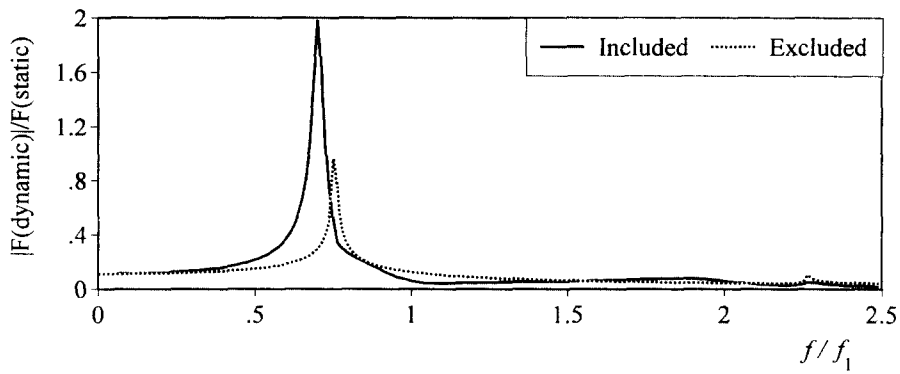


그림 6. 댐면에 작용하는 동수압력의 합력의 전달함수

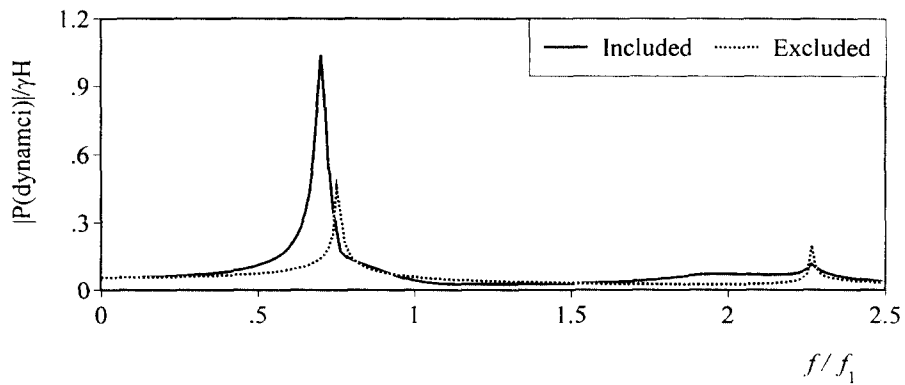


그림 7. 높이 72m 지점에서의 동수압력의 전달함수

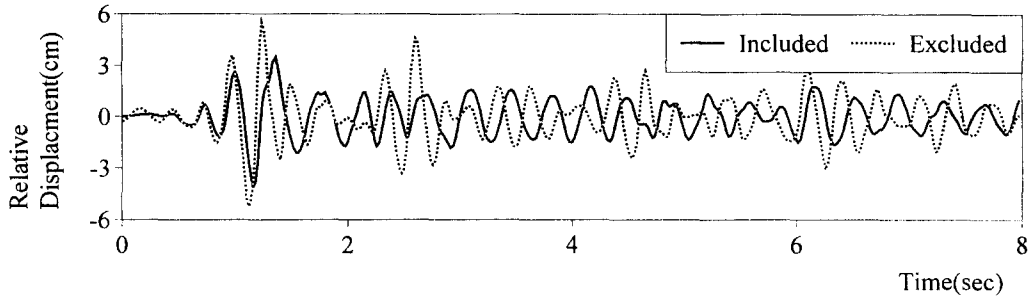


그림 8. 댐 마루에서의 상대수평변위의 시간이력

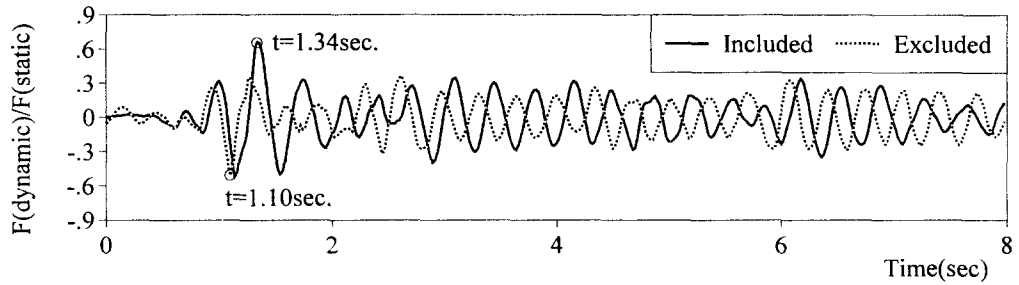


그림 9. 댐면에 작용하는 동수압력의 합력의 시간이력

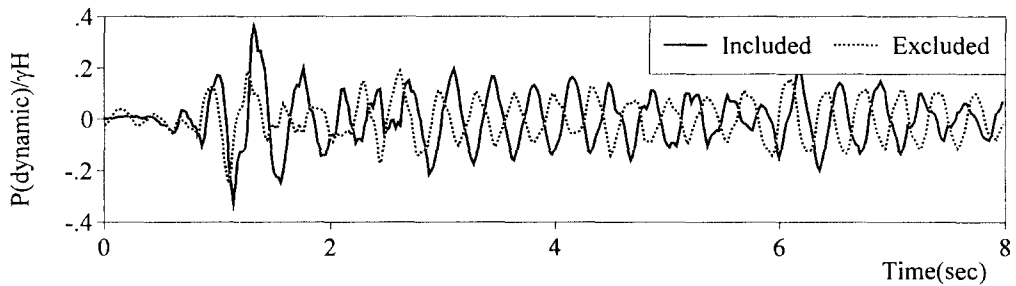


그림 10. 높이 72m 지점의 동수압력의 시간이력

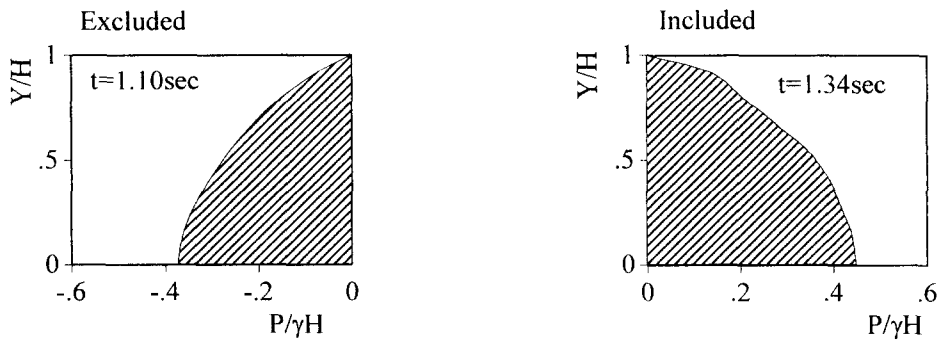


그림 11. 최대 합력이 발생할 때 압력 분포