

수치해석에 의한 파이프에서의 가스파동진파에 관한 연구

김명균*, 이민호, 이준서, 유병구(명지대학교 대학원 기계공학과),
안기순(인덕전문대학 기계공학과), 차경옥(명지대학교 기계공학과)

A Study on the Gas Wave Propagation in the Pipe by Numerical analysis

M. G. Kim*, M. H. Lee, J. S. Lee, B. G. Yu(Myongji university graduate),
K. S. An(In-duk Junior college), K. O. Cha(Myongji university)

ABSTRACT

This study describes a theoretical and experimental investigation of gas wave propagation in the pipe system. Most calculations of compressible flows in the pipe have been based on the method of characteristics. This technique has propensity to truncate waves and is difficult to apply to non-perfect gas. A method that describes the application of a two-step Lax-Wendroff scheme to solution of the unsteady one-dimensional flow in the pipe was developed. Theoretical calculations using both the method of characteristics and the two-step Lax-Wendroff method are presented including a realistic model for heat transfer and friction processes. In the present work, account is taken of the nonlinear behavior. For sections of parallel pipe, an one dimensional unsteady homentropic analysis is employed, and a numerical solution is obtained with the aid of a digital computer, using the method of characteristics and two-step Lax-Wendroff method. This analysis is then combined with boundary models, based on a quasi-steady flow approach, to give a complete treatment of the flow behavior in the pipe system.

1. 서 론

물리적인 시스템의 진동은 시스템에서 나타나는 관성력과 복원력의 상호작용의 결과로서 발생한다. 탄성제한을 받는 질량과 입자는 평행한 위치에서 전체가 진동하는 반면에 분포된 질량과 탄성을 지닌 연속체는 국부교란의 효과가 매개체를 통하여 전파되는 성질을 소유한다. 가스는 고체가 변형되는 것보다 더 적은 모드를 나타내고 그 결과 국부교란의 전파는 종파(longitudinal

wave)의 형태에서 압축(compression)과 희박(rarefaction)의 과정으로 발생한다. 가스에서 파동에 의한 에너지 전달의 연구⁽¹⁾는 현대 음향학에서 중요한 부분을 차지한다. 가스에서 가장 단순한 파동의 표현은 음향선형이론^(2,3)에 의해 설명된다. 이러한 이론의 가정은 음향거동이 매우 적어서 식에서 그것들을 설명하는 비선형항들은 선형항들과 비교해서 무시될 수 있다는 것이다. 더우기 전달체(transmitting medium)는 초기에 정지하고 있다고 가정되고 점성과 열전도의 효과는 제외된다. 그러므로 압력파는 균일한 속도와 일정한 에너지로서 전파되며 압축(compression)과 희박(rarefaction)의 과정들이 단열적이고 가역적으로 발생한다. 또한 실제 유동에서 약간의 에너지는 입자의 분자운동이나 열로 변환되는데 이것은 압력의 형태로 회복될 수 없으며, 이것은 가스자체의 점성과 열전도의 효과로부터 발생한다. 이러한 에너지 감쇄는 마찰저항, 열전달 또는 음향에너지의 직접적인 방사에 의해 가스를 포함한 경계에서 발생한다. 단순 조화파에서 감쇄의 효과는 파의 진폭을 축소시킨다. 이러한 감쇄는 주파수와 함께 증가하며 복합적인 파동형태에 대하여 특히 급경사부분을 경감시키면서 변형이 발생된다. 많은 경우에서 유한 진폭파가 발생하고 기본적인 선형이론으로부터 중요한 편차가 발생하는데 이것은 평면파의 경우에서 매우 분명히 나타난다. 감쇄가 없을때에도 유한진폭파는 전파하는 동안 여전히 변형이 발생할 것이다. 이것은 압축상에서 큰 파형에 대하여 음속의 변화로부터 생기는데 여기서 가스의 온도는 온도가 더 낮은 희박상에서 보다 증가한다. 이러한 효과를 포함시키는 것은 파동이 가스와 함께 움직인다는 사실때문이며 가스는 압축상에서 전파방향으로 움직이고 희박상에서 반대방향으로 움직인다. 이러한 비선형 거동은 파형을 일그러뜨린다. 왜냐하면 압력이 증가하는 영역은 더 짧고 급경사로 되고 압력이 감소하는 영역은 더 길고 완경사되기 때문이다. 이것에 의하여 증가하는 압력영역에서

비선형 비틀림은 Fig.1에서 보여진 것처럼 결국 불연속적인 충격파⁽⁴⁾를 형성하게 된다.

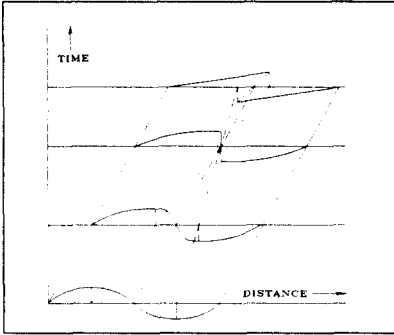


Fig.1 Finite Amplitude Wave Distortion

파이프에서의 압력파를 해석하는데 있어 주로 특성법이나 List에 의한 소진폭 압력파에 근거한 음향학적 접근법을 이용해 왔으나, 고진폭에 의한 비선형 효과를 해석하지 못하는 단점을 가지고 있다.

본 연구에서는 특성법과 함께 비선형 작용을 고려하며 파이프 시스템에서 1차원 비정상 등엔트로피 분석을 이용한 Two-step Lax-Wendroff method를 사용하고자 한다. 이러한 두 분석법에 유동현상의 완전처리를 할 수 있도록 준정적 유동 접근법에 근거한 경계모델을 포함시키고자 한다. 또한 이론의 타당성을 검증하기 위하여 로터리벨브 시뮬레이터를 사용하여 덕트시스템의 다양한 위치에서 실험적인 압력-시간 파형을 측정하고, 그 결과들을 계산된 결과와 비교하고자 한다.

2. 이론해석

2-1. 특성법(Method of Characteristics)^(6,7)

일정한 단면 파이프에서 이상 기체의 1차원 비정상 등엔트로피 유동을 고려하였으며, 이때 편미분 방정식의 해는 Benson등에 의해 제안된 방법에 기초를 두었다.

일정한 단면 파이프에서의 비정상 유동에 대한 1차원 비정상 등엔트로피 유동식은 다음과 같이 쓰여진다.⁽⁸⁾

$$\frac{2}{k-1} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{2}{k-1} u \frac{\partial a}{\partial x} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

그리고,

$$\frac{2}{k-1} a \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$A = \frac{a}{a_a}$, $U = \frac{u}{a_a}$, $X = \frac{x}{L_a}$, $Z = \frac{a_a t}{L_a}$ 등의 무차원 파라 메타를 도입하면 특성 이론으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$A + \frac{k-1}{2} U = \lambda = \text{constant} \quad (3)$$

$$A - \frac{k-1}{2} U = \beta = \text{constant} \quad (4)$$

식(3)과 식(4)를 U와 A에 대해서 풀이하면 다음과 같이 된다.

$$A = \frac{\lambda + \beta}{2} \quad (5)$$

$$U = \frac{\lambda - \beta}{k-1} \quad (6)$$

한편, X - Z평면으로부터 위치특성(position characteristics)의 격자상에 중첩된 직사각형을 고려해서 해석을 하게 된다. 즉, Riemann변수 λ 와 β 및 유동변수들은 파이프의 고정된 지점으로부터 시간의 연속적인 순간에 대해 결정된다. 여기에 다양한 경계조건을 대입하게 된다.

2-2. Two-step Lax-Wendroff (Richtmyer) method^(9,10)

Lax와 Wendroff는 보존형태의 쌍곡선형 편미분방정식을 Taylor 급수로 시간에 대하여 전개한다.

$$W_i^{n+1} = W_i^n + \frac{\partial W}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \frac{(\Delta t)^2}{2!} + \dots$$

이때 생긴 시간 미분항을 다시 공간 미분항으로 대체하여 아래와 같은 중앙 차분법을 제안하였다. 이 방법은 2계 정확도를 가지고 있다.

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (F'_{i+1} - F'_{i-1}) + \Delta t \cdot C' \\ + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 [(F'_{i+1} + F'_{i-1})(F'_{i+1} - F'_{i-1}) \\ - (F'_{i+1} + F'_{i-1})(F'_{i-1} - F'_{i-1})] \quad (7)$$

여기서, $F' = \frac{\partial F(W)}{\partial W}$ 는 Jacobian 함수이다. 이러한 Jacobian 함수는 해석하는데 있어서 계산시간을 증가시키는 결과를 초래한다.

Richtmyer는 윗식에서의 Jacobian 함수 때문에 초래되는 계산시간을 줄이기 위하여 2계 정확도를 가지며, 두 단계에 의해 계산을 하는 method를 제안하였다. 첫 번째 단계는 Lax method를 이용하였고, 두 번째 단계는 midpoint leapfrog method를 이용하였다.

- 1단계

$$W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (W_{i+1}^n + W_i^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F'_{i+1} - F'_i) \\ - \frac{\Delta t}{4} (C'_{i+1} + C'_i) \quad (8)$$

$$W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (W_i^n + W_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F'_i - F'_{i-1}) \\ - \frac{\Delta t}{4} (C'_i + C'_{i-1})$$

- 2단계 (9)

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{\Delta t}{2} \left(C_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (10)$$

위의 2단계에서의 $F_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$, $F_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$, $C_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$,

$C_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ 는 1단계에서 구한 $W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$, $W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ 를

이용하여 계산한다. 1단계는 예측자단계(predictor step)이고, 2단계는 수정자단계(corrector step)이다. 여기에 다양한 경계조건을 대입하게 된다.

2-3. 밸브경계조건 (exhaust valve boundary condition)

로터리 밸브의 개방 면적(opening area)은 다음에 의해 주어진다.

$$F_t = C_d F_o \frac{2}{\pi} (\cos^{-1} \varphi - \varphi \sqrt{1 - \varphi^2}) \quad (11)$$

$$\varphi = \sin \frac{\Delta \theta - \theta}{4} / \sin \frac{\Delta \theta}{4} \quad (12)$$

여기서, F_o 는 최대 개방면적(maximum opening area), θ 는 밸브가 열리기 시작한 때로부터 측정된 각이고, $\Delta \theta$ 는 디스크에서 오리피스에 의해 마주 대해지는 두 각이다. 그리고 C_d 는 유량 계수이다. 공기가 파이프안으로 아음속 속도로 들어갈 때와 역류할 때, 즉 유동이 관에서 고압 챔버 II로 진행할 경우에 로터리 밸브에서 배기 밸브 경계조건을 사용하였다.

2-4. 개방단 경계조건 (opened end boundary condition)

공기의 유동이 파이프 끝에서 유출할 때의

정압은 다음과 같이 대기레벨과 같다고 가정된다. 즉,

$$A_T = A_A = 1.0 \quad (13)$$

파이프 끝단의 유입에 대해 두 개의 경계조건이 적용된다. 첫 번째 유입 경계조건은 유동이 정지 상태에서 등엔트로피 상태로 발생한다는 가정이고, 두 번째 유입경계조건은 단순화된 Borde 노즐분석⁽¹¹⁾에 기초를 둔다.

3. 실험장치 및 방법

로터리 밸브는 파이프를 통해 공기를 간헐적으로 유동시킬 수 있는 하나의 방법이다. 이것은 파형과 진폭에서 맥동압력을 제공해 주므로 맥동류가 있게되는 덕트시스템에서 비정상 유동원의 연구등을 하는데 사용되어져 왔다. 본 연구에서는 지름이 13mm인 두 개의 오리피스와 두께가 12mm, 피치원의 지름이 200mm인 디스크 타입의 로터리 밸브를 제작하여 사용하였다. 디스크의 개방면적변화는 Fig.2와 같다.

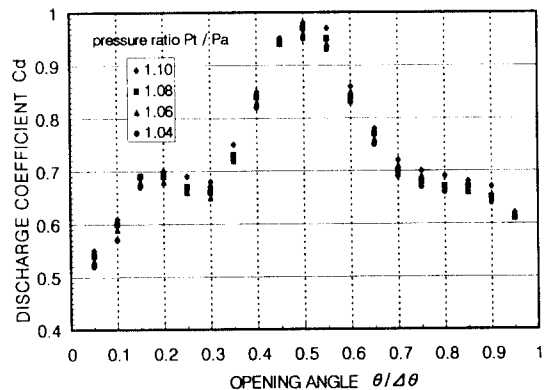


Fig.2 Area change for rotary valve

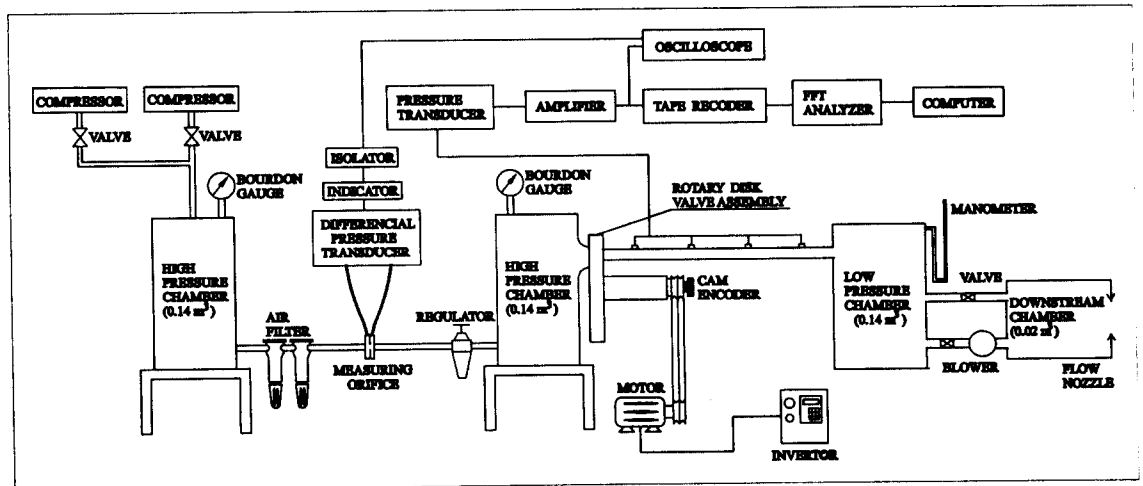


Fig. 3 Schematic diagram of experimental apparatus

실험에 사용되어진 장치의 개략도를 Fig.3에 도시하였다. 실험에 요구되어진 공기는 15마력의 압축기와 유량의 정확한 조절을 위하여 5마력의 보조 압축기를 사용하였다. 압축기에서의 공기는 챔버 I으로 유입되고, 챔버안에서 안정화된 공기는 파이프로 연결되어진 챔버 II로 유입되어 로터리 밸브를 통하여 파이프로 방출된다. 두 개의 챔버안의 공기는 로터리 밸브를 통한 유량이 회전하는 조건에서 뿐만아니라 정적인 조건하에서도 충분히 안정적이다. 실험적인 유량의 전체범위를 조절하기 위하여 3개의 다른 직경(25.1 ϕ , 17.9 ϕ , 13.9 ϕ)의 오리피스가 사용되었다. 이때 디스크의 회전속도는 500rpm, 1000rpm, 2000rpm, 3000rpm으로 작동시켰으며, 고압챔버의 압력은 4atg로 일정하게 유지하였다. 또한 개방단 일정 압력조건을 주기위하여 저압챔버와 하류챔버를 장착하였고, 일정하게 압력을 유지하여 주게된다. 압력-시간 파형은 그림과 같이 파이프 상류측으로부터 200mm, 600mm, 1000mm, 1400mm 떨어진 지점에 설치한 압력변환기를 통하여 신호를 계측하고, 증폭기에서 증폭시킨후 디지털 오실로스코프로 검사하며 테이프 레코더와 컴퓨터로 저장하였다. 실험에 사용된 파이프는 두께가 1.6mm인 연강으로 제작하였다.

4. 실험결과 및 고찰

4-1. Shock tube problem^(12),13)

Fig.4는 shock tube에서 초기조건이 다음과 같을 때 압력비, 속도비, 밀도비의 실제해를 나타낸 것이다.

$$\text{Pressure ratio} = 10.0$$

$$\text{Density ratio} = 8.0$$

$$\text{Specific heat ratio} = 1.4$$

이것은 정체가스가 무한길이의 tube에서 diaphragm에 의해 분리되어서 두 다른 상태로 존재하는 수치 실험이다. 시간 $t = 0$ 에서 diaphragm은 터지게 되고, 파동은 tube를 통해 전파하게 되는 형태이다. 여기서, 점선은 특성법이고, 직선은 two-step Lax-Wendroff method이다.

Fig.5의 특성법에 의한 결과를 살펴보면 급격한 구배가 일어나는 부분을 완만하게 하는 경향이 나타내지만, 그런대로 일치를 이루고 있다. 그러나, 밀도비의 결과를 살펴보면 실제해의 경우와 많이 틀리게 되는데 이러한 이유는 특성법이 밀도변화를 정확하게 예측하지 못하기 때문이다. Fig.5의 two-step Lax-Wendroff method에 의한 결과를 살펴보면, 특성법의 결과보다는 압력비, 속도비, 밀도비 모두가 실제해와 많이 일치하는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과로부터 특성법보다 two-step Lax-Wendroff method가 조금 더 정확한 해석을 하는 scheme임을 알수가 있다.

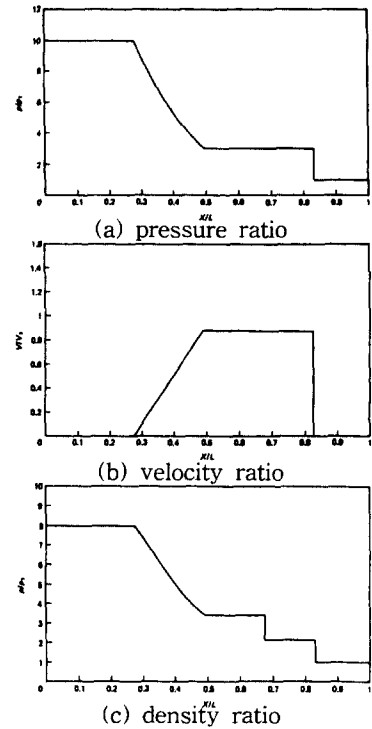


Fig.4 Exact solution of the shock tube problem

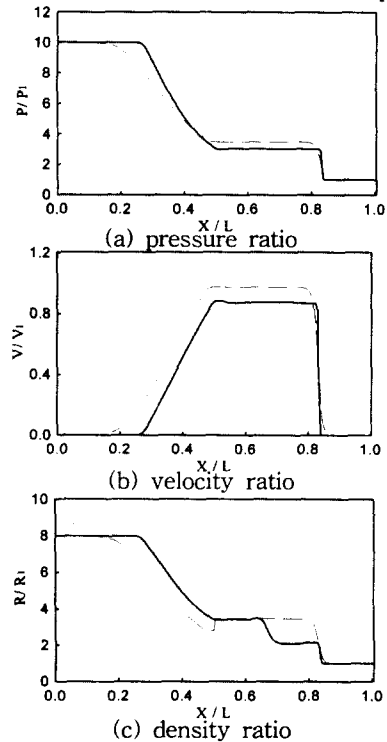


Fig.5 Solution of the shock tube problem using the method of characteristics and two-step Lax-Wendroff method

4-2. 비정상 가스파동전파의 해석

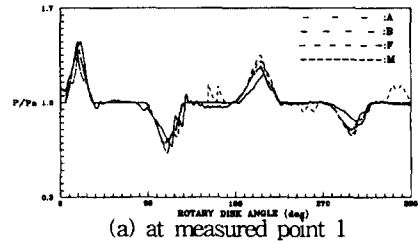
파이프의 압력-시간 선도는 무차원 압력(P/P_0)의 향으로 주어지고, 로터리 밸브의 각 위치에 대하여 2배로 그려졌다. 모든 결과에서 실선은 실험결과를 나타내고, 점선은 계산결과를 나타낸다.

Fig.6~Fig.9는 각각의 rpm과 압력변환기 설치지점마다의 측정되고 계산된 압력-시간 파형을 나타낸다. 곡선 A는 파이프 끝의 개방단 경계에서 등엔트로피 유입모델을 사용한 결과이며, 곡선 B는 단순화된 borde 노즐분석을 사용한 결과이다.

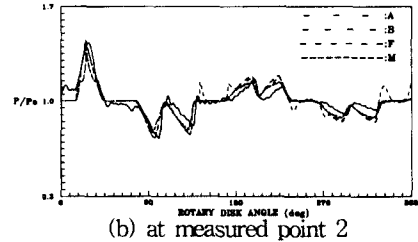
가장 낮은 로터리 밸브속도인 Fig.6에서 파동의 반사현상이 쉽게 관찰된다. 곡선 A의 특징은 초기배출 맥동이후에 정확성이 떨어진다는 것이다. 이러한 효과는 주로 등엔트로피 유입모델에 기인한 것이라고 할 수 있다. 곡선 B에 대해된 것처럼 Borde 노즐경계모델은 정확한 해석은 아닐지라도 진폭의 상관도에서 명백하게 향상된 결과를 생성하였다. 곡선 F는 two-step Lax-Wendroff method에 의해 해석한 경우인데, 이 경우는 두 개의 경계조건을 사용하여 나타난 특성법보다 실험데이터와 많이 일치함을 볼 수 있고, 계산시간이 덜 걸린다는 장점을 가지고 있다. 이러한 현상은 Fig.7의 1000rpm의 속도에 대하여 얻어진 결과에서도 나타난다. 그러나 실제 유동장에서는 비가역성에 기인하여 엔트로피 레벨과 기본 압력에 상응하는 기본 음속의 값은 더 이상 일정하게 유지되지 않으며 그 오차는 사이클 압력예측에서 나타난다. 2000rpm과 3000rpm에서도 마찬가지로 비정확성이 나타난다. 이러한 오차는 기본 사이클 주기가 짧아지는 높은 로터리 밸브속도에서 더 두드러지게 나타난다. 사이클 주기 감소의 특징은 이전의 사이클로부터 유지되는 잔류파 작용의 감소이며, 이것은 간섭효과를 발생시키고 압력-시간 파형의 형태를 크게 변형시킨다.

측정점 1에서 측정점 4로의 맥동유동이 전파되어가는 형태를 살펴보면 뒤로 갈수록 초기 배출맥동이후의 연이은 맥동성분들의 진폭이 줄어들어서 나타난다. 그리고, 거리가 멀어질수록 초기배출맥동이 약간 천이되어서 나타난다. 또한 밸브로부터의 입사파가 관 끝에 가서 다시 반사파가 되어 되돌아오는 과정을 거치고 있고, 파가 분리되어 다시 합쳐지는 현상을 관찰할 수 있다. 낮은 rpm속도에서는 파의 형태가 명확하였는데 높은 rpm속도에서는 파의 형태가 명확하지 않으며, 파의 분리와 합쳐지는 현상이 빨리 일어난다.

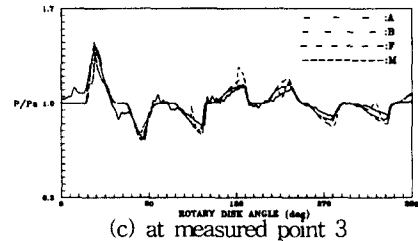
모든 결과에서 초기배출맥동이후의 맥동성분을 관찰해 보면 2000rpm과 3000rpm에서 파의 진폭이 가장 많이 줄어들어서 나타나는 것을 볼 수 있다. 특성법보다는 two-step Lax-Wendroff method를 사용하여 해석한 경우가 실험결과와 많이 일치하는 것을 볼 수 있다.



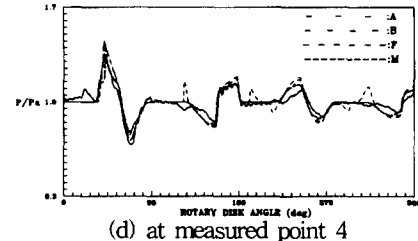
(a) at measured point 1



(b) at measured point 2

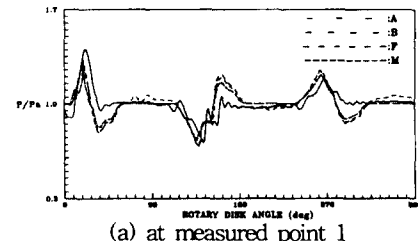


(c) at measured point 3

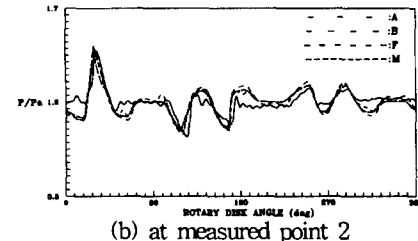


(d) at measured point 4

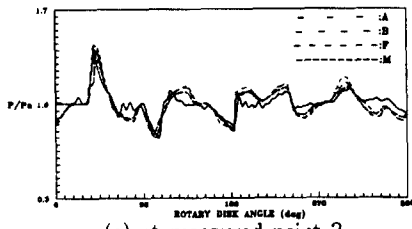
Fig.6 Comparison of calculated and measured pressure-time history for plain pipe (500rpm)



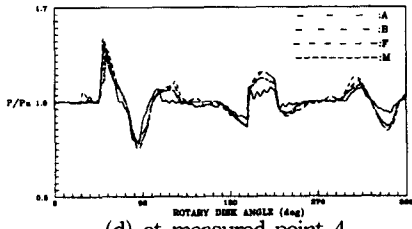
(a) at measured point 1



(b) at measured point 2

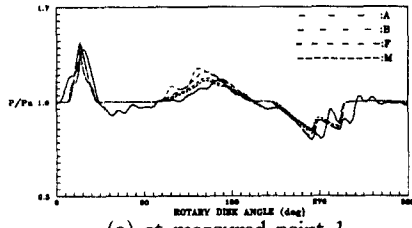


(c) at measured point 3

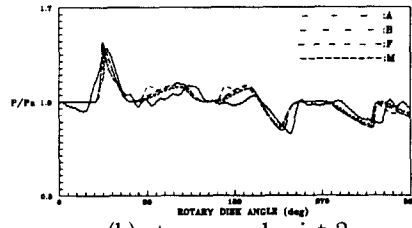


(d) at measured point 4

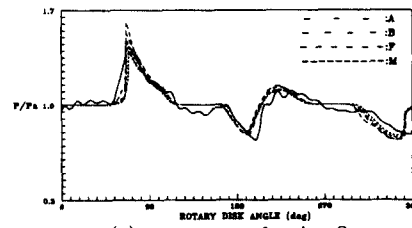
Fig.7 Comparison of calculated and measured pressure-time history for plain pipe (1000rpm)



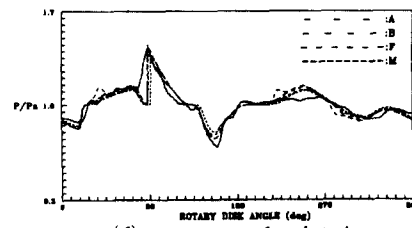
(a) at measured point 1



(b) at measured point 2

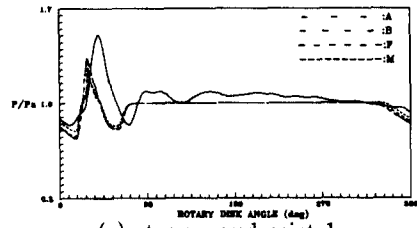


(c) at measured point 3

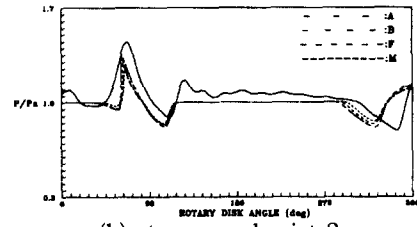


(d) at measured point 4

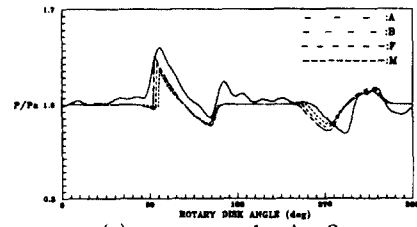
Fig.8 Comparison of calculated and measured pressure-time history for plain pipe (2000rpm)



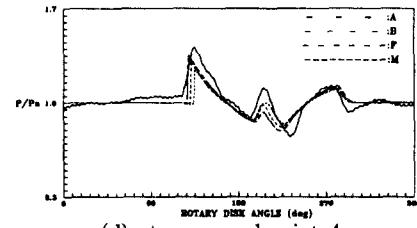
(a) at measured point 1



(b) at measured point 2



(c) at measured point 3



(d) at measured point 4

Fig.9 Comparison of calculated and measured pressure-time history for plain pipe (3000rpm)

5. 결 론

다양한 조건을 가지는 맥동압력이 작용하는 파이프 시스템을 해석하기 위하여 특성법과 유한 차분법(two-step Lax-Wendroff method)의 수치 해석적인 방법을 이용하여 해석하였으며, 수치 해석의 타당성을 검증하기 위하여 로터리밸브 모의 실험장치를 제작하여 실험적으로 측정하여, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 수치해석적인 비교문제를 통하여 정확한 method는 2차 정확도를 가지는 two-step Lax-Wendroff method임을 알 수 있는데, 이 method는 shock tube 결과에서의 급격한 구배와 contact discontinuity에서의 비물리적인 진동등이

없도록 정확하게 계산함을 볼 수 있다.

(2) 압력-시간 파형의 이론결과와 실험결과를 비교하면 이론적인 분석에 사용된 단순화에 기인하여 진폭과 상에서 약간의 오차를 보이고 있으나, 매우 유사함을 볼 수 있다. 또한 특성법을 사용한 경우보다 two-step Lax-Wendroff method를 사용한 경우가 더 정확한 결과를 산출하고 계산시간에 있어서도 상당히 단축함을 알 수 있다.

(3) 파가 전파되어 갈수록 입사파와 반사파가 분리되고 다시 합쳐지는 현상을 볼 수 있었으며, 이러한 원인은 밸브의 개방에 의해 나오는 입사파(정현파)가 파이프 끝으로 전파된 후에 밀도차에 의해 다시 반사파가 되어 돌아오기 때문임을 알 수 있었다. 또한 전파되어 가는 과정에서 맥동성분이 상당히 줄어들어서 나타나는 것을 볼 수 있다.

결과로부터 파이프 안의 압력과 전파과정과 파의 상과 진폭, 압력파의 구조등을 예측할 수 있었고, 전체적으로 볼 때 이론결과와 실험결과 사이에 좋은 상관도가 있음을 알 수 있었으며, 보다 더 정확한 경계조건의 확립이 필요하다고 생각된다.

참고 문헌

1. M. Okada, T. Abe, and M. Inaba, "Study of the Generation for Abnormal Exhaust Noise", J. SAE No. 871924
2. Donald E. Baxa, "Noise Control in Internal Combustion Engine", Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1989
3. C. M. Harris, "Handbook of Noise Control", McGraw-Hill, New York, 1957
4. P. O. A. L. Davies and M. J. Dwyer, "Theoretical and Experimental Studies on Steep Fronted Waves in Pipes", Proc. of the 4th Int. Congr. Acoust., Copenhagen, L. 19, 1962
5. S. Takagi, T. Nakamura and Y. Irie, "Analysis of Large Amplitude Wave Propagation", Proc. of 10th ISNA, Kobe, Japan, pp.59~62, 1984
6. E. Jenny, "Unidimensional transient flow with consideration of friction, heat transfer and change of section", The Brown Boveri Review, pp.447~461, 1950
7. R. S. Benson, "Some Recent Research on Non-steady Flow Problems", ASME Flow Measurement Symposium, pp.80~102, 1966
8. J. A. Owczarek, "Fundamentals of Gas Dynamics", Int. Text book Co., pp.202~300, 1964
9. P. D. Lax and B. Wendroff, "Difference schemes for hyperbolic equations with higher order of accuracy", Comm. Pure App. Math., Vol. 17, pp.381~398, 1964
10. M. Poloni, D. E. Winterbone and J. R. Nichols, "Comparison of unsteady flow calculations in a pipe by the method of characteristics and two-step Lax-Wendroff method", Int. J. Mech. Sci., Vol. 29, No. 5, 1987
11. G. Rudinger, "Nonsteady Duct Flow : Wave Diagram Analysis", Dover Publications
12. R. I. Issa, D. B. Spalding, "Unsteady One-dimensional Compressible Frictional Flow With Heat Transfer", J. Mech. Eng. Sci., Vol. 14, No. 6, 1972
13. M. Chapman, J. M. Novak and R. A. Stein, "Numerical Modeling of Inlet and Exhaust Flows in Multi-Cylinder Internal Combustion Engines", ASME, The winter annual meeting, arizona, pp.9~19, 1982