

분기좌굴이론을 이용한 박판성형공정에서의 주름발생해석

김종봉*, 양동열*, 윤정환**

* 한국과학기술원 기계공학과

** LG 생산기술원

An analysis of the wrinkling initiation in sheet metal forming using bifurcation theory

J.B.Kim*, D.Y.Yang*, J.W.Yoon**

* Dept. Mechanical Engineering, KAIST, Taejon, KOREA

** Prod. Eng. Research Cen., LG Electronic Inc., KOREA

Wrinkling is one of the major defects in sheet metal products and may be also attributable to the wear of the tool. The initiation and growth of the wrinkles are influenced by many factors such as stress state, mechanical properties of the sheet material, geometry of the body, and contact condition. It is difficult to analyze the wrinkling initiation and growth considering the factors because the effects of the factors are very complex and the wrinkling behavior may show wide variation for small deviation of the factors.

In this study, the bifurcation theory is introduced for the finite element analysis of wrinkling initiation and growth. All the above mentioned factors are conveniently considered by the finite element method. The finite element formulation is based on the incremental deformation theory and elastic-plastic material modeling. The finite element analysis is carried out using the continuum-based resultant shell elements considering the planar anisotropy of the sheet metal.

The proposed method is verified by employing to column buckling problem. And then, the initiation and growth of wrinkling in deep drawing of cylindrical cup are analyzed.

서론

주름(wrinkling)은 파단(tearing), 스프링 백(spring back)과 더불어 박판성형 공정에서 자주 발생하는 큰 결함 중의 하나이다. 주름은 압축응력이 소재가 지지할 수 있는 한계 이상일 때 소재가 소재면에 수직인 방향으로 휘어지는 현상으로 외관상으로도 좋지 않고, 치수 정밀도가 떨어지기 때문에 스프링 백과 함께 조립에 대한 결함이 된다. 또한 주름이 발생하면 성형 방향으로의 소재 흐름에 제한이 가해지기 때문에 이어지는 성형성을 저하시키는 요인이 되고 금형도 빨리 마모 시킨다. 이것은 생산 공정에서 생산성을 크게 저하시키는 요인으로 작용한다. 최근에는 자동차 산업을 비롯하여 전자산업, 항공기 산업 등 다양한 분야에 박판성형 공정이 이용되고, 또한 고정밀도 고부가가치 제품의 요구, 공정 개발 기간의 단축 요구 등으로 인해, 공정 개발단계에서 미리 생산 공정에서 발생할 수 있는 결함에 대해 예측하고 그에 대한 대처를 하는 것이 필수적이다.

주름은 응력을 비롯하여 소재의 형상(geometry), 발생된 주름의 수 등 많은 인자들의 영향을 받기 때문에 정의하기가 어렵다. 유한요소 해석에서도 사각형 컵 드로잉같이 기하학적으로 주름이 자연스럽게 발생하는 경우는 주름의 발생의 해석이 가능하지만[1], 원통형 컵 디프드로잉과 같은 축대칭 공정에서 원주 방향으로 발생하는 주름이나 puckering은 해석이 불가능하다. 외연적 시간 적분법을 이용하는 코드에서는 이와 같은 주름이 해석 되기도 하지만[2] 임의성이 있기 때문에 신빙성이 문제가 된다.

이와 같은 이유로 인해, 주름에 관한 연구는 특별한 공정에 대해서는 실험적으로나 이론적으로 많

이 수행되었지만[3,4], 모든 공정에 일반화 하여 설계에 적용할 수 있는 연구는 많지 않다. 특히 이론적인 연구에서는 접촉 조건, 블랭크 출딩력 등을 비롯한 여러가지 공정 변수들에 대해 많은 가정들을 도입 하기 때문에 실제 공정의 설계에 적용하기에는 부족하다. 컴퓨터 기술과 비선형 유한요소법이 발달하기 전까지의 주름에 관한 이론적인 연구는 대부분 좌굴에 관한 4 차의 미분 방정식의 해를 찾는 형태로 수행되었다[5,6]. Yamaki[5]는 원통 좌표계에서 4 차 미분방정식을 풀어서 균일한 압축응력을 받는 원형 박판의 좌굴을 탄성으로 해석하였다. Geckler는 탄소섬에서의 좌굴 계수 E_c 를 도입하여 이론적인 좌굴 해석을 수행하여, 원통형 컵 디프 드로잉시에 주름이 발생하는 한계 응력과 주름의 수에 관한 식을 얻었다[6]. 후에 Yu 와 Johnson[6]은 블랭크 출딩가 있는 경우로 확장하였다.

최근에는, 컴퓨터의 발달에 힘입어 좌굴 연구에서 많이 이용되고 있는 분기점 해석(bifurcation analysis) 방법을 도입하여 주름의 발생을 해석하는 연구가 많이 수행되고 있다. Tomita 와 Shindo[7]는 초기에 유한요소 격자 구조에 기하학적인 결함을 주고 Yoshida Buckling Test[8]를 해석하였다. Wang 과 Lee[9]은 분기점 해석 이론을 쉘 요소를 이용한 유한요소법에 적용하여 Yoshida buckling test를 해석하였다. 그러나, 이 연구를 또한 접촉과 마찰, 블랭크 출딩력 등을 고려하지 않거나 간략하게 근사화 하여 고려 했기 때문에 복잡한 박판성형 공정을 설계 하는데 이용하기는 어렵다.

본 연구에서는 박판성형 공정에서 발생하는 큰 결함중의 하나인 주름에 대해서 유한요소 해석을 수행하고자 한다. 탄소성 응축 쉘 요소를 이용하는 유한요소 코드에 분기좌굴 이론을 도입함으로써 복

잡한 접촉과 재료 및 기하학적 비선형성 등의 여러 가지 조건들을 모두 고려하여 주름의 발생 및 진행을 해석할 수 있었다.

2. 쉘 유한요소 수식화

본 장에서는 대변위 대변형을 고려하여 CBR 쉘 요소를 수식화 하였다. 응축 쉘과 응축 쉘로부터 CBR 쉘로 유도하는 여러 가지 방법은 Stanley[10]의 논문과 Bathe[11] 및 Hughes[12]의 문헌에 자세히 기술되어 있다. 본 연구에서는 Stanley 에 의해 연구된 비선형 탄성 CBR 쉘 이론을 평면 이방성을 고려하는 탄소성 해석에 확장한 Yoon[13]의 수식화에 기초하였다. 수식화는 전 스텝에서의 수렴 결과를 현재 스텝 계산의 기준으로 하는 updated Lagrangian 방법을 이용하였다.

shear 와 워핑 운동성(flexibility) 및 박판 성형 공정의 형상 변화 효과의 효율적인 고려를 위해 fiber 의 회전을 고려하여 Continuum Based 쉘(응축쉘) 요소를 개발하였다. (Fig.1)

$$\mathbf{K}^{\text{matl}}(\mathbf{x}; \Delta \mathbf{u}) + \mathbf{K}^{\text{geom}}(\mathbf{x}; \Delta \mathbf{u}) = \mathbf{F}^{\text{ext}}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

where

$$\mathbf{F}^{\text{int}} = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\sigma}_1 d\mathbf{v},$$

$$\mathbf{K}^{\text{matl}} = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{C}_1 \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_1 d\mathbf{v},$$

$$\mathbf{K}^{\text{geom}} = \int_V \nabla_1 (\delta \mathbf{u}_{1i})^T \boldsymbol{\sigma}_1^T \nabla_1 (\Delta \mathbf{u}_{1i}) d\mathbf{v}$$

여기에서 응력, 변형을 등의 모든 구성방정식과 관련된 물리량들은 현재의 laminar 축으로 변환되었고, 정적 가정에 의해 응축되었다.

3. 좌굴의 해석

분기 좌굴이 발생하는 문제에서는 해의 경로가 분기점에 도달하면 강성행렬이 특이성(singularity)을 가지게 되고, 보통의 Newton-Rhapson 방법으로는 해석을 진행할 수 없게 된다. Ricks[14]는 정확하게 분기점을 찾고 또 그 점에서부터 2 차 경로(secondary path)를 따라 해석을 진행시키는 연속진행방법(continuation method)을 제안하였다. 연속진행방법으로 해석을 진행하면 정확하게 좌굴 하중을 계산할 수 있고 또한 좌굴 후의 거동도 해석이 가능하다. 본 연구에서는 연속 진행 방법과 변위 증분법에 기초하여 박판성형 공정에서 발생하는 주름을 해석하고자 한다.

분기 좌굴이 발생하는 점을 지나서 구해지는 해는 1 차 경로(primary path)가 아닌 2 차 경로(secondary path)를 따라가야 한다. 1 차 경로를 따르는 해도 에너지 함수(functional)를 최소화 불안정한 상태이기 때문이다. 분기점에서 2 차 경로를 따르는 해의 증분 추측값은 다음과 같이 놓을 수 있다[14].

$$\Delta \mathbf{u}^s = \mathbf{a}(\Delta \mathbf{u}^p + \mathbf{b}\mathbf{v}) \quad (7)$$

여기에서 \mathbf{a} 는 0 보다 큰 임의의 실수이고, \mathbf{v} 는 분기점에서의 eigenvector 이다. 식(7)에서 1 차 경로

를 따르는 해 $\Delta \mathbf{u}^p$ 와 2 차 경로를 따르는 해 $\Delta \mathbf{u}^s$ 는 수직이어야 한다는 조건으로부터 \mathbf{b} 를 계산할 수 있다.

$$\mathbf{b} = -\frac{\Delta \mathbf{u}^p \cdot \Delta \mathbf{u}^p}{\Delta \mathbf{u}^p \cdot \mathbf{v}} \quad (8)$$

식(8)에서 1 차 경로와 eigenvector 가 수직이면 \mathbf{b} 의 계산이 불가능해진다. 그리고 본 연구에서 해석을 수행하고자 하는 분기 좌굴 예제는 모두 이와 같이 eigenvector 와 1 차 경로가 수직이기 때문에 다음과 같이 간단하게 하였다.

$$\Delta \mathbf{u}^s = \mathbf{a}\mathbf{v} \quad (9)$$

해의 경로가 분기점에 도달하면 식(9)에서 구한 $\Delta \mathbf{u}^s$ 를 초기 추측치로 설정하고 축차를 계속하여 2 차 경로를 따라 해가 진행되도록 하였다.

4. 예제 해석

4.1 접촉을 고려한 단순 지지보의 좌굴 해석

본 절에서는 단순지지 보의 좌굴과 좌굴 후 거동을 해석하였고, Euler 의 보 이론으로부터 구한 좌굴 하중을 비교하였다. 그리고 접촉에 의해 좌굴의 진행이 제한되어 다른 좌굴 모드로 변형이 진행되는 현상을 관찰하였다. 이 예제를 통해 접촉에 의해 구속이 가해지는 상황에서도 좌굴의 해석이 가능함을 보였다. 또한 보의 길이와 두께를 달리하여 좌굴 해석을 수행함으로써 탄성변형 상태에서 발생하는 좌굴과 소성변형 상태에서 발생하는 좌굴을 관찰하였다.

재료는 자동차 판발용 연강판을 사용하였고 물성은 다음과 같다. 항복식은 Hill[1949]의 수직이방성을 적용하였다.

Thickness	: 0.69 mm
E	: 200 GPa
ν	: 0.33
Stress-strain relation	: $\bar{\sigma} = 526(0.0057 + \bar{\epsilon})^{0.233}$
σ^0	: 158MPa
Normal anisotropy	: 1.82

Fig.2 는 해석에 사용된 보의 형상과 격자를 보여 주고 있다. 요소의 수를 달리하여 해석을 수행해 보았지만 좌굴 하중에는 영향을 주지 않았고, 단지 좌굴 후 거동에만 약간의 영향을 주었기 때문에 결과를 언급하지는 않았다. Fig.3 은 해석이 진행되는 과정 즉, 좌굴이 발생하는 과정을 보여준다. Fig.4(a)는 단순 지지 보의 좌굴 거동이고, Fig.4(b)는 clamped 보의 좌굴 거동이다. 문제 자체가 2 차원 거동을 보이는 문제이기 때문에 단면으로 나타내었다. 단순지지 보의 경우 양끝에서의 압축변위가 0.012mm ($\epsilon_c=0.012$)일 때 좌굴이 발생하였다. 계산한 좌굴 모드가 좌굴 발생 형상과 같다. eigenvector 는 가장 큰 성분(component)을 5mm 가 되도록 하여 도시하였고, 좌굴 형상은 너무 작아서 구별이 되지 않기 때문에 Z 방향으로 30 배 확대하여 도시하였다. 접촉이 발생한 후 2 차의 좌굴 발생은 변위가 1.7mm 에서 일어

났다. 좌굴 모드는 1 파장 \sin 곡선으로 나타나고 있지만 접촉에 의해 구속이 되어 실제 변형은 3/2 파장 \sin 곡선으로 일어나고 있다. 이것은 2 차 좌굴이 발생할 때 넓은 영역에서 접촉이 발생했기 때문으로 사료된다. 그럼에서 금형으로의 침투가 심해 보이지만 실제로는 크지 않고 축차를 통해서 수정된다.

Fig.4는 Euler의 보 이론으로부터 구한 좌굴 하중과 비교한 결과이다. Euler 보 이론에서 구한 하중을 정해라고 볼 때 단순지지 경우와 clamped 경우 각각 0.13%, 1.63% 크게 계산되었다. Fig.5는 단순지지 보의 좌굴 거동에 대한 하중-변위 곡선을 보여준다. 좌굴이 발생한 후 접촉이 일어날 때 까지는 하중이 거의 일정하게 유지된다는 점이 특이하다. 소성변형이 동반될 때의 좌굴 거동을 살펴보기 위해 두께와 길이를 달리하여 해석을 수행하였고 결과를 Fig.6에 나타내었다. 10mm 길이의 clamped 보에 대해 두께를 0.3mm, 0.4mm, 0.5mm, 0.6mm 인 경우에 대해 각각 해석을 수행하였다. 이 경우에는 좌굴 후에 소재의 곡률진 부위의 외각 부분에서 소성 변형이 발생하기 때문에 하중이 감소하는 현상이 발생하고 있다. 두께가 0.3mm 인 경우에는 탄성영역에서 좌굴이 발생하고 좌굴 후에 소성변형이 일어났고, 두께가 0.4mm, 0.5mm 인 경우에는 소재가 소성 영역으로 들어가면서 갑자기 바로 좌굴이 발생하였다. 그러나 두께가 0.6mm 인 경우에는 소재가 소성 영역으로 들어 갔을 때 바로 좌굴이 발생하지 않고 변형이 더 진행되었을 때 좌굴이 발생한다.

4.2 원통형 컵 디프 드로잉에서의 주름발생 해석

원통형 컵 디프 드로잉 공정에서 발생하는 주름은 분기 좌굴 해석에 의해 해석이 수행되어야 하는 대표적인 예제이다. Cao[15]는 초기 박판소재에 형상 결함을 주고 주름발생을 해석한 바 있다. 하지만 서론에서 언급했듯이 결함에 대한 임의성과 민감도 문제가 있다는 단점이 있다.

본 연구에서는 3장에서 기술한 방법대로 분기 좌굴 이론으로 접촉조건을 고려하여 주름의 발생을 해석하였다. 디프 드로잉의 금형치수와 초기 소재는 Fig.7에 나타냈다. 해석은 1/4 부분을 22×45 요소로 분할하여 수행하였다. 블랭크 홀더 처리는 블랭크 출딩력에 따른 홀더 간격의 조절이 어렵기 때문에 일정한 간격을 유지하면서 수행하였다.

Fig.8은 홀더 틈새가 2.0mm 일때 주름발생과정을 보여주고 있다. 틈새가 크기 때문에 드로잉이 시작되면서 바로 주름이 발생하였다. 그리고 4.0mm 후에는 해가 수렴하지 않았다. 유한요소법이 유연성이 좋지 않기 때문인 것으로 사료된다. Fig.9는 틈새가 0.7mm 인 경우 주름의 발생과정을 보여준다. 이 경우에는 외부에서 블랭크 출딩력을 가하지 않았어도 주름발생이 많이 지연되었다. 접촉에 의해서 어느 정도 구속이 되었기 때문으로 사료된다. 펀치변위가 14mm 일 때 처음으로 eigenmode 가 발생하여 몇 개의 주름이 발생하였다. eigenmode 는 Fig.8에서와 같이 원주를 따라 1 파장 \sin 곡선형태로 나타나지만 접촉과 관련하여 축차도중 주름의 수가 증가한 것이다. 그리고 해석이 진행될수록 주름의 발생은 현

저해지고 있다. 21mm 후에는 해가 수렴되지 않았다. 앞의 예제에서처럼 유한요소법이 유연성이 떨어지기 때문으로 사료된다.

5. 결론

본 연구에서는 분기 좌굴 이론을 응축 셀 요소를 이용하는 탄소성 유한요소법에 도입하여 분기 좌굴을 해석하였다. 보의 좌굴을 해석하여 제안된 방법의 신빙성을 보였다. 그리고 복잡한 접촉과 비선형성이 크게 포함되어 있는 원통형 컵 디프 드로잉에서 발생하는 주름을 해석해 봄으로써 본 방법에 의한 주름발생 해석 능력을 보였다.

References

- [1] D. J. Yoo, I. S. Song, D.Y. Yang, and J. H. Lee, Int. J. Mech. Sci., 1994, vol. 36, pp.513-546
- [2] J. Proubet, J. Mater. Process. Technol., 1994, vol. 45, pp.223-228
- [3] K. Nakamura and T. Nakagawa, 1984, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., vol. 25, pp.831-838
- [4] L. C. Zhang and T. X. Yu, J. Mater. Process. Technol., 1991, vol. 28, pp.321-334
- [5] N. Yamaki, J. Appl. Mech., 1958, vol. 25, pp.267-273
- [6] T. X. Yu and W. Johnson, Int. J. Mech. Sci., 1982, vol. 24, pp.175-188
- [7] Y. Tomita and A. Shindo, Int. J. Mech. Sci., 1988, vol. 30, pp.921-931
- [8] K. Yoshida, J. Jpn. Soc. Techn. Plasticity, 1983, vol. 24, pp.901
- [9] X. Wang and Lawrence H. N. Lee, I. J. Plasticity, 1993, vol.9, pp.1-19
- [10] G. Stanley, Ph.D Thesis, 1985, Stanford University
- [11] K. J. Bathe, Finite element procedures in engineering analysis, Prentice-Hall, 1982
- [12] T. J. R. Hughes, The finite element method, Prentice-Hall, 1987
- [13] J. W. Yoon, 1997, Ph.D Thesis, KAIST
- [14] E. Ricks, 1979, Int. J. Solids Structures, 1979, vol. 15, pp.529-551
- [15] J. Cao and M. C. Boyce, Proceedings of NUMIFORM'95, 1995, A. A. Balkema, Rotterdam, pp.675-679

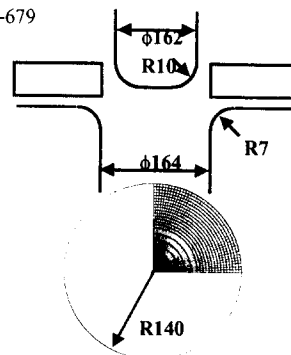


Fig.7 Tool and initial mesh for the analysis of deep drawing

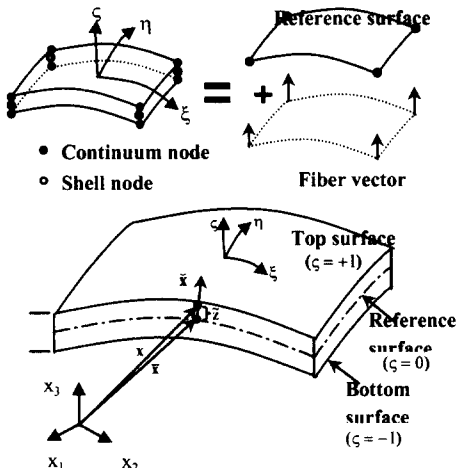


Fig.1 Continuum-based shell element

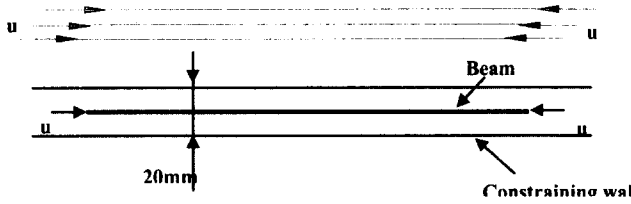


Fig.2 Initial mesh and wall for the analysis of column buckling

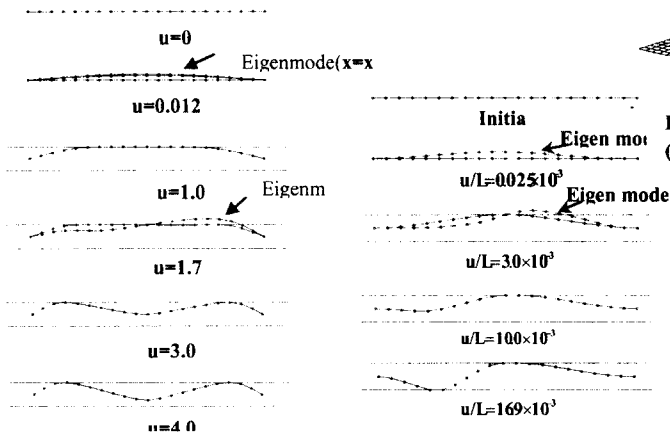


Fig.3(a) Buckling behavior(pin jointed) Fig.3(b) Buckling behavior(Clamped)

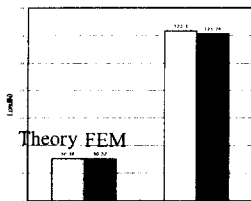


Fig.4 Comparison of buckling load

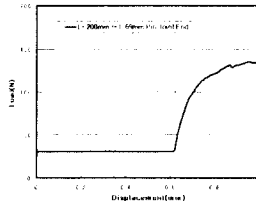


Fig.5 Load-displacement curve

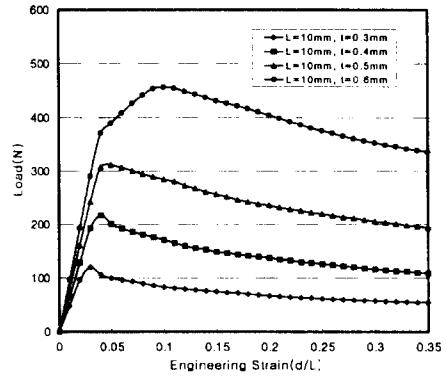


Fig.6 Load-displacement curve for various thickness of column

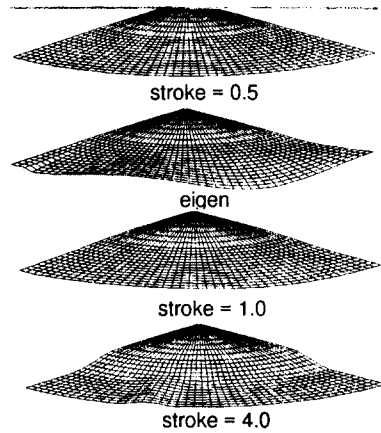


Fig.8 Wrinkles in deep drawing process (gap/t = 2.9)

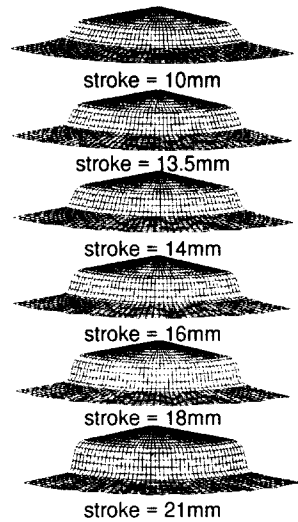


Fig.9 Wrinkles in deep drawing process (gap/t = 1.015)