KGS Fall '98 National Conference / November 6-7, 1998 / Seoul / Korea

교란상태개념을 이용한 액상화평가방법
An Evaluation of Liquefaction Potential Based on Disturbed State Concept

박인준[1], Park, Inn-Joon, 김경환[2], Kim, Kyung-Hwan, 김수일[3], Kim, Soo-Il

[1] 연세대학교 토목공학과 박사후 연수과정, Post Doctor, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Yonsei
[2] 연세대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Yonsei
[3] 연세대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Yonsei

SYNOPSIS : The purpose of this study is to develop and utilize new assessment of liquefaction potential based on DSC(disturbed state concept). Liquefaction has been a source of a major damage during severe earthquake. In this study, the cyclic undrained behavior of Joomoonjin sand is investigated by using an automated triaxial testing device(C. K. Chan type). In order to assess liquefaction potential of saturated sand, DSC method is applied for the experimental data. The use of DSC method to define the liquefaction potential is verified through laboratory tests of cyclic triaxial test on saturated sand specimens. Based on the analytical results of DSC method, the relationship between the factor affecting liquefaction characteristics(Dr) and physical properties of the saturated sand(ξ_D and D_c) is found. Finally, it is shown that the DSC method can capture the liquefaction mechanism.

Key words : liquefaction, disturbed state concept, Joomoonjin sand, excess pore water pressure, cyclic triaxial test

1. 서론

최근 국내에서는 협소한 국토사정으로 인해 대규모 부지조성에 어려움이 따라, 이에 대한 대책의 하나로 연약지반이나 매립지에 대한 개발이 증가하고 있다. 이러한 느슨한 사질토나 매립지의 경우, 낮은 진도하에서도 큰 지진피해를 가져올 수 있다. 따라서 접안시설물이나 매립지에 구조물을 축조할 경우, 해당지반의 특성을 고려한 내진설계기준의 수립이 요구되며 대표적인 지진피해의 원인인 액상화현상에 관한 연구가 필수적이다.

현재 국내에서는 액상화 평가시 N치를 이용한 경험적 방법들이 주로 사용되고 있다. 이러한 경험적 방법은 지하수위, 표준관입시험으로부터 얻어지는 N치, 입도분포, 지표면최대가속도 등을 이용하여 간편하게 액상화 평가를 수행할 수 있다는 장점이 있다. 하지만 이러한 경험적 방법들은 동적하중을 받는 지반의 실질적인 거동을 예측할 수 없다. 따라서 내진설계에 반영하기 위한 액상화의 평가방법은 지진시 토체의 동적거동에 대해 보다 실제적인 접근이 필요하다.

본 연구에서는 토체의 연화응답(softening response)에 대한 구성방정식을 기초로 하는 교란상태개념(disturbed state concept ; DSC)에 의한 방법을 통해 액상화평가에 대한 분석을 수행하였다. DSC법은 진동삼축시험을 통해 그 적용성이 검증되었다.

2. 액상화 현상

액상화란 진동하중 또는 지진등의 급속하중에 의해 포화사질토가 전단 저항력을 상실하고 마치 유체와 같이 거동하는 현상을 의미한다. 액상화현상을 재료의 역학적 거동특성에 기초하여 설명하면 다음과 같다. 느슨한 사질토가 과잉간극수압이 소산되는 시간보다 빠른 재하속도를 갖는 동하중을

받게되면 토체는 비배수상태하에 있게된다. 비배수 상태에 있는 사질토는 일정한 체적을 유지하려는 상태에서 변형을 겪게 된다. 즉, 진동하중하에서 토립자는 변형 및 재배열을 하지만 포화 토체의 일정체적 유지성 때문에 토립자의 변형률 및 재배열량 만큼 과잉간극수압이 발생하게 된다. 이처럼 발생한 간극수압이 토체내의 유효 응력과 같은 수준에 도달하게 되면, 토체내의 전단저항력은 완전히 상실하게 되어 포화 사질토는 액상화에 이른다.

3. 교란상태개념(DSC) 개념

재료가 외부로부터 하중을 받게 되면 재료내부의 미세구조는 그로 인해 변화를 일으키게 된다. 교란상태개념은 하중을 받는 재료의 거동을 이러한 미세구조의 변화에 대해 표현할 수 있다는 가정에 기초하고 있다. 교란상태개념에서는 하중을 받는 재료의 거동을 정의하기 위해 두 개의 기준상태를 도입하였다. 첫 번째는 상대적으로 손상되지 않은(relatively intact ; RI)상태로써 재료가 외력을 받기 전의 초기 상태에는 미세한 결함이 존재하더라도 RI상태에 가깝다고 볼 수 있다. 두 번째는 완전파괴(fully adjusted ; FA)상태로써 재료의 초기상태에 미세하게 존재했던 손상된 부분이 외력에 의해 점차로 확산되어 재료가 전단저항력을 완전히 잃은 상태를 말한다. 하중을 받는 재료가 파괴에 이르기까지는 RI상태와 FA상태의 사이에 존재하게 된다. 이와 같이 재료의 상태변화를 그림 1에 도시하였다.

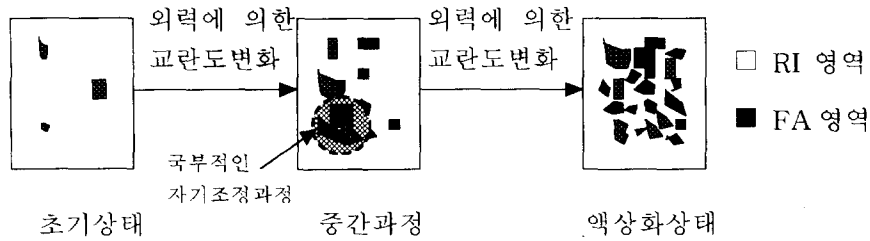


그림 1. 교란도의 변화에 따른 재료 내부의 상태변화 모식도

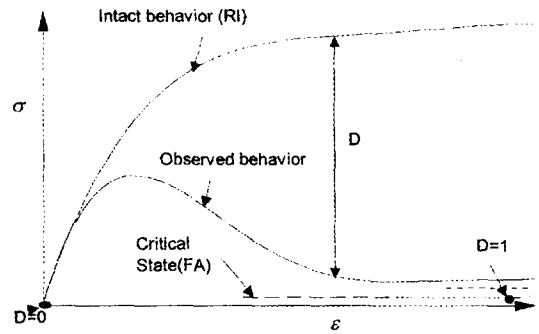


그림 2. 응력-변형률관계도상의 교란도(Park, 1997)

본 개념에 있어서 RI상태는 탄성모델 또는 탄소성 모델등의 구성방정식으로 나타낼 수 있으며, FA상태는 한계상태개념을 통해 나타낼 수 있다. 그림 2는 임의하중을 받는 재료의 거동을 RI상태와 FA상태를 통해 정의한 것이다. 그림 2에서 보듯이 재료가 하중을 받는 초기에는 RI상태의 거동과 유사한 거동을 보인다. 그러나 지속적인 하중으로 인해 재료의 미세구조가 자기조정(self-adjustment)과정을 거치면서 재료는 점차 한계상태인 FA상태에 도달하게 된다. 재료의 교란정도를 나타내는 교란도, D는 RI상태의 응력과 동적전단시험을 통해 얻어진 실측된 응력과의 차이를 통해 정의한다.

3.1 RI 상태

RI상태는 재료의 경화거동(hardening behavior)을 나타낼 수 있는 탄소성모델을 사용하여 표현할 수 있다. 그에 대한 모델로써 계층적 단일 항복곡면 모델(Hierarchical Single Yield Surface model ; HiSS

model)중 가장 기본이 되는 탄소성 경화모델인 δ_0모델을 통해 항복함수(F)를 정의하면 다음의 식(1)과 같이 표현할 수 있다(Desai et al, 1986; Desai and Wathugala, 1987).

$$F=\frac{J_{2D}}{p_a^2}-\left[-\alpha\left[\frac{J_1}{p_a}\right]^n+\gamma\left[\frac{J_1}{p_a}\right]^2\right](1-\beta S_r)^{-0.5} \tag{1}$$

여기서 $S_r=\frac{\sqrt{27}}{2}\frac{J_{3D}}{J_{2D}^{3/2}}$이며, J_1은 응력텐서의 1차 불변량(The first invariant of the stress tensor), 그리고 J_{3D}는 축차응력텐서(S_{ij})의 3차 불변량(The third invariant of the deviatoric stress tensor)이다. γ는 재료의 파괴상태를 정의하는 매개변수이며, β는 재료의 항복면 형상을 정의하는 매개변수이다. p_a는 대기압이며 단위는 kPa이다. 또한 n은 재료의 상태변화에 관한 매개변수이다. α는 경화 함수(Rigby and Desai, 1995)이며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha=\frac{h_1}{\xi^{h_2}} \tag{2}$$

여기서 h_1과 h_2는 경화함수 매개변수이며, ξ는 소성변형률 상각궤도(plastic strains trajectory) $=\int\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$이며, $d\varepsilon_{ij}^p$는 소성변형률 텐서이다. δ_0모델을 통해 RI상태의 응력-변형률 증분에 관한 방정식을 표현하면 식(3)과 같다.

$$d\sigma_{ij}^{RI}=C_{ijkl}^{ep}d\varepsilon_{kl}^{RI} \tag{3}$$

여기서 $d\sigma_{ij}^{RI}$는 RI상태의 응력의 증분이며, $d\varepsilon_{ij}^{RI}$는 RI상태의 변형률의 증분, 그리고 C_{ijkl}^{ep}는 탄소성 구성벡터이며 식(1)에 의해 결정된다.

3.2 FA상태

FA상태는 한계상태(critical state)를 이용하여 정의할 수 있다. FA상태에 있는 재료의 거동은 다음 식(4)와 같이 정의한다.

$$\sqrt{J_{2D}}^c=\overline{m}J_1^c \tag{4.a}$$

$$J_1^c=3p_a\times e^{\left(\frac{e_0^c-e^c}{\lambda}\right)} \tag{4.b}$$

여기서 $\overline{m}$ 과 λ는 재료의 매개변수, 그리고 e_0^c는 $J_1^c=3p_a$일 때의 간극비이다.

3.3. 교란도함수

포화 사질토의 재료 특성에 기초한 교란도, D, 는 일반적으로 다음과 같이 정의한다.

$$D=\frac{M_s^c}{M_s} \tag{5}$$

여기서 M_s^c는 FA상태의 재료의 질량이며 M_s는 초기상태의 재료의 질량이다. 만약 재료의 밀도가 시간과 공간에 대해 일정한 값을 유지한다면, 교란도함수는 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D=\frac{V_s^c}{V_s}=\frac{A_s^c}{A_s} \tag{6}$$

여기서 V 와 A는 각각 체적과 일정한 두께를 갖는 면적을 나타낸다. 초기상태에 재료는 전혀 교란된 부분이 존재하지 않는 RI상태라고 가정하면, 이때 D는 0이다. 재료가 완전히 교란된 상태를 FA상태라고 보면, D는 1이 되나 실제로 대부분의 재료는 D가 1에 도달하지 전에 파괴에 이르므로 실제의 경우 FA상태의 D는 1보다 작은 값을 가진다.

진동삼축시험등의 결과를 통해 교란도함수를 정의할 경우 근사적으로 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_\sigma=\frac{\bar{\sigma}^{*(i)}-\bar{\sigma}^{*(a)}}{\bar{\sigma}^{*(i)}-\bar{\sigma}^{*(c)}} \tag{7}$$

여기서 위 첨자 i, c, 그리고 a 는 각각 RI상태, FA상태, 그리고 시료의 실제 거동상태를 표시한다. 또한

e는 간극비를 나타내며, $\bar{\sigma}$는 평균 유효응력을 의미한다.

포화 사질토의 경우 체적 변형률보다는 전단 변형률이 교란도를 지배한다고 판단되므로, D는 전단소성변형률 상각궤도(deviatoric plastic strains trajectory), ξ_D의 함수로 식(8)과 같이 나타낸다(Amaleh and Desai, 1990).

$$D = D_u(1 - e^{-A\xi_D^Z}) \tag{8}$$

여기서 A와 Z는 매개변수이며, 초기 유효구속압 ($\bar{\sigma}_0$), 초기 밀도 (ρ_o), 그리고 진동회수(N) 등의 영향을 받는다. 그리고 ξ_D를 정의하면 식(9)과 같다.

$$\xi_D = \int \sqrt{dE_{ij}^p dE_{ij}^p} \tag{9}$$

여기서 dE_{ij}^p는 축차소성변형률의 증분이며 $dE_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p - d\varepsilon_v^p/3$와 같다. 여기서 $d\varepsilon_{ij}^p$와 $d\varepsilon_t^p$는 각각 소성변형률증분과 체적소성변형률증분을 나타낸가. 진동하중을 받는 재료의 경우, ξ_D는 매회 진동주기의 최대응력에 해당하는 dE_{ij}^p 를 계산하여 정의한다.

4. 진동삼축시험

본 연구에서는 사질토에 액상화평가를 위해 주문진 표준사에 대해 상대밀도를 변화시켜 가며 진동삼축시험을 수행하였으며, 시험에 사용된 장비는 C. K. Chan Type의 자동화 삼축시험기이다.

4.1 시료의 물성

주문진 표준사의 기본적인 물성치는 표 1과 같다.

표 1. 주문진 표준사의 기본적인 물성치

곡률계수, C_c	1.23
균등계수, C_u	1.17
최대건조단위중량, γ_{dmax}	1.60
최초건조단위중량, γ_{dmin}	1.39

4.2 시험조건

본 연구에서 수행된 진동삼축시험조건을 표 2에 도시하였다. 시료의 형상은 직경 50mm, 높이 10mm의 원주형이며, 작용하중의 형태는 정현하중이다. 본 시험에서 구속압에 대한 축차응력의 비율은 약 0.5이다.

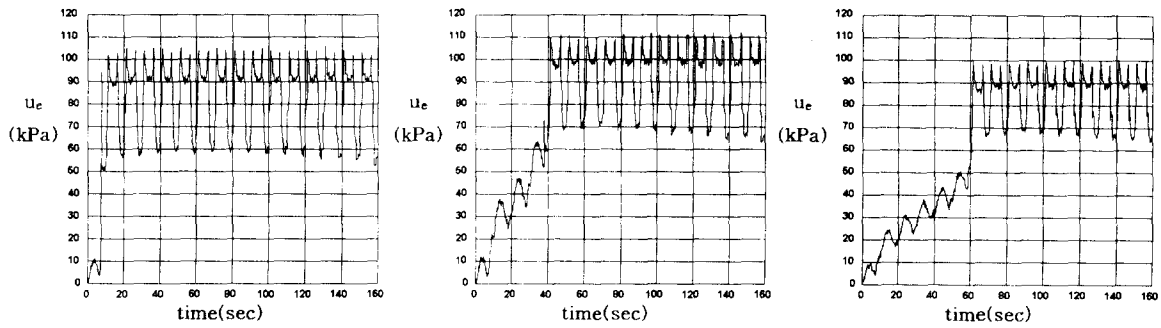
표 2. 진동삼축시험의 제반조건

초기유효구속압 (kPa)	100
상대밀도(%)	40, 50, 60
진동수 (Hz)	0.1
하중종류	정현파형
시료조건	포화, 비배수
하중제어방식	응력제어

4.3 시험결과

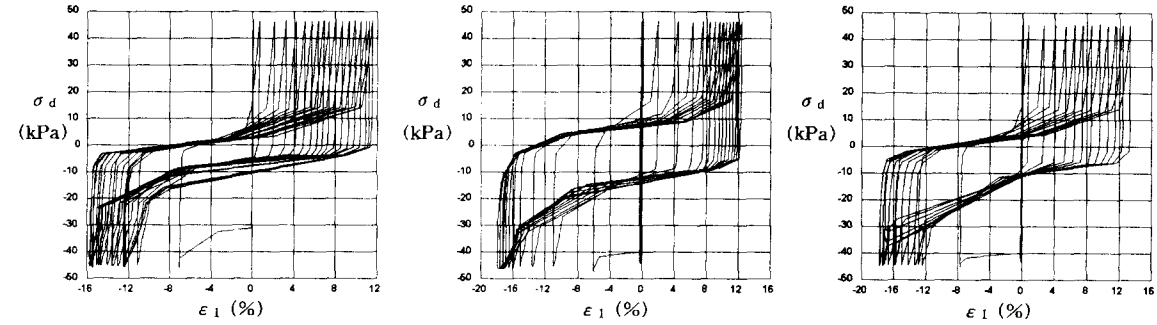
그림 3은 각각 시료의 상대밀도가 40%, 50%, 60%인 경우의 시간에 따른 간극수압의 변화를 도시한 것이며 그림 4는 축차응력과 축변형률의 관계를 도시한것이다. Seed는 과잉간극수압이 초기 유효구속압(initial effective confining pressure)에 도달한 시점을 액상화의 발생시점으로 보았다. 이를 액상화 발생시기의 기준으로 보아 액상화발생 재하회수(N_l)를 살펴보면 상대밀도 40%, 50%, 60%의 상대밀도에

대해 각각 1회, 4회, 6회의 재하회수에서 액상화가 발생하였다.



(a) Dr = 40% (b) Dr = 50% (c) Dr = 60%

그림 3. 시간에 따른 과잉간극수압의 변화



(a) Dr = 40% (b) Dr = 50% (c) Dr = 60%

그림 4. 축차응력과 축변형률의 관계

5. 교란상태개념을 기초로한 액상화 평가결과

본 연구에서는 진동삼축시험결과를 DSC모델에 적용하여 액상화에 대한 해석을 수행하였다. 본 연구에 적용된 DSC법은 보다 간편화된 방법으로 이를 통한 액상화평가의 개략적인 과정은 다음과 같이 다섯 단계로 나눌 수 있다.

첫 번째 단계는 지진하중으로 인한 액상화현상을 재현할 수 있는 진동삼축시험등을 통해 포화사질토에 대한 응력-변형률 관계자료를 얻는 것이다. 본 연구에서는 진동삼축시험을 수행하여 그 결과를 이용하였다.

두 번째 단계는 진동삼축시험을 통해서 얻은 응력-변형률 관계를 통해 재료의 RI상태 거동을 재현하는 것이다. RI상태의 재현은 두 가지 방법을 통해 가능하다. 첫 번째 방법은 매개변수의 규명을 통한 방법으로, 규명된 매개변수를 탄성 또는 탄소성 모델에 적용하는 방법이다. 두 번째 방법은 본 연구에서 채택한 방법으로 진동삼축시험결과 첫 번째 하중재하시의 재료의 응력-변형률 거동을 그 재료의 RI상태 거동으로 가정하는 것이다. 하중재하초기에는 시료는 내부적으로 비교적 순수한 상태를 보존하고 있으므로 그 거동은 RI상태의 거동인 경화거동에 가깝다. 여기서 구한 재료의 RI상태의 거동은 세 주응력방향에 대한 평균유효응력의 항으로 나타내며, 이를 $\overline{\sigma}^{(i)}$로 표현한다. 이와 같이 구한 RI상태의 응력-변형률 관계를 이용하여 매 주기별로 축차응력이 최고값에 도달한 시점의 변형률에 대한 응력을 산정한다.

세 번째 단계는 하중재하에 따른 교란도를 구하는 것이다. 먼저 시험결과를 통해 얻은 시료의 실측된 평균유효응력, $\overline{\sigma}^{(a)}$를 산정한다. 위에서 구한 $\overline{\sigma}^{(i)}$와 $\overline{\sigma}^{(a)}$를 식(7)에 적용하여 매 재하회수(N)에 대한 교란도 D_N을 산정한다(그림 5). 여기서 매 재하회수에 대한 교란도는 매 주기별로 축차응력이 최고값에 도달한 시점의 교란도를 사용한다. 본 연구에서 FA상태의 평균유효응력, $\overline{\sigma}^{(c)}$는 0으로 가정하였다.

네 번째 단계는 전단소성변형률 상각궤도(deviatoric plastic strains trajectory), ξ_D를 산정하는 것이다. 매 하중의 재하시 축차응력이 최대값에 이르렀을 때의 ξ_D를 매 재하회수에 대한 ξ_D로 사용한다.

그러면 세 번째 단계에서 구한 재하회수에 따른 교란도와 재하회수에 대한 ξ_D와의 관계를 도출해낼 수 있다. 교란도함수, D는 식(8)에 나타낸 바와 같이 $D = D_u[1-e^{(-A\xi_D^Z)}]$의 형태를 가진다. 따라서 매개변수 A와 Z는 각 초기유효구속압에 대해 $\ln(\xi_D)$와 $\ln(-\ln(1-D/D_u)$에 대한 선형회귀분석을 통해 구할 수 있다. 여기서 구한 A, Z값을 통해 교란도함수를 산정할 수 있다(그림 6). 또한 본 연구에서는 Du=0.99로 가정하였다(Park, 1997).

다섯번째 단계는 위에서 구한 교란도함수로부터 최소곡률점(그림 7)에서의 교란도인 한계교란도(critical disturbance ; D_c)와 액상화발생 재하회수를 구하는 것이다(그림 8). 여기서 한계교란도의 물리적인 의미는 재료내부의 교란도의 변화가 가장 급격한 시점을 의미한다. 즉, 재료는 한계교란도, D_c를 경계로 커다란 상태변화를 겪게 된다. 재료의 교란도의 변화는 내부적으로는 재료의 미세구조의 변화를 의미하며, 외부적으로는 재료의 거동의 변화로 나타난다. 액상화현상을 토립자의 미세구조 측면에서 보면, 재료 입자간의 접촉을 통해 외부하중을 지지하던 미세구조가 완전히 무너지고 물이 하중을 전담하게 되며 미세구조는 급격한 변화를 겪게 된다. 이와 같은 맥락에서 볼 때 액상화가 발생하는 시점은 교란도의 변화가 급격한 시점이라고 볼 수 있다. 따라서 ξ_D와 D(교란도)의 관계그래프에서 D의 변화가 가장 급격한 지점인 곡률반경(R)이 최소인 지점인 한계교란도, D_c의 지점에서 재료는 액상화에 도달한다고 볼 수 있다(Park, 1997). 임의의 함수에 대한 곡률을 구하는 식은 식(10)과 같다.

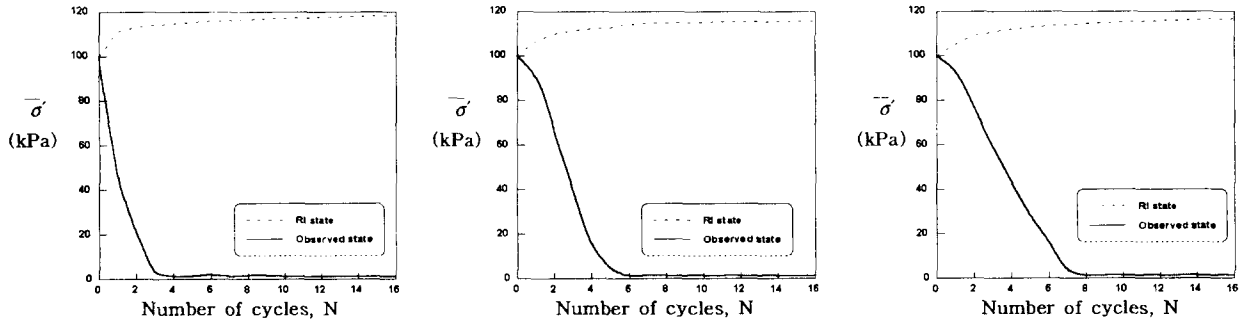
$$R = \frac{D''}{(1 + D'^2)^{3/2}} \tag{10}$$

여기서 D′ 와 D″ 는 각각 교란도함수 D의 ξ_D에 대한 1차미분항과 2차미분항이며 각각 식(11), 식 (12)와 같다.

$$D' = \frac{dD}{d\xi_D} = 0.99 \times AZ\xi_D^{Z-1}\mathrm{Exp}(-A\xi_D^Z) \tag{11}$$

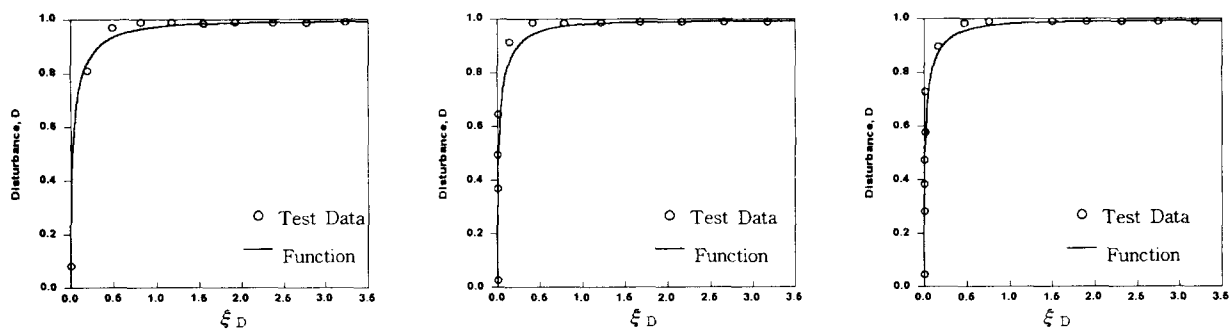
$$D'' = \frac{d^2D}{d\xi_D^2} = 0.99 \times AZ\xi_D^{Z-2}\mathrm{Exp}(-A\xi_D^Z)(Z - 1 - AZ\xi_D^Z) \tag{12}$$

이와 같은 방법으로 구한 한계교란도 D_c에서의 ξ_D와 매 재하회수에 대한 ξ_D를 비교하여 DSC법을 통한 액상화발생 재하회수인 N_c를 구할 수 있다.



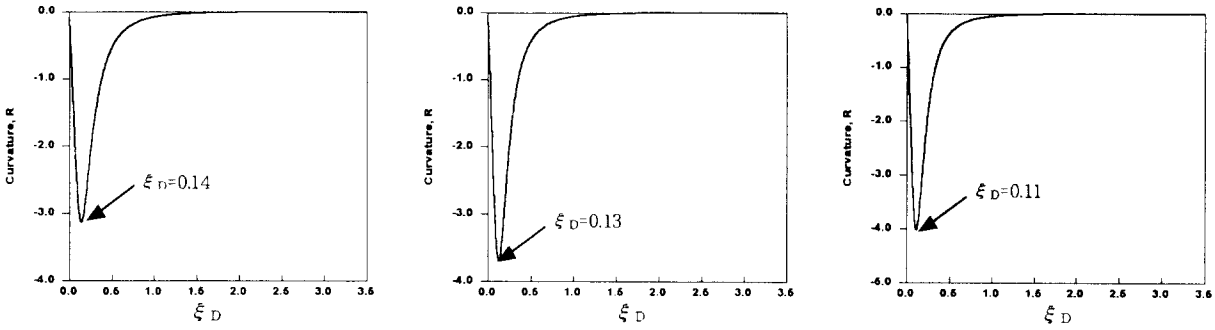
(a) Dr = 40% (b) Dr = 50% (c) Dr = 60%

그림 5. 재하회수에 따른 RI 상태와 시험결과의 평균유효응력



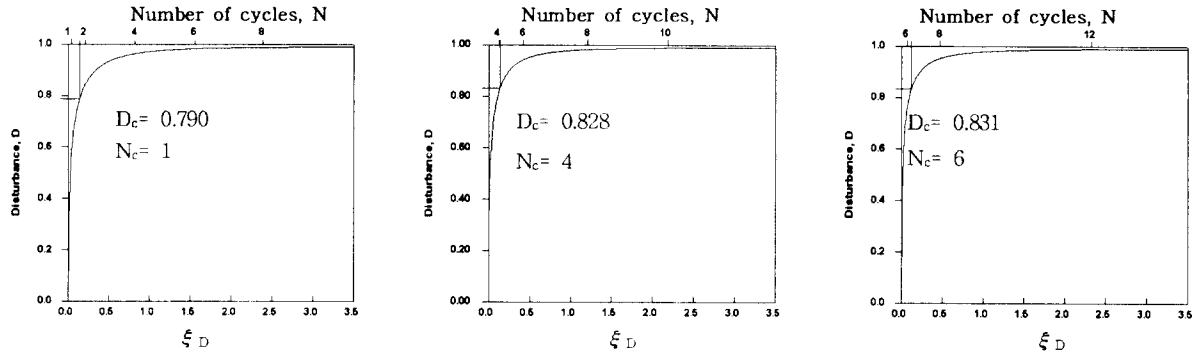
(a) Dr = 40% (b) Dr = 50% (c) Dr = 60%

그림 6. 교란도함수



(a) Dr = 40%　　(b) Dr = 50%　　(c) Dr = 60%

그림 7. ξ_D에 따른 교란도함수의 곡률



(a) Dr = 40%　　(b) Dr = 50%　　(c) Dr = 60%

그림 8. 교란도함수상의 한계교란도

DSC법을 통한 전체적인 해석결과를 표3에 도시하였다.

표 3. DSC법을 통한 해석결과

상대밀도	교 란 도 함 수	D_c	$\xi_D(N_c)$	N_c	N_l
40 %	$0.99[1-e^{(-3.935\xi_D^{0.459})}]$	0.789	0.14	1	1
50 %	$0.99[1-e^{(-4.444\xi_D^{0.441})}]$	0.828	0.13	4	4
60 %	$0.99[1-e^{(-4.483\xi_D^{0.414})}]$	0.831	0.11	6	6

시험결과를 통해서도 알 수 있듯이 재료의 상대밀도가 증가함에 따라 액상화발생에 요구되는 반복하중의 재하회수는 증가하였다. 이에 대한 역학적 증거로 상대밀도가 증가함에 따라 액상화발생에 요구되는 한계교란도, D_c의 값은 증가하였으며, 액상화발생시점에서의 ξ_D는 감소하고 있다. 이와 같은 결과는 상대밀도가 증가함에 따라 재료가 보다 견고해지므로 액상화 발생에 있어 보다 많은 교란, 즉 보다 많은 외부하중이 요구되며 또한 액상화에 도달한 시기에 발생한 소성변형률은 보다 작게 나타남을 말해주는 물리적인 의미를 가진다.

6. 결론

본 연구에서는 사질토의 액상화평가시 재료의 역학적 거동특성에 기초한 DSC법을 이용한 액상화 평가를 수행하였다. 해석에 적용된 시험결과는 주문진 표준사에 대해 수행한 진동삼축시험결과이다. 이상의 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 주문진 표준사를 대상으로 한 진동삼축시험결과는 다른 조건이 동일한 경우 상대밀도가 증가함에 따

라 액상화 발생에 요구되는 반복하중의 재하회수가 증가하였다.

2. DSC법을 통한 액상화평가 결과, 시료의 상대밀도가 증가함에 따라 액상화발생에 요구되는 시료의 한계교란도는 증가하는 경향을 나타내었고, 소성변형률은 감소하는 결과를 보였다. 이는 시료의 상대밀도가 증가함에 따라 재료가 보다 견고한 상태에 있으므로 시료의 교란상태가 보다 클 때 액상화에 도달하게 되며, 소성변형도 감소되는 것으로 판단된다.
3. 액상화현상의 해석에 있어 본연구에서 제안한 재료의 역학적 거동특성에 기초를 둔 DSC법은 시험결과와의 비교를 통해 볼 때 신뢰할 만한 결과를 보여주었으며, 이를 통한 합리적인 액상화평가의 수행이 가능하다고 판단된다.

감사의 글

본 논문은 STEPI(ED-01-04) "지진 재해 대응기술 개발사업" 그리고 EERC (97K3-1301-02-01-3) "우리나라 지반액상화평가를 위한 기반조성연구" 과제에 의해 이루어졌음을 밝히며 이에 대해 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 김경환(1998), 액상화가능성 평가방법에 관한 연구, 연세대학교 공과대학 토목공학과 석사학위논문.
2. Nemat-Nasser, S. and Shokooh, A.(1979), "A Unified Approach to Densification and Liquefaction of Cohesionless Sand in Cyclic Shearing," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 16, pp. 659-678.
3. Park, I. J.(1997), *Disturbed State Modelling for Dynamic and Liquefaction Analysis*, Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Univ. of Arizona, Tuscon, Arizona.
4. Seed, H. B. and Idriss, I. M.(1967), "Analysis of Soil Liquefaction : Niigata Earthquake," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 93, No. SM6, pp.83-108.
5. Davis, R. O. and Berrill, J. B.(1982), "Energy Dissipation and Seismic Liquefaction in Sands," *Earthquake Engineering and Structral Dymamics*, Vol. 10, No. 1, pp. 59-68.
6. Law, K. T. and Cao, Y. L.(1990), "An Energy Approach for Assessing Seismic Liquefaction Potential," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 27, pp. 320-329.
7. Figuera, J. L., Saada, A. S., Liang, L., and Dahisaria, N. M.(1994), "Evaluation of Soil Liquefaction by Energy Principles," *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 120, No. 9, pp.1554-1569.
8. Iwasaki, T., Tatuoka, F., Tokida, K., and Yasuda, S.(1978), "A Practical Method for Assessing Soil Liquefaction Potential Based on Case Studies at Various Sites in Japan," *Proceedings of 5th Japan Earthquake Symposium*, pp. 641-648.
9. Norris, G., Siddharthan, R., Zafir, Z., and Madhu, R.(1997), "Liquefaction and Residual Strength of Sands from Drained Triaxial Tests," *Journal of the Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Division*, ASCE, Vol. 123, No. 3, pp.220-228.
10. Vaid, Y. P. and Thomas, J.(1995), "Liquefaction and Postliquefaction Behavior of Sand," *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 121, No. 2, pp. 163-173.
11. Desai, C. S. and Wathugala, G. W.(1987), "A Hierarchical and Unified Models for Solids and Discontinuities (Joints/Interfaces)," Short Course Notes, *Workshop on Implementation of Constitutive Laws of Engineering Materials*, Dept. of Civil Engineering and Engineering Mechanics, University of Arizona, Tuscon, Arizona, pp. 9-10, 31-124.
12. Armaleh, A. S. and Desai, C. S.(1990), "Modeling Include Testing of Cohesionless Soils under Distributed State Concepts," *Report to the NSF*, Dept. of Civil Engineering and Engineering Mechanics, University of Arizona, Tuscon, Arizona.
13. Chan, C. K., Li, X. S., and Shen, C. K.(1988), "An Automated Triaxial Testing System", *American Society for Testing and Materials*, pp. 95-106.