

다중 소오스를 가진 네트의 최적 배선에 관한 연구

Optimal Wiresizing of nets with Multiple Sources

김현기* · 정상범** · 이천희**

극동정보대학* · 청주대학교**

Kim, Hyun-gi · Jeong, Sang-Bum** · Yi, Cheon-hee**

Keugdong College* · Chongju University**

요 약

본 논문은 발표된 Elmore 지연 모델에 속하는 다중 소오스를 가진 네트의 최적화 배선 크기 문제를 연구했다. 소오스 서브트리(SST)에 있는 네트와 로딩 서브트리의 세트(LSTs)로 분해한다. 그리고 LST 분리성, LST 단순한 특성, SST 국부적으로 단순한 특성과 일반적으로 우월한 특성을 포함하는 특성의 수를 만족하는 최적 배선 크기 해를 보여준다. 더구나 모든 이전의 연구와 번들로 개선된 특성의 안정된 것보다도 다양한 에지 분할을 사용해 최적의 배선크기 문제를 연구하였으며 이들 특성은 최적의 해를 계산하는데 효과적인 알고리즘을 유도한다.

1. 서론

서브마이크론 디바이스 디멘션, 기가헬즈 클럭 주파수와 고집적 멀티 칩 모듈 디자인에서 연구된 VLSI 기술과 같이 상호 연결 지연은 시스템 성능을 결정하기 위한 요소가 된다. 그러므로 지연 최소화를 위한 상호연결 최적화는 최근까지 많이 발표된 논문으로부터 유도해낼 수 있다. 이를테면 경계범위의 경계비용 트리[1]의 구조, AHK 트리[2], A-트리[3], 저지연 트리[4]와 IDW/CFD 트리[5]와 같은 기술이 최적화이다. 본질적으로 이들 방법은 전체 트리 길이와 입력 핀(소오스)와 타임 임계 출력 핀(임계 싱크)의 세트간의 패스 둘다 최소화하기 위한 상호연결 트리를 구축한다. 그런데 일반적인 Steiner 트리 알고리즘은 전체 트리 길이만을 최소화한다.

상호연결 최적화 방법의 다른 형태는 상호연결 트리의 배선 크기이다. 따라서 소오스로 부터 임계 싱크까지의 평균 상호연결 지연 가중치를 최소화 하였다[6]. 그리고 다항식 타임 최적화 알고리즘을 개발한다. 나중에 감도에 기초한 배선크기는 최대 상호연결 지연을 위한 최소화를 제안한다.

이들 모든 상호연결 최적화 방법은 각 상호연결 트리에서 단일 소오스와 임계 싱크의 세트간에 지연 최소화를 가정한다. 그러므로 이것들은 단일 소오스 상호연결 트리(SSITS)에 적용할 수 있다. 따라서 이것들은 다른 시간에 상호연결 트리를 구동하는 각각의 다중 위치 소오스를 가진 상호연결 트리가 많이 존재한다. 예를 들면 버스로 디자인된 상호연결 트리에서 각 핀은 3상태 게이트로 제어되고 상호연결 트리의 소오스가 된다.(그림 1(a)) 존재하지 않는 상호연결 최적화 방법은 Cong와 Madden에 의한 매우 최근의 연구를 제외한 다중소오스 상호연결 트리(MSITS)로 고찰된다. 여기서 최소 경비 최소 직경 A트리의 구조에 기초한 MSIT 기술 최적화 방법이 개발하였다.

본 논문에서는 이미 발표된 Elmore 지연 모델하에서 MSITs를 위한 최적화 배선크기 문제를 연구하였다. 소오스 서브트리(SST)와 로딩 서브트리(LSTs)안에서 MSIT를 분석하였고 LST 분리성, LST 단조로운 특성, SST 로컬 특성과 일반적으로 조절된 특성을 포함하는 이 분석 하에서 최적화 배선크기 해의 흥미로운 특성의 몇가지를 보였다. 이들 특성은 MSIT에서 최적화 배선 폭을 할당을 계산하

기 위해 효과적인 알고리즘으로 유도한다.

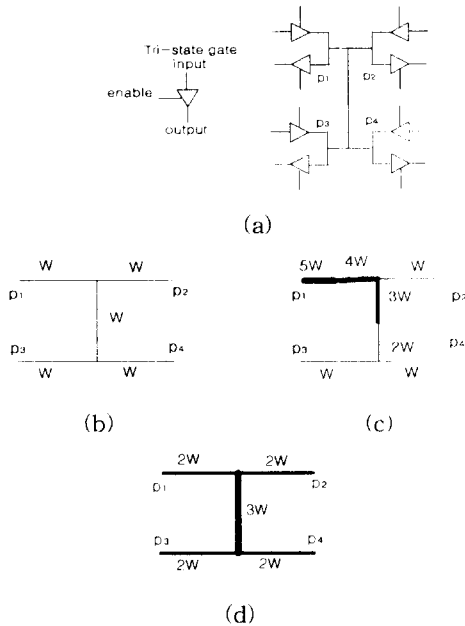


그림 1. 3개의 배선크기 해를 갖는 다중 소오스 상호 연결 트리

2. MSIT을 위한 배선크기

주어진 MSIT에서 각 핀은 소오스 또는 싱크와 또는 둘다 별도의 시간이 될 수 있다. src(MSIT)는 소오스의 세트가 되고 sink(MSIT)는 싱크의 세트가 되게 한다. 별도의 시간에서 소오스와 싱크가 될 수 있다면 핀은 src(MSIT)와 sink(MSIT)에 속한다. 두 소오스가 같은 시간에 실행되지 않는다고 가정한다.

노드는 MSIT에서 핀이거나 Steiner 노드로 간주되며 세그먼트는 두 노드를 연결한다. $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ 이 MSIT에서 세그먼트의 세트이다. 특히 각 세그먼트는 에지의 순서로 나누어진다. $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ 은 MSIT에서 모든 에지의 세트이다. 배선 크기 문제는 각 에지에 대해 $\{W_1, W_2, \dots, W_n\}$ ($W_1 < W_2 < \dots < W_n$)로 주어진 세트로부터 배선 폭을 알 수 있다. 에지 안의 배선 폭이 변하지 않는다고 가정한다. 그러므로 에지 분할은 변하게 하기 위해 배선 폭을 가능하도록 몇차례 조정한다.

다중 소오스 싱크 페어를 다루기 위해서 가중된 Elmore 지연 공식화를 도입하면 다음과 같다.

$$t^{ij}(MSIT, \epsilon, W) = \sum_{N_i \in src(MSIT), N_j \in sink(MSIT)} \lambda^{ij} \cdot t^{ij}(MSIT, \epsilon, W) \quad (1)$$

여기서 $t^{ij}(MSIT, \epsilon, W)$ 는 소오스 N_i 와 싱크 N_j 간에 Elmore 지연[6]이다. 그것의 우선순위를 나타

내기 위해 패널티 웨이트 λ^{ij} 를 가진 에지 분할 ϵ 과 배선 크기 해 W 의 기능이다.

MSIT에서 에지 분할 ϵ 과 가능한 배선 폭 선택의 세트가 주어진다면 지연 최소화를 위한 MSWS 문제는 ϵ 하에서 모든 에지 E 를 위한 배선 폭 w_E 가 주어진 배선크기 해 W 가 결정된다. 따라서 웨이트 지연 $t^{ij}(MSIT, \epsilon, W)$ 가 결정된다.

3. 웨이트 지연

유사하게 소오스 N^i 와 싱크 N^j 간에 Elmore 지연 t^{ij} 은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$t^{ij}(MSIT, \epsilon, W) = K_0^{ij} + K_1 \cdot \sum_{E \in MSIT} l_E \cdot w_E + K_2 \cdot \sum_{E, E' \in MSIT} f^{ij}(E, E') \cdot \frac{l_E \cdot l_{E'} \cdot w_E}{w_E} + K_3 \cdot \sum_{E, E' \in MSIT} f^{ij}(E, E') \cdot \frac{l_E \cdot l_{E'}}{w_E} + K_4 \cdot \sum_E g^{ij}(E) \cdot \frac{l_E}{w_E} + K_5 \cdot \sum_{E \in MSIT} h^{ij}(E) \cdot \frac{l_E^2}{w_E} \quad (2)$$

여기서 w_E 와 l_E 는 E 에지의 배선 폭과 길이가 된다. ϵ 가 일률적이고 모든 에지가 같은 길이를 가질 때 길이는 등식(2)로부터 생략할 수 있다. 그밖에 $k_0^{ij}, k_2, \dots, k_5$ 는 IC 또는 MCM에서 제조 기술에서 의존하는 상수이고 $f^{ij}(E, E')$, $g^{ij}(E)$ 와 $h^{ij}(E)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$f^{ij}(E, E') = \begin{cases} 1 & \text{if } E \in P(N_{i+}, N_j) \text{ and } E' \in Des^i(E) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$g^{ij}(E) = \begin{cases} \sum_{v \in sink(E)} c_v^s & \text{if } E \in P(N_{i+}, N_j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$h^{ij}(E) = \begin{cases} 1 & \text{if } E \in P(N_{i+}, N_j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서 $P(N_{i+}, N_j)$ 는 구동 저항 N_i 부터 N_j 까지 단일 패스이다. $Des^i(E)$ 는 소오스 N_i 를 따라 흐르는 신호에 대해 E 의 모든 하류 에지의 에지 세트이다. $sink(E)$ 는 소오스 N_i 를 따라 흐르는 신호에 대해 E 의 모든 하류의 sink의 노드 세트이다. 그리고 c_v^s 는 sink v 에서 캐패시턴스이다.

λ^{ij} 는 표준화되었다고 가정하면 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} k(\text{MSIT}, \epsilon, W) = & K_0 + K_1 \cdot \sum_{E \in \text{MSIT}} l_E \cdot \\ & w_E + K_2 \cdot \sum_{E, E' \in \text{MSIT}} F(E, E') \cdot \frac{l_E \cdot l_{E'} \cdot w_E}{w_{E'}} \\ & + K_3 \cdot \sum_{E, E' \in \text{MSIT}} F(E, E') \cdot \frac{l_E \cdot l_{E'}}{w_E} + K_4 \cdot \\ & \sum_{E \in \text{MSIT}} G(E) \cdot \frac{l_E}{w_E} + K_5 \cdot \sum_{E \in \text{MSIT}} H(E) \cdot \\ & \frac{l_E^2}{w_E} \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} k_0 = & \sum_{N_i \in \text{src}(\text{MSIT}), N_j \in \text{sink}(\text{MSIT})} \lambda^{\ddot{u}} \cdot K_0^{\ddot{u}} \\ F(E, E') = & \sum_{N_i \in \text{src}(\text{MSIT}), N_j \in \text{sink}(\text{MSIT})} \lambda^{\ddot{u}} \cdot f^{\ddot{u}}(E, E') \\ G(E) = & \sum_{N_i \in \text{src}(\text{MSIT}), N_j \in \text{sink}(\text{MSIT})} \lambda^{\ddot{u}} \cdot g^{\ddot{u}}(E) \\ H(E) = & \sum_{N_i \in \text{src}(\text{MSIT}), N_j \in \text{sink}(\text{MSIT})} \lambda^{\ddot{u}} \cdot h^{\ddot{u}}(E) \end{aligned}$$

다중 소오스와 sink에 대한 가중치 지연 공식화는 단일 소오스와 다중 sink에 대한 것과 유사할지라도 계수 함수 F, G와 H는 아주 다른 특성을 가진다. SSWS 문제와 비교할 때 MSWS 문제는 아주 많이 복잡하고 아주 다른 특성으로 유도된다.

4. 최적 MSWS 해의 특성

4.1 최적 SSWS 해

라우팅 트리에서 한 개의 소오스만을 가지고 있을 때 각 에지는 단일 신호가 흐르는 방향을 가진다. 트리에서 신호의 흐름에 대하여 조상과 자손을 정의할 수 있다. 최적 SSWS 해의 특성은 다음과 같이 주어진다[6].

① 분리성

SSIT에서 소오스로부터 발생된 패스 P의 배선 폭 할당이 주어진다면 P로부터 분기된 각 서브 트리에 대한 최적 배선 폭 할당은 독립적으로 수행된다.

② 단조로운 특성

SSIT가 주어진다면서 에지 E가 에지 E'의 조상이 라면 $w_E \geq w_{E'}$ 이기 위해 최적 배선크기 해가 존재한다. 두 배선 크기 해 W와 W'이 주어진다면서 W는 모든 에지 E에 대한 $w_E \geq w'_E$ 가 의미하는 W'를 지배한다. 라우팅 트리에 대한 배선 크기 해 W와 트리에서 특정한 에지가 주어진다면서 E에서 국부적인 개선은 다른 에지에서 W의 배선 폭 할당을 유지하는동안 E의 배선을 최적화하기위해 동작한다.

③ 우월 특성

W'가 SSIT에 대한 최적의 배선크기 해라고 가

정한다. 배선 크기 해 W가 W'에 대해 우월하다면 W의 다른 국부적인 개선은 W'에 대해 지배적일 것이다. 유사하게 W가 W'에 의해 우월하다면 W의 국부적인 개선은 W'에 의해 지배적일 것이다.

다중 소오스의 존재하면 배선 크기 문제는 더욱 더 복잡해진다. 예를 들면 다중 소오스를 가지고 단조로운 배선크기는 잘 정의되지 않는다. 그럼에도 불구하고 이 연구는 MSITs에 대해 최적의 배선크기 해의 재미있는 특성 몇가지를 다음 부절에서 나타낸다. 이들 특성의 몇가지는 SSWS 문제에서 발생되고 다른 것은 MSWS 문제와 독특하게 발생된다.

4.2 MSIT의 분해

MSWS 문제를 가지고 복잡도를 줄이기 위해 그림2에서와 같이 소오스 서브트리(SSIT)와 로딩 서브트리(LSTs)의 세트안에서 MSIT를 분해한다. SST는 MSIT에서 모든 소오스 노드에 의해 서브트리에 이른다. MSIT로부터 SST를 제거한후에 서브트리는 세그먼트의 형태로 남는데 이것들의 각각을 LST라고 부른다. MSIT의 모든 편이 각기 다른 시간에서 소오스가 될 때 SST는 MSIT 전체가 되고 LST가 아니다.

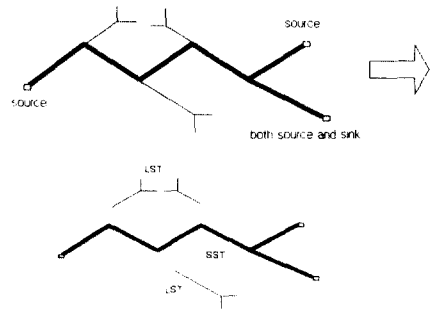


그림 2. MSIT에서 SST와 LST의 분해

SSIT에서 조상-자손 관계가 평행하다면 좌우 관계는 MSIT에서 도입된다. 극좌의 노드 Lsrc와 같이 독립적인 소오스를 선택한다. Lsrc로 흐르는 신호(전류)의 방향은 각 에지 E를 따라서 오른쪽 방향으로 흐른다. 각 정의하에서 LST에서 신호는 항상 오른쪽 방향으로 흐른다. 그러나 신호는 SST에서 에지에 대해 왼쪽이든 오른쪽이든 흐른다.

4.3 최적 MSWS 해의 특성

① LST 분리성

SST의 배선 폭 할당이 주어진다면서 SST로 분기되는 각 LST에 대한 최적 폭 할당은 독립적으로 수행될 수 있다. 더구나 SST와 LST의 근으로부터 생성된 패스 P들다 배선 폭 할당이 주어진다면서 P로부터 분기되는 각 서브트리 분기에 대한 최적 배선 폭 할당은 독립적으로 수행될 수 있다.

② LST 단조로운 특성

MSIT에서 최적 배선 크기 해 W' 가 존재한다. 여기서 에지 폭은 MSIT에서 각 LST안의 단조롭게 오른쪽 방향으로 감소한다. 이 LST 단조로운 특성은 SST로부터 분기되는 노드에서 구동 드라이버를 가진 SSIT와 같이 LST를 고찰하여 증명할 수 있고 SSIT에서 조상-자손 관계를 가진 LST에서 좌우 관계를 교체함으로 증명할 수 있다.

단조로운 특성은 각 LST안에 존재한다. LST에서 루트 에지는 LST 분기에 의한 에지보다 더 넓다. 이 예는 단조로운 특성이 SSWS 문제가 MSIT에서 특별한 소오스를 유지하지 않는 것과 같이 보여준다.

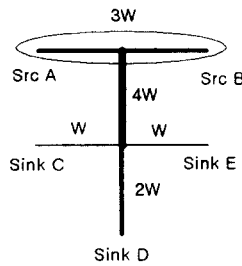


그림 3. 최소 배선 폭 w 을 갖는 두 소오스에 대한 최적 배선 폭

③ SST 국부적인 단조로운 특성

다른 소스가 액티브일 때 SST의 에지에서 신호 방향이 변화될수있을지라도 최적 MSWS 해가 국부적인 단조로운 특성을 만족한다.

세그먼트 S 안에 에지 E_1 과 E_2 를 위한 MSIT가 주어진다면 $F(E_1, E_2)$ 는 불변성이고 E_1 이 E_2 의 왼쪽이고 $F_L(S)$ 라고 표시한다. 그리고 E_1 이 E_2 의 오른쪽에 있다면 $F(E_1, E_2)$ 는 다른 불변성으로 $F_R(S)$ 라고 표시한다.

MSIT에서 최적 배선크기 해가 존재하기 때문에 각 세그먼트 안에 에지 폭이 단조롭다. (1) $F_L(S) > F_R(S)$ 이므로 S 안에서 에지 폭은 단조롭게 오른쪽으로 감소한다. (2) $F_L(S) = F_R(S)$ 이라면 S 안에서 에지는 같은 폭을 가진다. (3) $F_L(S) < F_R(S)$ 이라면 S 안에서 에지 폭은 단조롭게 오른쪽으로 증가한다.

물론 국부적인 단조로운 특성은 LSTs에서 세그먼트를 유지한다. 여기서 $F_L(S)$ 는 $F_R(S)$ 보다 항상 더 크다. (사실 $F_R(S)=0$ 이다.) 그리고 배선 폭은 LST 단조로운 특성에 의해 주어진과 같이 항상 오른쪽으로 감소한다.

④ 우월 특성

국부 개선 동작과 우월 관계의 정의의 결과로서 우월 특성은 MSWS 문제를 유지한다. 비록 우월 특성이 SSWS 문제에 대한 조상-자손 관계에 기초로 하여 증명되었다 할지라도 일반적인 특성은 조상-자손 관계이거나 좌측-우측 관계의 종속 관계가 아님을 보여준다[6].

[6]에서 GWSA 알고리즘에 의해 최적 배선 크기 해의 하측과 상측 경계의 효과적인 계산을 가능하게 한다. 이것은 MSIT에서 각 에지의 하측 경계나 상측 경계나 강화하기 위해 국부 개선 동작 반복을 사용한다.

5. 결론

다중 소오스 네트워크에서 배선 세그먼트의 고유한 크기는 상호 연결 지연에서 낮게 할당되는 것을 보여준다. 변수 에지 분할을 사용해 효과적인 배선 크기 알고리즘을 개발했다. 우수한 에지 분할에 기초를 둔 최적 배선크기 해와 같이 같은 배선 크기 해를 이루지만 계산시간이 적게 소모되는데 사용된다.

다중 소오스 네트워크에서 상호연결 지연을 줄이기 위해 다중 소오스 네트워크에서 배선 크기 문제와 동시에 드라이버를 연구할 계획이다. 역시 최소 지연, 영역과 전력 낭비하는 다중 오브젝트 최적화에 대한 효과적인 다중 소오스 배선 크기 알고리즘을 개발할 계획이다.

참고문헌

1. J. Cong, A. B. Kahng, G. Robins, M. Sarrafzaden, and C. K. Wong, " Provably Good Performance-Driven Global Routing", IEEE Tran. on CAD, 11(6), June 1992, pp. 739-752.
2. J. Alpet, T. C. Hu, J. H. Huang, and A. B. Kahng, "A Direct Combination of the Prim and Dijkstra Constructions for Improved Performance-Driver Routing", Proc. IEEE Int'l Symp. on Circuits and Systems, May 1993, pp. 1869-1872.
3. J. Cong, K. S. Leung, and D. Zhou, " Performance-Driven Interconnect Design Based on Distributed RC Delay Model", Proc. ACM/IEEE Design Automation Conf., 1993, pp. 606-611.
4. K. D. Boese, A. B. Kahng, and G. Robins, " High-Performance Routing Trees With Identified Critical Sinks", Proc. ACM/IEEE Design Automation Conf., 1993, pp. 182-187.
5. X. Hong, T. Xue, E. S. Kuh, C. K. Cheng, and J. Haung. " Perfomance-Driven Steiner Tree Algorithms For Global Routing", Proc. ACM/IEEE Design Automation Conf., 1993, pp. 177-181.
6. J. Cong, and K. S. Leung, " Optima Wiresizing Under the Distributed Elmore Delay Model", IEEE Tran. on CAD, 14(3), March 1995, pp. 321-336.