

공작기계상에서의 측정데이터를 이용한 자유곡면 생성 Generation of Freeform Surface using Measured Data on the Machine Tool

이세복*, 김경돈(한양대 대학원 기계설계학과), 정성중(한양대 기계공학부)
S. B. Lee*, K. D. Kim(Han Yang Univ. Graduate School), S. C. Chung(Han Yang Univ.)

Abstract : The assessment of machined surface is difficult because the freeform surface must be evaluated by surface fairness as well as dimensional accuracy. In this paper, the methodology of freeform surface generation using measured data on the machine tool is presented. The reliability of measured points data is obtained by measuring error compensation. The compensated data are formulated through Non-uniform B-spline surface modeling. In order to improve the surface fairness, the generated model is smoothened by parameterization. The validity and usefulness of the proposed method are examined through computer simulation and experiments on the machine tool.

1. 서론

CAD/CAM 시스템과 자동화 설비의 보급으로 자유곡면의 설계 및 가공이 보편화되고 있다. 이에 반해 자유곡면의 측정 및 검사는 많은 연구가 진행되고 있음에도 불구하고 미진한 형편이다. 이는 곡면의 품위 평가가 치수 정밀도와 곡면 평활도(surface fairness)를 동시에 고려해야 하기 때문이다.

자유곡면 측정 및 검사에 관한 선행 연구로 정 등⁽¹⁾은 NC 공작기계상에서 자유곡면의 특정영역을 B-spline으로 모델링하여 측정침 반경보정에 활용하였다. Suh 등⁽²⁾은 곡면을 평면으로 근사해 반경보정을 수행하고 보정된 측정데이터를 다면체와 Bezier 곡면으로 모델링하였다. 그러나 곡면의 평활도에 대한 고려가 미비하여 다면체 모델과 Bezier 모델을 적용해야 할 곡면을 명확히 구분하지 못하였다. Aoyama 등⁽³⁾은 곡면의 평활도를 고려하지 못한 채 곡면 전체를 Bezier로 모델링하고 특정형상(feature)을 추출하는 방법을 제안하였다. Bezier 곡면은 다량의 측정점을 수학적 연속곡면

로 모델링하기 위해 패치(patch) 경계의 조정점을 조작해야 한다. Lott 등⁽⁴⁾은 C² 연속의 B-spline 곡면의 평활도를 단순식으로 유도하고 설계단계에서 이를 고려한 곡면근사(surface approximation)를 제안하였다. 그러나 가공곡면을 평가하기 위해서는 모델링 곡면이 측정데이터를 지나야 하므로 곡면의 치수정밀도 확인에 부적합하다. 이와 같이 가공곡면의 품위 평가는 다량의 측정데이터를 수학적으로 연속인 곡면으로 보간(interpolation)하고 곡면의 평활도를 고려해 형상을 개선해야 한다.

본 연구에서는 가공곡면의 품위를 종합적으로 평가하기 위해 NC 공작기계상에서의 측정데이터를 곡면 평활도를 고려해 B-spline으로 모델링한다. 측정데이터의 신뢰도는 공작기계 체적오차와 프로빙오차의 보정과 보상으로 확보한다. 곡면 평활도는 법선 곡률을 고려해 평가하며 이를 최소화하는 매개변수 할당⁽⁵⁾으로 곡면 형상을 개선한다.

2. 측정오차 보정 및 보상

접촉식 측정프로브에 의한 공작기계상에서의 측정시 발행하는 측정오차 E 는 공작기계 가공체적내의 위치의 함수인 공작기계의 체적오차 (volumetric error) $E_V = E_V(X, Y, Z)$ 와 측정침의 장착오차인 E_{offset} , 그리고 이송속도와 측정침과 공작물과의 접촉각의 함수인 프로빙오차 $E_P = E_P(F_m, \theta, \psi)$ 의 합으로 생각하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E = [E_X, E_Y, E_Z]^T = E_V + E_P + E_{offset} \quad (1)$$

측정침의 장착오차인 E_{offset} 은 주축의 중심과 측정침의 중심을 일치시킴으로써 쉽게 제거할 수 있다. 따라서 본 장에서는 프로빙오차와 체적오

차의 보정(calibration) 및 보상(compensation)을 통한 측정데이터의 신뢰도 확보에 대해 기술한다. Fig. 1은 접촉식 측정프로브를 이용한 프로빙오차와 체적오차의 보정 및 보상을 위해 고안/제작된 기준물(reference artefact)을 나타낸 것이다.

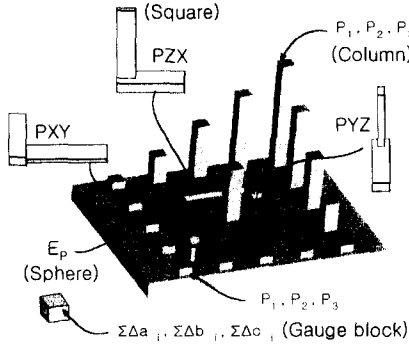


Fig. 1 Designed reference artefact

2.1 프로빙오차 보정 및 보상

3차원 형상측정시의 프로빙오차는 Fig. 1의 진구를 이용하여 보정한다. 진구가 차지하는 영역($\phi=25\text{mm}$)은 공작기계의 가공체적에 비해 매우 작으므로 측정속도를 고정하고 위치에 의존하는 공작기계의 오차는 없다고 가정하면, 진구 측정시의 측정오차는 접촉각 θ 와 ϕ 의 함수인 프로빙오차이다. Fig. 2는 진구 측정시의 접촉각 θ 와 ϕ 에 따른 3차원 프로빙오차의 보정결과이다.

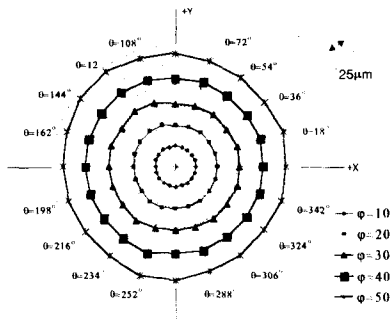


Fig. 2 Probing error calibration result

자유곡면 측정시의 프로빙 방향은 측정시 곡면의 법선벡터를 정확히 알 수 없기에 -Z축 방향으로만 측정을 수행한 후, 곡면모델링을 통한 각

측정점에서의 법선벡터(N_x, N_y, N_z)가 구해지면 아래의 식에 의해 접촉각을 구할 수 있다.

$$\phi = \cos^{-1}(N_z / \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}) = \cos^{-1}(N_z) \quad (2)$$

$$\theta = \tan^{-1}(N_y / N_x)$$

프로빙오차의 보상량은 식(2)에 의해 구해진 접촉각에 따라 진구 측정시의 프로빙오차 보정량으로부터 산출할 수 있다.

2.2 체적오차 보정 및 보상

접촉식 측정프로브에 의한 측정시 발생하는 공작기계의 체적오차는 공작기계의 기하학적 오차와 열변형오차에 의한 준정적오차(quasi-static error)로서 공작기계의 테이블, 새들, 칼럼 등과 같이 기구의 링크에 해당하는 형상변환요소에서 발생하는 형상오차와 공작기계의 이송부와 같이 기구의 조인트에 해당하는 조인트변환요소에서 발생하는 조인트오차로 나뉜다.

본 연구에서는 형상변환요소는 뒤틀림으로 인한 각오차는 없고 각 축방향으로 열변형에 의한 병진변형 오차만이 존재한다고 가정하였으며 조인트변환요소는 피치오차, 직각도오차에 의한 진각도오차, 열변형에 의한 선형 병진변형 오차를 가진다고 가정하였다. 동차변환행렬(homogeneous transformation matrix)을 이용한 기구학적 연쇄(kinematic chain)에 의해 측정점에서의 공작기계 체적오차인 E_V 를 구하면

$$e_x = -\delta_x(x) - \sum \Delta a_i - P_1 x - PZX z$$

$$e_y = -\delta_y(y) - \sum \Delta b_i - P_2 y - PXY x + PYZ z \quad (3)$$

$$e_z = -\delta_z(z) - \sum \Delta c_i - P_3 z$$

이 된다. 여기서, $\delta_x(x), \delta_y(y), \delta_z(z)$ 는 이송축의 피치오차이고 PXY, PYZ, PZX 는 X-Y, Y-Z, Z-X 축간의 직각도 오차이며, P_1, P_2, P_3 는 이송축의 선형열팽창을 모델링한 것이다. 그리고 $\sum \Delta a_i, \sum \Delta b_i, \sum \Delta c_i$ 는 열변형으로 인한 각 축의 원점 이동을 의미한다.

상기의 오차모델 파라미터 중에서 각 축의 피치오차인 $\delta_x(x), \delta_y(y), \delta_z(z)$ 는 레이저 간섭계

를 이용하여 규명하고 직각도 오차인 PXY, PYZ, PZX 와 열변형 오차인 $\sum \Delta a_i, \sum \Delta b_i, \sum \Delta c_i$ 와 P_1, P_2, P_3 는 3차원 좌표측정기에서 보정된 기준물을 접촉식 측정프로브를 이용하여 공작기계상에서 측정함으로써 규명한다(Fig.1 참조). Fig. 3은 기준물의 기둥들(columns)을 측정하고 상기의 방법에 의해 규명된 체적오차를 보정한 후의 측정오차를 나타낸 것이다. X축은 기준물상의 각 기둥들의 위치를 나타내며 Y축은 각 기둥들의 꼭지점의 Y좌표값으로 3차원 좌표측정기에서의 측정값과의 차이를 나타낸 것이다.

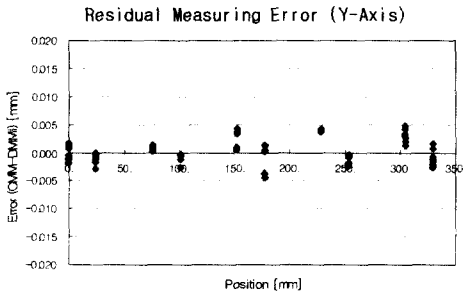


Fig. 3 Compensation result of Y-axis

3. 비균일 B-spline 곡면 모델링

접촉식 측정프로브를 이용하여 공작기계상에서 가공곡면을 측정하고 이에 대한 품질을 평가하기 위해 측정데이터를 비균일 B-spline으로 모델링 한다. 다음의 B-spline은 측정데이터의 개수 $((n+1) \times (m+1))$ 에 관계없이 곡면을 일정 차수 (k, l) 로 모델링할 수 있다.

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) \quad (4)$$

여기서 $P_{i,j}$ 는 i, j 번째 조정점, $N_{i,k}(u), N_{j,l}(v)$ 는 각각 u, v 방향의 접속함수(blending function)이다. 곡면의 차수가 3차($k=4, l=4$) 이상인 경우 C^2 연속성을 보장하므로 연속성 확보를 위한 별도의 계산과정이 필요하다.⁽⁶⁻⁷⁾

매개변수 u 에 대한 접속함수는 Cox de Boor 알고리즘에 의해 다음과 같이 회귀적으로 구한다.

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k-1} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k} - u}{u_{i+k} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad (5)$$

여기서 $u_i (i=0, \dots, n+k+1)$ 는 u 방향의 i 번째 매듭값이다. v 의 경우도 이와 동일하다.

3.1 비균일 B-spline 곡면보간

가공곡면의 형상정보는 이산화(digitization)된 측정데이터를 통해 확보되므로 곡면보간을 통해 가공형상의 치수정밀도를 평가한다. B-spline 곡면보간은 식 (6)같이 곡면모델이 $p, q (p=0, \dots, n, q=0, \dots, m)$ 번째 측정데이터 $Q_{p,q}$ 를 지나도록 조정점 $P_{i,j}$ 를 구하는 과정이다.

$$Q_{p,q} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(\bar{u}_p) N_{j,l}(\bar{v}_q) P_{i,j} \quad (6)$$

여기서 \bar{u}_p, \bar{v}_q 는 각각 p, q 번째 측정점에 대한 매개변수이다.

식 (6)을 모든 측정데이터에 대한 식으로 표현하면 다음과 같은 행렬 형태로 표현할 수 있다.

$$[Q] = [N_u] [P] [N_v]^T \quad (7)$$

식 (7)로부터 곡면 조정점 $[P]$ 는 u, v 방향의 접속함수 $[N_u]$ 와 $[N_v]$ 의 역행렬을 양변에 곱해 다음과 같이 구한다.

$$[P] = ([N_u])^{-1} [Q] ([N_v]^T)^{-1} \quad (8)$$

식 (8)의 $[N_u]$ 와 $[N_v]$ 의 접속함수 계산을 위해 식 (9)의 평균매듭법(averaging knot method)을 이용한다.

$$u_0 = \dots = u_{k-1} = 0$$

$$u_{n+1} = \dots = u_{n+k} = 1$$

$$u_{i+k-1} = \frac{1}{k-1} \sum_{p=i}^{i+k-2} u_p, (i=1, \dots, n) \quad (9)$$

평균매듭법은 매개변수의 평균값을 이용해 매듭

값을 선정하는 방법이다. 따라서 곡면형상이 매듭값에 반영되며 접속함수 행렬요소를 대각선 방향에 위치시켜 수치적 안정성을 확보할 수 있다.⁽⁶⁾

이와 같이 곡면의 형상은 측정데이터에 할당된 매개변수에 의해 결정된다. 매개변수 할당은 식 (10)과 같이 측정점간의 거리로 정의된다.

$$\begin{aligned} \overline{u_0^{(q)}} &= 0, \quad \overline{u_n^{(q)}} = 1 \\ \overline{u_p^{(q)}} &= \overline{u_{p-1}^{(q)}} + \frac{|Q_{p,q} - Q_{p-1,q}|^e}{\sum_{i=1}^n |Q_{i+1,q} - Q_{i,q}|^e} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $e(0 \leq e \leq 1)$ 는 멱지수(exponent)이며 $\overline{u_p^{(q)}}$ 는 q 번째 점열에 대한 p 번째 u 방향 매개변수다. v 방향 매개변수 할당도 상기와 동일하게 정의된다.

3.2 매개변수 할당을 통한 곡면 평활화

곡면보간을 통한 가공곡면의 치수정밀도 확인과 함께 곡면의 평활도(fairness)를 고려한 종합적인 곡면해석이 필요하다. 이는 자유곡면의 품위를 본질적으로 평가하기 위함이다. 본 연구에서는 매개변수 할당을 통해 곡면의 평활화를 유도하고자 한다.

곡면모델의 부드러운 정도를 수학적으로 표현하는 곡면의 평활도는 다음과 같다.

$$F = \int_u \int_v (k_{nu}^2 + k_{nv}^2) du dv \quad (11)$$

여기서 k_{nu}, k_{nv} 는 각각 u, v 방향의 법선곡률(normal curvature)이다. 식 (11)은 물리적 유사(physical analogy)로부터 지지조건을 만족하는 단성평판의 위치에너지를 의미한다.⁽⁴⁾ 또한 곡면곡률은 접선벡터의 방향에 따라 크기가 다르나 매개변수가 u, v 방향으로 할당되므로 각 방향에 대한 법선곡률을 고려하며 곡면의 형상에 따라 곡률의 부호가 바뀌므로 법선곡률의 제곱의 합을 곡면 평활도로 정의한다.

법선곡률 k_{nu}, k_{nv} 는 다음과 같이 정의된다.

$$k_{nu} = \frac{P_{uu} \cdot N}{|P_u|^3}, \quad k_{nv} = \frac{P_{vv} \cdot N}{|P_v|^3} \quad (12)$$

여기서 P_u, P_v 는 각각 u, v 방향의 1차 도함수 벡터이며 P_{uu}, P_{vv} 는 2차 도함수벡터, N 은 식 (13)으로 표현되는 단위법선벡터이다.

$$N = \frac{P_u \times P_v}{|P_u \times P_v|} \quad (13)$$

각 방향의 도함수벡터는 Cox de Boor 알고리즘을 적용하여 구한다.⁽⁷⁾ 각 도함수벡터는 매개변수의 함수로 표현되므로 곡면 평활도는 다음과 같이 표현된다.

$$F(e) = \int_u \int_v \{ (k_{nu}(e))^2 + (k_{nv}(e))^2 \} du dv \quad (14)$$

식 (14)는 멱지수를 변수로 가지는 단일변수 함수이다. 따라서 평활도 F 를 목적함수로 하는 비선형 최적화 문제를 구성할 수 있으며 이를 최소화하는 멱지수를 구함으로써 곡면 평활화가 가능하다. 그러나 식 (14)는 이중적분의 형태로 해석적으로 곡면의 평활도를 평가하기 어렵다.⁽⁴⁾ 따라서 측정데이터가 곡면형상을 충실히 묘사하는 경우를 가정해 목적함수를 다음과 같은 수열의 형태로 단순화한다.

$$F = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \{ \{k_{nu}^{(i,j)}\}^2 + \{k_{nv}^{(i,j)}\}^2 \} \quad (15)$$

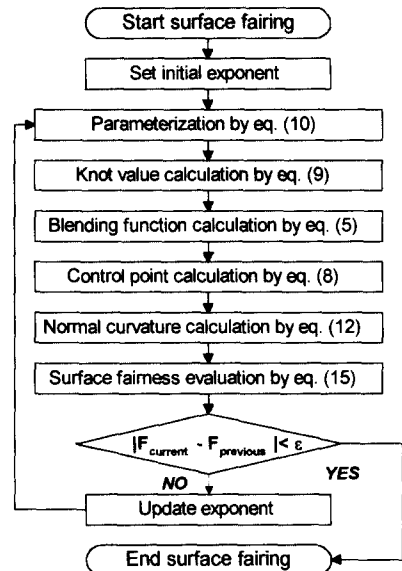


Fig. 4 Sequence of surface fairing

식 (15)는 각 측정점에서의 범선곡률을 통해 곡면의 평활도를 정의하고 있다. 이는 측정데이터에 대한 중요성을 함축하고 있으며 계산노력을 크게 줄일 수 있어 곡면 평활도를 수치적으로 평가하기에 유리하다.

지금까지 서술한 곡면 평활화 과정을 Fig. 4에 나타내었다.

4. 시뮬레이션 및 실험

매개변수 할당을 통한 곡면 평활화의 타당성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 오차가 포함된 설계곡면으로부터의 측정데이터를 곡면으로 모델링하여 곡면 평활화 과정에 따른 곡면형상의 개선을 관찰한다.

밀링이나 연삭작업에 의한 가공표면을 적절히 묘사하기 위해 설계곡면에 포함시킨 곡면오차는 다음과 같다.⁽¹⁾

$$AW(t_1, t_2) = \frac{1}{4} (W(t_1, t_2) + W(1-t_1, t_2) + W(t_1, 1-t_2) + W(1-t_1, 1-t_2)) \quad (16)$$

여기서 W 는 Wiener 곡면이고 t_1, t_2 ($0 \leq t_1, t_2 \leq 1$)는 매개변수이다.

상기의 곡면오차가 포함된 설계곡면의 평활화 과정에 따른 곡면 평활도의 개선을 Fig. 5에 나타내었다.

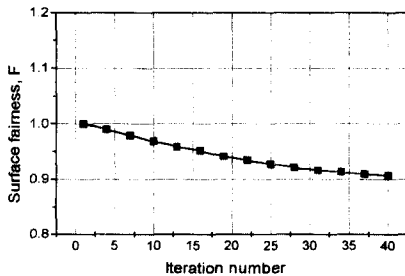
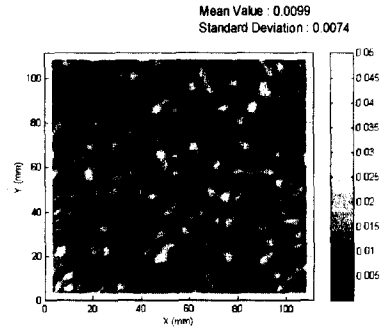


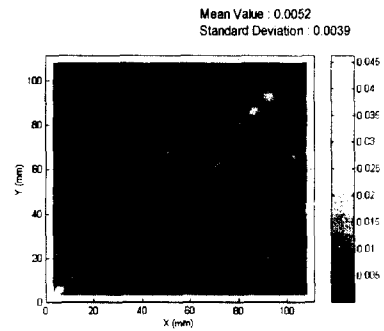
Fig. 5 Improvement of surface fairness

평활화 전후의 곡면모델과 오차가 포함되지 않은 설계곡면을 비교함으로써 평활화 과정에 따른 곡면오차의 변화를 Fig. 6에 나타내었다. 곡면 평활화 과정에 따라 곡면오차의 평균과 표준편차

가 감소하였으며 평활화 이후에 흑백의 대비가 심하지 않아 보다 부드러운 모델로 개선되었음을 확인할 수 있다.



(a) Initial surface model



(b) Faired surface model

Fig. 6 Comparison of error distribution

CAD/CAM 시스템에 의해 설계 및 가공된 자유곡면을 접촉식 프로브를 이용하여 NC 공작기 계상에서 측정하였다. 측정데이터는 2. 측정오차 보정 및 보상으로 신뢰도를 확보한다. 보상된 측정데이터는 비균일 B-spline 곡면으로 모델링되었다. 가공 및 측정을 위한 실험조건을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Experimental conditions

CAD/CAM system	I-DEAS
NC Machine tool	HWACHEON VMC-430
Ball end mill	$\varphi 8$ mm
Cusp height	5 μ m
Step length tolerance	5 μ m
Touch trigger probe	RENISHAW - LP2

Fig. 7은 접촉식 측정프로브를 이용한 가공 곡면의 측정장면이며 Fig. 8은 제안된 방법에 의해 모델링된 비균일 B-spline 곡면이다. Fig. 8의 검사모델을 통해 공작기계상에서 가공곡면의 곡면품위를 종합적으로 평가할 수 있다.

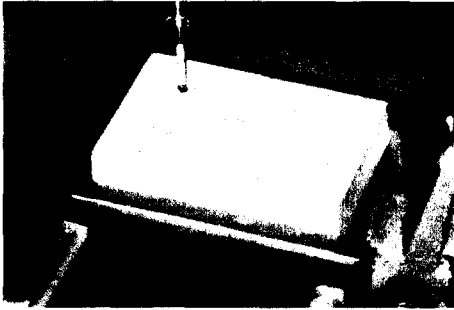


Fig. 7 Surface measurement on the machine tool

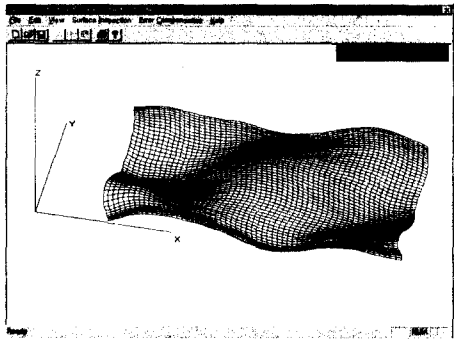


Fig. 8 Inspection model

5. 결론 및 향후과제

NC 공작기계상에서의 측정데이터를 이용하여 곡면 평활도를 고려한 비균일 B-spline 곡면을 생성함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 공작기계 체적오차와 프로빙오차의 보정과 보상으로 측정데이터의 신뢰도를 확보하였다.

(2) 보상된 측정데이터를 비균일 B-spline 곡면으로 보간하여 수치적 조작없이 C^2 연속의 곡면으로 모델링하였다.

(3) 매개변수 할당에 의한 곡면 평활화 과정으로 곡면 형상을 개선하였다.

(4) 측정신뢰도 확보와 평활화를 고려한 곡면 모델링으로 NC 공작기계상에서 가공곡면의 종합적 평가가 가능하였다.

(5) 컴퓨터 시뮬레이션과 측정실험을 통해 제안한 방법을 검증하였다.

(6) 향후 본 연구의 결과를 토대로 CAD/CAM 시스템과의 연계된 환경에서 효율적인 측정점 선정에 의한 측정 및 검사시간 단축과 종합적인 측정오차 해석이 필요하다.

참고문헌

1. 남우선, 정성중, 1998, "자유곡면의 언더머신 측정 및 검사를 위한 시스템 설계", 한국정밀공학회, 12월 게재 예정.
2. Suh, S. H., Lee, S. K. and Lee, J. J., 1996, "Compensating Probe Radius in Free Surface Modelling with CMM : Simulation and Experiment," *International Journal of Production Research*, Vol.34, No.2, pp.507-523.
3. Aoyama, H. and Inasasaki, I., 1997, "Extraction of Boundary Lines between Free Form Surfaces for Construction of Computer Model," *Transaction of NAMRI/SME*, Vol XXV, pp.293-298.
4. Lott, N. J., Pullin, D. I., 1988, "Method for fairing B-spline surfaces", *Computer Aided Design*, Vol.20, No.10, pp597-604.
5. Ma, W. and Kruth, J. P., 1995, "Parameterization of randomly measured points for least squares fitting of B-spline curves and surfaces", *Computer Aided Design*, Vol.27, No.9, pp663-675.
6. Piegl, L. and Tiller, W., 1996, *The NURBS Book*, 2nd ed. Springer-Verlag.
7. 이건우, 1997, *컴퓨터 그래픽과 CAD*, 영지문화사.