

임피던스 경계조건을 이용한 유도가열 시스템의 해석

김우균, 오수익

서울대학교 기계설계학과

Analysis of Induction Heating System using the Impedance Boundary Condition

Woo-Kyun Kim, Soo-Ik Oh

Department of Mechanical Design and Production Engineering
Seoul National University

Abstract

Induction heating is commonly used in process heating prior to metal working and in heat treating, welding, and melting. For an analysis of induction heating system, it is necessary to calculate eddy currents in conductors induced by a source current. This study examines the use of the Impedance Boundary Condition for the reduction of the field problem encountered in the computation of eddy currents in non-magnetic and magnetic conductors with small penetration depths to a simpler exterior problem. The electric field intensities on the conductor surfaces computed by using the IBC are compared with the values obtained from the full region solution (i.e. without the use of IBC) and those agree well with the latter.

Key Words : induction heating, eddy current, impedance boundary condition

1. 서론

유도가열은 시간에 따라 변화하는 자기장에 놓여진 도체에 유도되는 와전류(eddy current)를 이용하여 가열하는 방식이다. 유도가열은 노(furnace)에 의한 가열에 비해 경제적으로 많은 장점을 가지고 있으므로 산업 전반에서 점차 널리 쓰이고 있다.

유도가열 시스템을 해석하기 위해서는 주어진 열원에 대한 열전도 방정식을 풀어야 한다. 유도가열에서의 열원은 도체에 유도되는 와전류로부터 비롯되므로 열전달 해석과 아울러 전자

기장을 해석하여 도체 내부의 와전류의 분포를 계산하는 것이 필요하다. 한편, 유도가열 시스템에서 시변자기장은 가열되는 소재 주위의 도선에 흐르는 교류전류에 의해 유도되는데, 이 교류전류의 주파수가 높아질수록 도선에서 비롯된 전자파가 도체를 깊이 투과하지 못하고 도체 표면의 극히 얇은 부분까지만 전파하게 된다. 이러한 현상을 피부효과(skin effect)라고 하는데 수치해석을 이용하여 전자기장 해석을 수행할 때에는 상당한 어려움을 초래하게 된다.

이번 연구에서는 임피던스 경계조건을 이용하여 도체를 포함한 전체 영역을 해석하지 않고 도체의 외곽을 해석하는 방법에 대하여 살펴보고 하겠다.

2. 피부효과와 임피던스 경계조건

평면파가 반무한도체에 수직으로 입사할 때 침투깊이(penetration depth : 전계의 세기가 표면에서의 값의 1/e로 줄어드는 깊이)는 다음 식 (2-1)로 주어진다.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (2-1)$$

다음 그림 2-1에서는 위 식 (2-1)에 따라 철 ($\sigma = 1.0 \times 10^{-7} (\Omega/m)$, $\mu_r = 5000$)의 침투 깊이를 보여주고 있다.

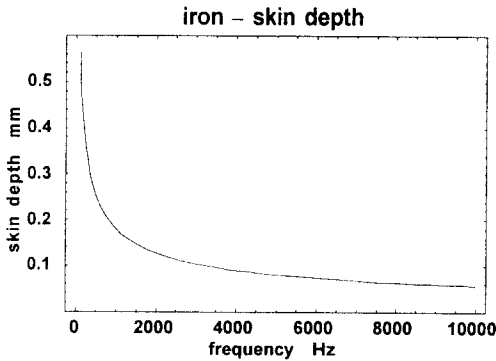


그림 2-1. 철의 침투깊이

위 그림에서 알 수 있듯이 유도가열의 주파수대인 수 천 Hz에서는 침투깊이가 0.1mm 이하가 된다. 따라서, 유한요소법과 같은 수치해석방법으로 도체 내부를 해석하려고 할 때에는 이러한 얇은 영역에 요소망을 생성해야 하므로 전체 요소망이 상당히 거대해지게 된다. 이러한 현상은 3차원 해석에서 더욱 두드러지므로 3차원 와전류의 해석은 10 만 이상의 요소를 사용하고 있다[1].

이러한 작은 침투깊이를 가지는 문제에 대해서 도체의 내부(많은 요소의 원인이 되는)를 해석하지 않고 도체 표면을 전체 영역의 경계로 삼아 그 외곽만을 해석하도록 하는 방법이 임피던스 경계조건(Impedance boundary condition)이다.

페이저를 도입한 해석에서 도체 표면에서의

전계의 세기 E 와 자계의 세기 H 의 접선 성분은 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\hat{n}_c \times E = Z_s \hat{n}_c \times (\hat{n}_c \times H) \quad (2-2)$$

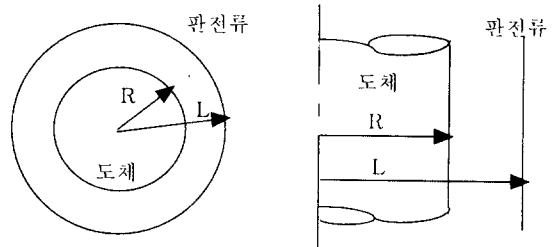
위 식에서 \hat{n}_c 은 도체 표면의 바깥을 향하는 단위수직벡터이고, surface impedance Z_s 는 반무한도체의 surface impedance 값을 사용한다[2].

$$Z_{so} = \frac{1+j}{\sigma\delta} \quad (2-3)$$

유한한 곡률을 가진 표면의 곡률에 대해 1차 수정항을 도입한 식도 있다[3].

3. 도체 표면에서의 전계의 세기 비교

앞에서 도입한 IBC의 타당성을 검증하기 위해서 먼저 1차원 문제를 해석하였다.



<위에서 본 모양>

<앞에서 본 모양>

$$R = 0.1 \text{ m}, L = 0.15 \text{ m}, K = 65000 \text{ A/m}$$

그림 3-1. 1차원 유도가열 시스템

위 시스템의 경우에는 해석해가 주어져 있으므로 전체 영역을 해석한 해와 IBC를 사용하여 구한 해를 철과 알루미늄의 경우에 대해 비교해 보았다.

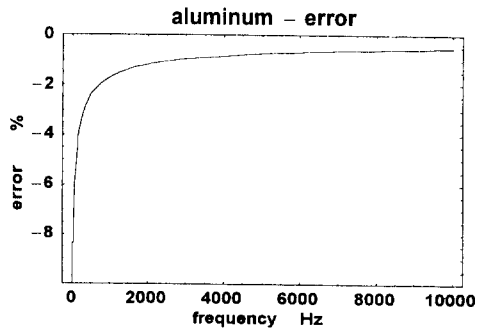


그림 3-2. 알루미늄의 오차

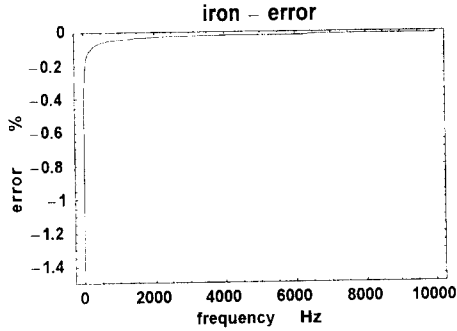


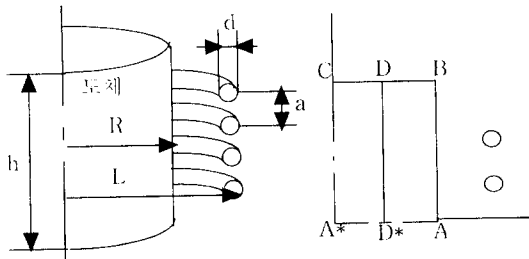
그림 3-3. 철의 오차

위의 그래프에서 비교한 값은 도체표면의 전계의 세기이며 오차는 다음식으로 계산되었다.

$$\text{오차} = \frac{\text{정해} - \text{IBC}}{\text{정해}} \times 100 (\%) \quad (3-1)$$

철의 경우가 알루미늄보다 더 정확했으며 주파수가 높아질수록 오차가 줄어들었다. 그것은 알루미늄의 경우보다 철의 경우가, 지주파보다 고주파에서의 침투깊이가 작기 때문이다.

다음으로 2차원 축대칭 문제를 해석하였다.



$$R=0.1\text{ m} \quad L=0.15\text{ m} \quad h=0.4\text{ m}$$

$$a=0.08\text{ m} \quad d=0.02\text{ m}$$

$$J=1.6 \times 10^7 \text{ (A/m}^2\text{)}, \text{ 재료: 알루미늄}$$

그림 3-4. 2차원 축대칭 유도가열 시스템

위 문제는 해석해가 없으므로 유한요소법을 이용한 수치해석을 통하여 구한 결과를 비교하였다. 해석에 사용한 요소와 절점의 수는 다음의 표 3-1에서 주어졌다.

	일반	IBC		일반	IBC
요소	3585	2785	요소	7917	4694
절점	3608	2868	절점	8012	4826

표 3-1. 요소와 절점의 수(좌:10,100 Hz,우:1000Hz)

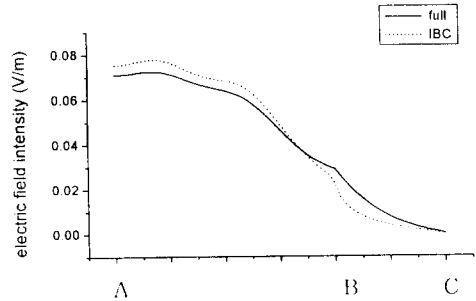


그림 3-5. IBC와의 비교-알루미늄 10 Hz

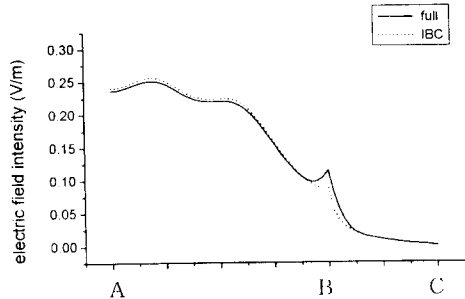


그림 3-6. IBC와의 비교-알루미늄 100 Hz

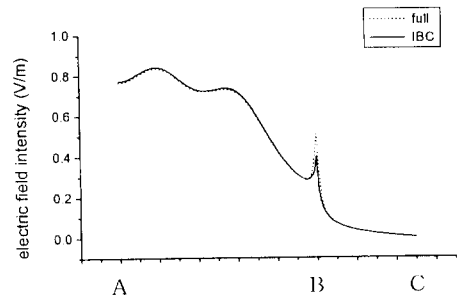


그림 3-7. IBC와의 비교-알루미늄 1000 Hz

IBC는 유한한 곡률의 도체 표면에 대해서 유도되었으므로, 원통형도체의 직각모서리인 B점에서 차이가 있다. 하지만 이러한 차이도 주파수가 커질수록 점차 줄어드는 것을 알 수 있다

4. 지수함수 근사와 열원계산

와전류에 의한 열원은 다음 식으로 계산된다.

$$p(x, y, z, t) = \text{Re } \mathbf{J} \cdot \text{Re } \mathbf{E} \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} p(x, y, z) &= \frac{1}{T} \int_0^T p(x, y, z, t) dt \\ &= \frac{1}{2} \sigma |\mathbf{E}(x, y, z)|^2 \end{aligned} \quad (4-2)$$

도체 표면에서의 전계의 세기를 구하였어도 열전달 해석을 위해서는 내부에서의 값도 알아야 한다. 이때, 내부의 전계의 세기의 분포는 표면에서부터 깊이 방향으로 지수적으로 감소하므로 이 사실을 이용하면 적절한 열원을 표면에서의 대등한 값으로 치환하여 해석할 수 있다.

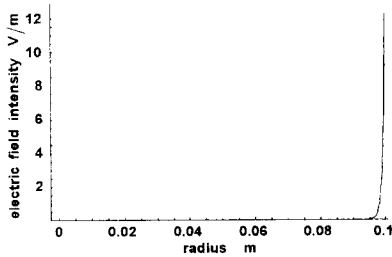


그림 4-1. 지수함수와의 비교-철 10 Hz (1차원)

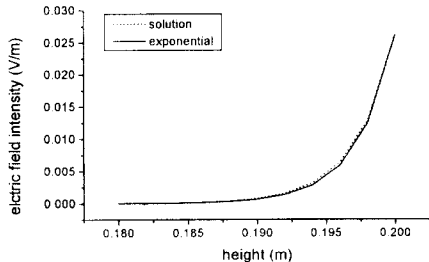


그림 4-2. 지수함수와의 비교 알루미늄 1000 Hz (2차원, D-D*방향)

앞의 그래프를 보면 지수함수와 잘 들어맞는 것을 알 수 있다. 이때에는 다음 식으로 계산된 열원을 표면 열원으로 보고 열전달 해석을 수행한다.

$$q_s = \frac{1}{4} \sigma \delta E^2 \quad (4-3)$$

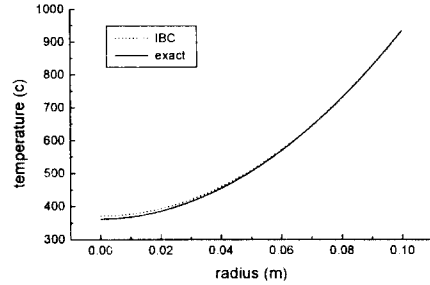


그림 4-3. 철의 온도분포 (1차원 100 Hz-1 min)

위 그림 4-3에서 보여지듯이 위의 표면열원으로 계산한 결과가 해석적으로 구한 해와 잘 맞는 것을 알 수 있다.

5. 결론

작은 침투깊이를 가지는 유도가열 시스템의 해석은 IBC를 사용하면 효율적으로 계산할 수 있으며, 식 (4-3)을 이용한 열전달 해석도 실제와 잘 일치한다고 할 수 있다.

6. 참고 문헌

- [1] W. Andree, D. Schulze, Z. Wang, "3D Eddy Current Computation in the Transverse Flux Induction Heating Equipment", IEEE Trans. Magnetics, vol.30, No.5, pp. 3072-3075, 1994.
- [2] W. Jingguo, J. D. Lavers, "Modified Surface Impedance Boundary Conditions for 3D Eddy Current Problems", IEEE Trans. Magnetics, vol.29, No.2, pp. 1826-1829, 1993.
- [3] K. M. Mitzner, "An Integral Equation Approach to Scattering from a Body of Finite Conductivity", Radio Science, Vol.26, No.12, pp.1459-1470, 1967 .