

대기 차량 최소화를 위한 동적 교통 신호연동 모델

Dynamic Control of Coordinated Traffic Signals for Minimizing Queue-lengths

윤경섭

(서울시립대학교 제어계측공학과 석사과정)

목 차

I. 서론

1. 연구의 배경 및 목적
2. 연구의 범위 및 방법

II. 기존 이론 고찰

1. 간선도로 신호 최적화 모형
(1) 지체도 모형(TRNSYT-7F)
(2) 통과폭 모형 최대 통과폭 모형
2. 문제 제기

III. 이론 개발

1. 거시적 교통 흐름 예측 모델
2. 연구의 기본 전제 및 용어 설명
3. 외곽 접근로에서의 대기 행렬 계산
4. 중앙 교차로의 직진, 좌회전 대기 차량수 및 주기의 패턴 결정

IV. 신호의 계산

V. 실험 결과

VI. 결론

참 고 문 헌

ABSTRACT

교통신호에서 주로 고려되는 변수는 신호주기(cycle length), 녹색시간(green split), 오프셋(offset) 그리고 좌회전 현시순서(left-turn phase sequence)로 구성된다. 기존의 대부분의 연동 모델들은 고정된 주기하에서 평균적인 유입 교통량을 측정한 후, 선형최적화 이론을 적용하여 최적 신호를 산출한다. 그러나 이 방법은 어디까지나 평균적인 데이터에 대해서 계산을 한 것이기 때문에 실시간 최적화를 제공하기가 어렵다.

본 연구에서는 평균 차량 통행량 대신 실시간으로 입력되는 차량 대기행렬, 차량 도착률을 기초로 대기차량을 최소화하는 동적 신호시간 산출 모델을 개발하였다. 본 모델에서는 Petychev가 제안한 각 진입로에서의 대기 차량 예측 모델을 기초로 하여 다음 주기에서의 차량 대기 행렬을 예측한 후, 선형 최적화 이론을 적용하여 신호시간을 산출한다. 본 모델에서 산출된 신호주기와 녹색시간은 대기차량길이를 최소화하는 신호 시간으로서 교차로간의 연동효과를 고려하여 실시간 교통상황에 따라 주기별로 변화한다. 본 모델은 3개의 교차로로 구성된 네트워크를 대상으로 적용하였다. 실험 네트워크의 주도로 교통량은 부도로의 교통량 보다 많다고 가정하였으며 각 링크사이에서의 차량 진출입은 없다고 보았다.

I. 서론

1. 연구의 배경 및 목적

급속한 경제성장으로 인한 자동차 대수의 증가와 인구의 도시 집중에 따른 교통인구의 증가는 이를 충분히 수용할 만한 체계적인 도시 계획의 확립과 도로망 체계의 수립등과 같은 교통제반 여건의 미비로 심각한 교통문제를 일으키고 있다. 이러한 문제는 특히 도심지에서 심하고 특히 교통류가 집중되는 간선도로

에서 차량의 혼잡과 지체를 유발하며 교통사고의 위험성 또한 내포하고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 대규모 교통시설 공급을 위한 투자사업이 이루어져 왔지만 공사기간의 장기화로 인한 사회, 경제적 비용 초래 및 새로운 교통수요의 유발 등으로 그 효과가 오래 지속적이지 못하였으며 새로운 병목 지점들을 낳는 결과도 초래했다. 이에 비해 교통신호운영체계 개선에 의한 소통 증진은 적은 투자비로 단기간에 성과를 이룰 수가 있다.

연동모형은 크게 통과폭 모형¹과 지체 최소화 모형으로 나눌수 있다. 통과폭 모형은 주변도로와의 관계를 고려하지 않은 독립교차로나 미포화 상황에서는 강점을 갖지만 실제의 링크교통량을 반영하지 못하고 교통량이 증가될수록 그 효과는 저하되게 되므로 통과폭 모형 대신 지체와 정지 등의 최적화가 이루어져야 한다.

지체도모형(delay-based model)은 널리 사용되지만 좌회전 현시순서를 최적화 시켜주지 못한다는 단점을 가지고 있다. 최근에는 두 모형을 통합하려는 노력들이 진행되고 있으나 아직 나름 데로의 한계를 보이고 있다.본 논문에서는 신호주기변동의 통과폭 모형을 기반으로한 대기차량 행렬최소화 모형을 제시함을 목적으로 한다.

2. 연구 범위 및 방법

본 연구에서는 평균 차량 통행량 대신 매주기마다 입력되는 차량 대기행렬, 차량 도착률을 기초로 대기차량을 최소화하는 동적 신호시간 산출 모형을 개발한다. 본 모델에서는 Peytechev가 제안한 각 진입로에서의 대기 차량 예측 모델을 기초로 하여 다음 주기에서의 차량 대기 행렬을 예측한 후, 선형 최적화 이론을 적용하여 신호시간을 산출한다. 본 모델에서 산출된 신호주기와 녹색시간은 대기차량길이를 최소화하는 신호 시간으로서 교차로간의 연동효과를 고려하여 매주기마다 교통상황에 따라 변화한다. 본 모델은 3개의 교차로로 구성된 네트워크를 대상으로 적용하였다. 실험 네트워크의 주도로 교통량은 부도로의 교통량 보다 많다고 가정하였으며 각 링크사이에서의 차량 진출입은 없다고 보았다.

II. 기존이론 고찰

간선도로 신호최적화 모형은 지체를 최소화하기 위한 모형과 통과폭을 최소화 하기위한 모형으로 나뉜다.

1. 간선도로 신호최적화 모형

1) 지체도 모형(TRANSYT-7F)

TRANSYT-7F는 거시적 교통류 모형(macroscopic traffic model)의 대표적인 모형이다. TRANSYT-7F는 개개의 차량이 밀집(platoon of vehicles)으로 묶어서 차량의 지체도와 정지의 횟수를 선형조합 함수(linear combination function)로 표현되는 수행지수(Performance Index)를 최소화하는 현시시간과 옵션을 선택하는 신호시간을 결정한다.

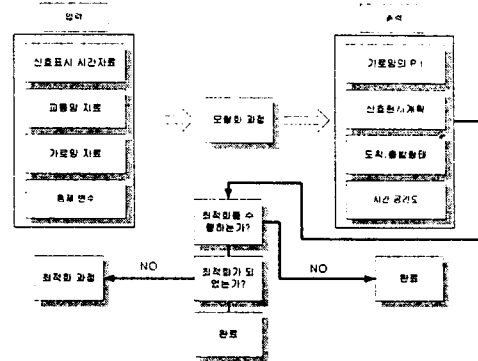
¹ 통과폭 모형이란 지체 최소화모형과 함께 간선도로 신호연동화에 사용되는 모형으로 차량이 정지하지 않고 통과하는 녹색시간인 통과폭을 최대화하는 모형이다.

수행지수는 다음과 같다.

(2.1)

이에 따라 지체 최소화 모형은 어떤 신호시간에 대하여, 교통류를 시뮬레이션하고 효율치를 계산하는 시뮬레이션 모델 기능과 지정된 효율치가 가장 좋은 값을 가지도록 신호시간을 조정하여 최적화 시키는 최적화 모델 기능을 가지고 있다.

지체 최소화 모형은 입력과정과 실행과정 및 출력과정으로 구분되며 그 개략적인 흐름은 <그림 2-1>과 같다.



<그림 2-1> 지체 최소화 모형의 진행과정

$$PI = \sum_{i=1}^n (d_i + ks_i)$$

d_i : 링크 i의 지체

s_i : 링크 i의 정지

k : 계수

<자료> 도로교통안전협회, 대도시 신호체계의 개선운용에 관한 연구

지체 최소화 모형에서 지체는 균일하게 도착하는 차량에 의한 균일지체(uniform delay)와 불규칙적으로 도착하는 차량에 대한 비균일 지체(random delay), 그리고 포화상태에 따른 지체(delay due to oversaturation)으로 구분된다. 정지 횟수는 적색신호에 의한 멈춘 차량뿐만아니라 조금이라도 지체되는 차량은 멈춘것으로 가정해서 정지 횟수를 산정한다. 지체 최소화 모형에 활용된 최적화 기법은 Hill climbing 기법이다. 이 기법을 이용하여 먼저 수행지수를 최소화 하는 옵션과 현시길이를 구하며, 다시 가장 낮은수행 지수를 도출해 내는 신호 시간을 최적 신호시간으로 결정한다.

이때 현시길이의 변화는 다음의 제약을 받는다.

- ① 현시길이의 합은 신호주기와 같아야 한다.
- ② 황색 및 적색신호시간을 포함하여 이용자가 지정한 최소 현시길이 보다 작아서는 안된다.

2) 최대 통과폭 모형²

통과폭(Bandwidth)이란 차량이 간선도로의 한쪽 끝에서 다른 끝까지 정해진 속도로 진행할 때 적색신호의 제약없이 통과할수 있는 주기 시간의 일부이다. 이러한 통과폭은 최적신호요소

² John D.C. Little, Mark D. Kelson "Optimal Signal Timing for Arterial Signal Systems"

(Optimal Signal Factor)의 산출 기준이다. Bandwidth를 통하여 정지를 피할수있는 최대 Platoon size를 결정할수 있다. 그 예로 <그림 2.3>을 보면 양방향으로 일정한 속도로 진행되는 차량은 중간의 신호등에 걸리지 않고 통과할수 있다. 그림에서 b, \bar{b} 폭 사이로 진입하는 차량은 통과폭을 보장하는 일정한 속도를 유지하는한 한번의 정지도 경험하지 않게 된다. 최대 통과폭 모형이란 바로 주어진 조건하에서 이 통과폭을 최대로 하도록 하는 모형이다.

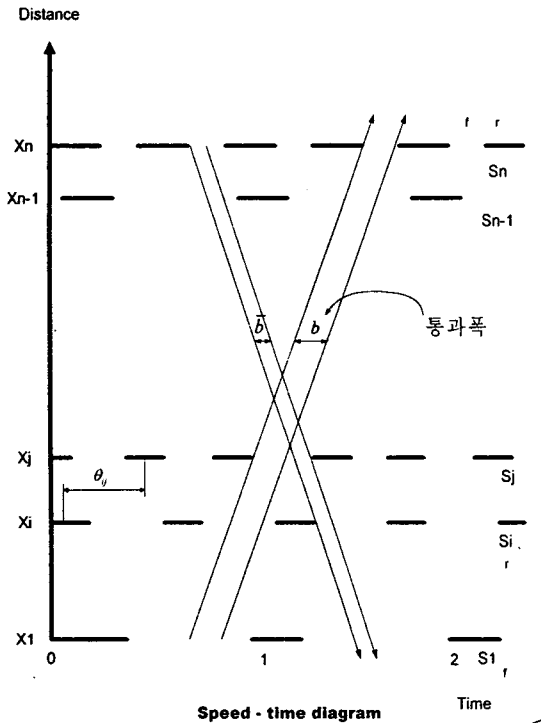


그림 2-3> 통과폭의 예

2. 문제제기

전절에서 살펴본 것 처럼 기존의 간선도로의 신호 최적화 모형들은 몇 가지 중요한 단점들을 가지고 있다. MAXBAND와 같은 전형적인 통과폭 모형은 너무 상황을 단순화 시켜서 실제 교통량을 반영하지 못하고 있으며, 차량의 입출입이 평균치로 일정시간 동안 변함이 없다는 가정에서 출발하였으므로 매주기마다 최적해를 보장해주지 못하며 따라서 주기와 현시길이 고정적이다. TRNSYT-7F는 보다 더 현실적 교통류를 반영하고 있으나 좌회전 현시순서 최적화를 못한다. 또 이런것들의 결합 방법도 각자 나름대로의 최적의 조건에서만 최적해를 보장하는 단점을 안고 있다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은점을 고려한다.

첫번째, 매 주기마다 실제 교차로에 입출입하는 차량의 도착률을 근거로 다음주기의 대기차량의 길이를 예측하여 변동 주기, 변동 현시, 변동좌회전 현시 순서를 계산하며 최적 신호를

산출한다.

두번째, 교통량이 포화될 때 통과폭의 보장이 오히려 차량의 지체를 늘이는 점을 감안하여, 조건에 따라서만 통과폭을 고려한다.

III. 이론 고찰

본 연구에서는 가장 근간이 되는 차량 대기행렬 예측기법을 이용하여, 교통의 흐름에 능동적으로 대처하는 신호기를 개발하려고 한다.

1. 거시적 교통 흐름 예측 모델³⁾

우선 교통 신호 제어를 위한 기초를 제공하기 위하여 거시적 교통 흐름 예측 모델을 고찰한다.

모델의 개요

교통흐름의 예측에서 광범위한 스케일의 네트워크에서는 개개의 자동차 흐름 보다는 평균 교통량을 고려한다. 이 예측 모델은 주기 C 의 녹색시간 시작시점, t_c^i , 에서 우선 $q_i(t_c^i)$ 라는 스테이트 변수(state variable)를 정의한다. $q_i(t_c^i)$ 는 링크 i 에서 적색신호가 녹색신호로 바뀌는 순간에서의 대기행렬의 길이(queue length)를 나타낸다. 그리고 다음주기, $C+1$,의 동일한 신호 시간까지의 시간, t_{c+1}^i , 경과 후 차량대기행렬의 길이, $q_i(t_{c+1}^i)$ 를 예측한다. $Q_{i,c+1}$ 은 시간, $T = t_{c+1}^i - t_c^i$, 동안에 $q_i(t_c^i)$ 에 추가되는 차량의 수이다. 또 시간 T 에는 Cycle " $C+1$ "에서의 녹색 시간 $g_{i,c+1}$ 와 적색 시간이 포함되어 있으므로 $T = g_{i,c+1} + r_{i,c+1}$ 로 쓸 수가 있다. 녹색신호에서 link i 를 빠져나가는 비를 discharge rate d_i 로 정의 하고 녹색시간 동안에 대기 행렬(queue)에서 정지선을 출발하는 차량수를 $N_{i,c+1}$ 한다. 또 녹색시간에 정지선 대기 차량에 추가 되는 차량은, 균일한 도착률(uniform distribution of arrival rate)로 차량이 도착한다고 먼저 가정하면,

$$Q_{i,c+1}^{g_i} = Q_{i,c+1} \frac{g_{i,c+1}}{T} \quad (3.1)$$

이 된다.

동일하게 적색시간에 정지선에 도착하는 차량의 수는

$$Q_{i,c+1}^{r-g_i} = Q_{i,c+1} \frac{T - g_{i,c+1}}{T} \quad (3.2)$$

이다.

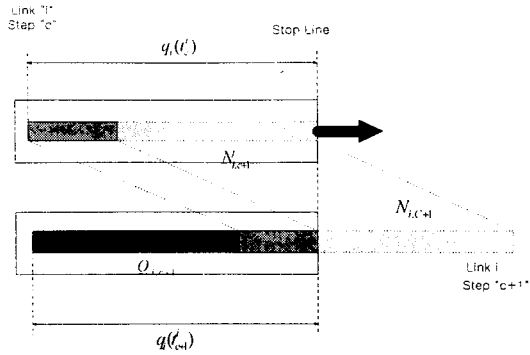
차량의 도착 형태에 따라 3 가지 경우로 나누어 $q_i(t_{c+1}^i)$ 의 길이 계산을 할수 있다.

우선 첫번째 경우는 <그림 3-2>에서 볼수 있는바와 같이 녹색시간이 충분하지 못하여

³⁾ E.T Peytechev, A Bargiela, R Gessing

$q_i(t_c^i)$ 의 모두 빠져 나가지 못하는 경우이다. $N_{i,c+1}$ 은 “C+1” cycle 에서의 녹색시간과 discharged rate d_i 의 곱으로 표현된다.

$$N_{i,c+1} = d_i g_{i,c+1} \quad (3.3)$$



대기행렬 길이의 정의 경우 1
<그림 3-1>

결과 적으로 시간 t_{c+1}^i 에서 기대 되는 대기 행렬은(queue)는

$$q_i(t_{c+1}^i) = q_i(t_c^i) + Q_{i,c+1} - N_{i,c+1} \quad (3.4)$$

두번째 경우로 녹색 신호 시간에 빠져나갈수 있는 차량의 최대수 보다 대기 행렬(queue)의 수가 적을 경우이다. 이경우는 녹색 신호 시간에 도착하는 일부 차량은 정지하지 않고 바로 빠져나갈수 있다.

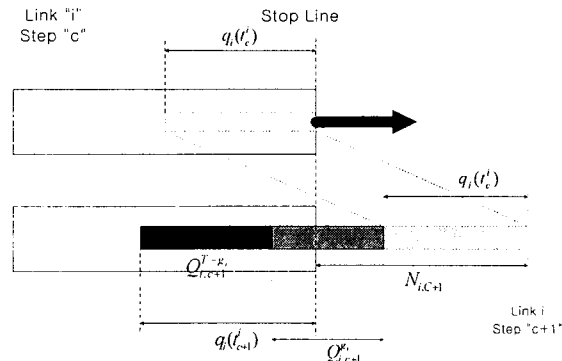
이 경우 예상 되는 대기 행렬의 길이는

$$q_i(t_{c+1}^i) = [Q_{i,c+1}^{g_i} - (N_{i,c+1} - q_i(t_c^i))] + Q_{i,c+1}^{T-g_i} \quad (3.5)$$

$Q_{i,c+1} = Q_{i,c+1}^{g_i} + Q_{i,c+1}^{T-g_i}$ 이므로

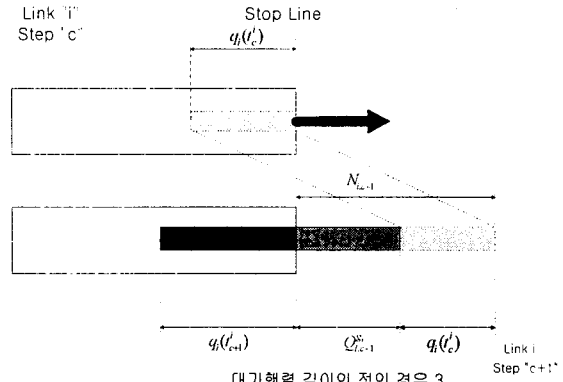
$$q_i(t_{c+1}^i) = q_i(t_c^i) + Q_{i,c+1} - N_{i,c+1} \quad (3.6)$$

가 된다.



대기행렬 길이의 정의 경우 2
<3-2>

세번째 경우로는 두번째 경우와 비슷하지만 녹색 시간에 들어 오는 차량 전부가 대기 행렬(queue)를 형성하지 않고 모두 빠져 나가는 것만이 다르다.



대기행렬 길이의 정의 경우 3
<3-3>

이때

$$N_{i,c+1} = q_i(t_c^i) + Q_{i,c+1}^{g_i} \quad (3.7)$$

대기 행렬은

$$q_i(t_{c+1}^i) = Q_{i,c+1}^{T-g_i} \quad (3.8)$$

이상의 식 (3.4), (3.5), (3.8) 3 가지 경우를 종합하여 하나의 식으로 정리 하면 식 (3.9)과 같이 된다.

$$q_i(t_{c+1}^i) = Q_{i,c+1}^{T-g_i} + \max\{q_i(t_c^i) + Q_{i,c+1}^{g_i} - d_i g_{i,c+1}, 0\} \quad (3.9a)$$

$$N_{i,c+1} = \min\{q_i(t_c^i) + Q_{i,c+1}^{g_i}, d_i g_{i,c+1}\} \quad (3.9b)$$

위식은 만일 discharged rate 가 일정하다면, 현재의 대기 행렬 길이가 구해져 있을때 다음에 기대 되는 대기 행렬은 다음번 주기에서의 녹색 시간의 길이와 녹색시간에 대기 행렬에 더해지는 차량의 수 또 적색시간의 차량의 수에 대한 함수가 된다.

여기에 $q_i(t_c^i)$ 를 녹색시간 시작시점이 아닌 다음 주기의 시작 시점에서의 대기 차량 길이 $q_i(t_{int}^i)$ 라고 놓고 일정 적색시간 $r_{i,c+1}$ 과 녹색 시간 $g_{i,c+1}$ 의 끝에서 예상되는 대기차량의 길이는 다음과 같이 된다.

단 λ : 는 도착률

$$q_i(t_{c+1}^i) = \max\{q_i(t_{int}^i) + \lambda(g_{i,c+1} + r_{i,c+1}) - d_i g_{i,c+1}, 0\}$$

$$N_{i,c+1} = \min\{q_i(t_{int}^i) + \lambda(g_{i,c+1} + r_{i,c+1}), d_i g_{i,c+1}\}$$

(3.10)

2. 연구의 기본전제 및 용어 설명

우선 본 연구는 3 개의 교차로에 대해서만 고찰하였다.

본 신호교차로는 매 주기마다 교통상황에 따라 교차로의 패턴의 길이, 패턴의 종류가 달라지므로 다음과 같이 대기차량 최소 목적수행을 위한 서로 다른 종류의 패턴들을 정의한다.

각 교차로 마다 주 도로에서의 4 가지 신호 패턴과 부도로에서의 4 가지신호 패턴 즉 16 가지의 다른 종류의 신호패턴을 가질수 있다 < 그림 3-6>, <그림 3-7>

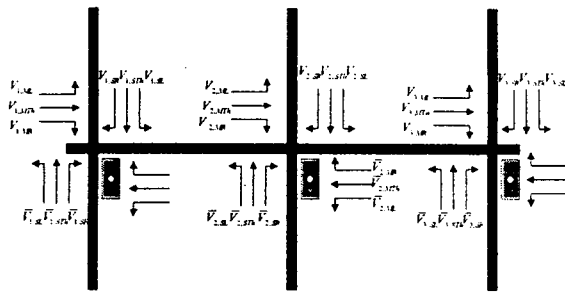


그림 3-5 교통류 구분

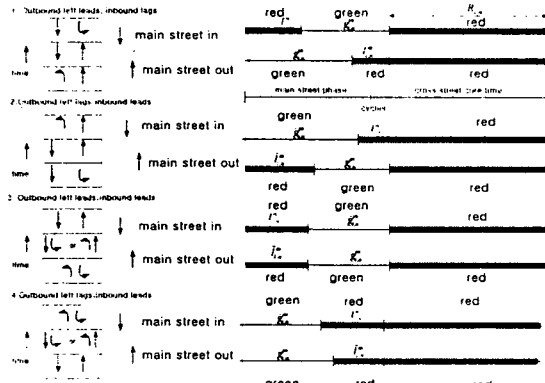
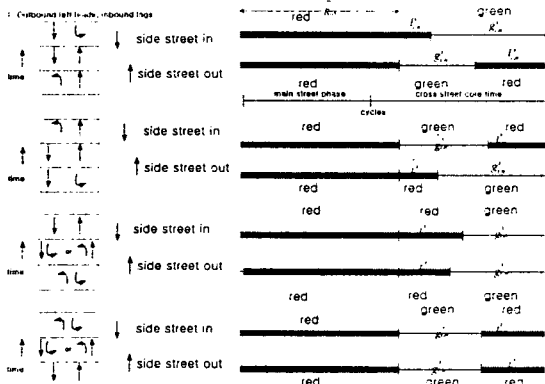


그림 3-5 주도로 신호패턴



<그림 3-6> 부도로 신호패턴

위 그림에서 사용되는 기호는 다음과 같은 의미를 가진다.

$t_{n,green}$: 주기 n 에서 각 접근로에서 불 때 녹색신호시간 종료 시점 이다.

$t_{n,int}$: 주기 n 에서 각 접근로에서 불 때 주기의 시작 시점 이다

각 접근로의 구분은 다음의 문자로 구별을 한다.

MTh : 주도로 직진(main street through) 을 의미한다.

ML : 주도로 좌회전(main street left turn) 을 의미한다.

STh : 부도로 직진(side street through) 를 의미한다.

SL : 부도로 직진(side street left turn)을 의미한다.

또 문자 위에 바가 붙은 것은 반대 방향임을 뜻한다.

$V_{i,MTh}(t_{n,green})[\bar{V}_{i,MTh}(t_{n,green})]$: i 번째 교차로

$MTh(\overline{MTh})$ 접근로(approach)에서 주기 n green time 종료시점 일때의 대기행렬이다.

$V_{i,ML}(t_{n,green})[\bar{V}_{i,ML}(t_{n,green})]$: i 번째 교차로

$ML(\overline{ML})$ 접근로(approach)에서 패턴 주기 n , green time 종료시점 일때의 대기행렬이다

$V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int})[\bar{V}_{i+1,MTh}(t_{n+1,int})]$: $i+1$ 번째 교차로 S_{i+1} 에서 주기 $n+1$ 초기에 측정되는 주도로 outbound(inbound) 방향으로 직진하는 차량의 주기 대기행렬의 길이이다.

$V_{i+1,ML}(t_{n+1,int})[\bar{V}_{i+1,ML}(t_{n+1,int})]$: $i+1$ 번째 교차로 S_{i+1} 에서 주기 $n+1$ 초기에 측정되는 주도로 outbound(inbound) 방향으로 좌회전 하는 차량의 주기 대기행렬의 길이이다.

주도로에서 관측 되는 신호는 다음의 3 가지가 있다.

$g_{i,n}^m(\bar{g}_{i,n}^m)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서의 주도로 outbound(inbound) 보는 녹색신호시간 이고 단위는 초다.

$r_{i,n}^m(\bar{r}_{i,n}^m)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서 주도로 outbound(inbound)에서 본 적색신호시간 길이 단위이다.

$l_{i,n}^m(\bar{l}_{i,n}^m)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서 주도로 outbound(inbound)에 본 좌회전 녹색신호시간이다.

또 부도로에서 본 신호의 종류는 다음과 같다.

$g_{i,n}^s(\bar{g}_{i,n}^s)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서 부도로 outbound(inbound)에서 본 녹색신호시간의 길이이다.

$r_{i,n}^s(\bar{r}_{i,n}^s)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서 부도로 outbound(inbound)에서 본 적색신호시간의 길이이다.

$l_{i,n}^s(\bar{l}_{i,n}^s)$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서, 부도로 outbound(inbound)에 할당된 좌회전 녹색신호이다.

$R_{i,n}(\bar{R}_{i,n})$: 교차로 S_i, n 번째 주기에서 주도로(부도로) outbound, inbound 에서 공통으로 보이는 적색 신호 시간 길이이다.

$P_i(n)$: 교차로 S_i, n 번째 주기이다.

<그림 3-6> 에서 알수 있는 바와 같이

$$g_{i,n}^m + \bar{l}_{i,n}^m = \bar{g}_{i,n}^m + l_{i,n}^m = P_i(n) - R_{i,n} = \bar{R}_{i,n} \quad (3.11)$$

이다.

<그림 3-7>에서도 동일하게

$$g_{i,n}^s + \bar{l}_{i,n}^s = l_{i,n}^s + \bar{g}_{i,n}^s = R_{i,n} \quad (3.12)$$

가 성립한다.

$d_i^{approach}(d_i^{approach})$: 신호기 S_i 각 접근로에서의 outbound(inbound) service rate (veh/sec) 이다.

$\lambda_{i,n}^{approach}(\lambda_{i,n}^{approach})$: 신호기 S_i 패턴 n 에서 각 접근로에서의 outbound(inbound) arrival rate

(veh/sec) 이다.

$\lambda_{i,n}^{approach,RAE}$ ($\bar{\lambda}_{i,n}^{approach,RAE}$) : 신호기 S_i , 주기 n , 접근로(approach)에서 전 신호기 $S_{i-1}(S_{i+1})$ 에서 우회전하여 S_i 들어오는 차량의 outbound(inbound) 도착률(arrival rate)(veh/sec)이다.

$P_{i,approach1,approach2}$: S_i 신호기의 *approach1*에서 출발한 차량이 S_{i+1} 신호기의 *approach2*로 진입로 진입할 확률이다.

$N_{i,n-k+1}^{I,MTh}$: 교차로 S_i , 주기 $n-k+1$, *MTh* 접근로에서 직진하여 outbound 쪽으로 진행하는 차량군의 볼륨

$N_{i,n-k+1}^{II,MTh}$: 교차로 S_i , 패턴 $n-k+1$, *MTh* 접근로에서 직진하여 inbound 쪽으로 진행하는 차량군의 볼륨

$t_{i,i+1}$: 교차로 S_i 에서 S_{i+1} 로 가는 평균 여행 시간이며 측정되는 값이다.

$t'_{i,i+1}$: 교차로 S_i 에서 S_{i+1} 로 가는 평균 여행 시간이며 예측하는 값이다.

$qdt_i(n)[qdt_i(n)]$: 교차로 S_i , n 번째 주기에서 주도로의 outbound(inbound) 대기차량 소거시간이다.

전장의 연동 모델에서 본 것 처럼 통과폭 모형에서 사용되는 더미 변수를 본 알고리즘에서도 동일하게 사용한다. 주도로와 부도로 2가지를 구분하여 사용하므로 모두 16가지의 서로 다른 좌회전 현시 순서가 존재하며 더미 변수와 패턴과의 관계는 아래 <표 3-1> 과 같다.

<표 3-1> 신호패턴과 더미변수

Pattern	$\delta_{i,n}^m$	$\bar{\delta}_{i,n}^m$	$\delta_{i,n}^s$	$\bar{\delta}_{i,n}^s$
1	0	1	0	1
2	0	1	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	0	0	0
8	1	0	1	1
9	0	0	0	1
10	0	0	1	0
11	0	0	0	0
12	0	0	1	1
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	0	0
16	1	1	1	1

3. 외곽 접근로에서의 대기행렬 계산

<그림 3-8>서 목적하는 Queue의 길이측정을 각 주기 $P_i(n+1)$ 의 green time 종료시점에서 한다고 하면, 그 시점에 발생하는 대기행렬의 길이

는 식 (3.10)을 이용한다.

예들 들어 신호기 S_1 에서 Outbound 직진 approach에서의 대기행렬을 구해보면

패턴 $P_i(n)$ 의 끝에서 도로의 검지기에서 측정되는 Queue, $V_{1,MTh}(t_{n+1,int})$.이 approach에서의 차량도착률을 $\lambda_{1,n+1}^{MTh}$ 라고 하면 패턴 $P_i(n+1)$ 의 시작 시점부터 $P_i(n+1)$ 의 green time 종료 시점까지 입력으로 들어오는 자동차의 volume은 $\lambda_{1,n+1}^{MTh}[\bar{l}_{1,n+1}^m(1-\bar{\delta}_{1,n+1}^m)+g_{1,n+1}^m]$ 이 되고 green time 동안에 차량이 d_1^{MTh} 이란 비율로 빠져나갈것이기 때문에 줄어드는 양은 $d_1^{MTh}g_{1,n+1}^m$ 이 된다.

이를 종합하여 패턴 $P_i(n+1)$ green time의 끝 시점에서 예상되는 대기행렬은

$$V_{1,MTh}(t_{n+1,green}) = \max\{V_{1,MTh}(t_{n+1,int}) + \lambda_{1,n+1}^{MTh}[\bar{l}_{1,n+1}^m(1-\bar{\delta}_{1,n+1}^m)+g_{1,n+1}^m] - d_1^{MTh}g_{1,n+1}^m, 0\} \quad (3.13)$$

이 된다. 비슷한 방법으로 좌회전 대기행렬을 구하면

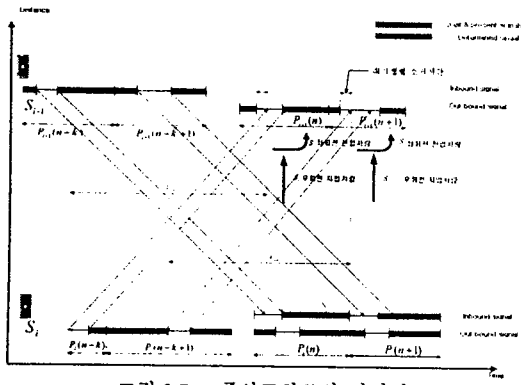
$$V_{1,ML}(t_{n+1,green}) = \max(V_{1,ML}(t_{n+1,int}) + \lambda_{1,n+1}^{ML}(\bar{g}_{1,n+1}^m\bar{\delta}_{1,n+1}^m + l_{1,n+1}^m) - d_1^{ML}l_{1,n+1}^m, 0) \quad (3.14)$$

이 된다.

교차로 S_3 에서 주도로 Inbound 직진, 좌회전 대기행렬도 동일한 방법으로 예측할 수가 있다.

4. 중앙 교차로의 직진, 좌회전 대기차량 수 및 주기 패턴 결정

중앙 교차 S_2 에서의 직진, 좌회전 대기차량수의 계산은 위의 방법과는 다르다. 그것을 보기 위해 아래의 <그림 3-9>을 보면 $i+1$ 번째 교차로에서의 대기 차량은 i 번째 교차로에서 출발한 차량에 대한 함수가 된다. 계산을 위해서 i 번째 직진교통류는 반드시 $i+1$ 교차로의 녹색신호시간에 도착하며 그 여행시간을 $t_{i,i+1}$ 이라고 하며 i 번째 교차로의 side street에서 들어오는 좌회전 교통류는 반드시 적색시간에 도착한다고 가정한다. $t_{i,i+1}$ 은 시간에 따라 변하지 않고 일정하다고 가정한다. 만약 교차로 S_i , 주기 $n-k$ 에서 출발한 차량군이 S_{i+1} 주기 n 에서 도착한다면, 다음번 주기 $n+1$ 에 의해서 직진, 녹색시간이 끝에 형성되는 직진 대기 차량의 길이 계산은 다음과 같이 한다



<그림 3-7> 중앙교차로의 타이밍도

$$\begin{aligned}
 V_{i+1,MTh}(t_{n+1,green}) &= \max(V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int})) \\
 &+ \lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} [(1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \bar{l}_{i+1,n+1}^m + g_{i+1,n+1}^m] \\
 &+ N_{i,n-k+1}^{V_i, \Delta MTh} P_{i,MTh,MTh} e_{i+1,n} - d_{i+1}^{MTh} g_{i+1,n+1}^m, 0)
 \end{aligned}$$

단 $1 \leq i \leq 2$ (3.15)

위식에서 전 교차로 부도로에서 출발한 좌회전 차량의 영향을 고려하지 않는 이유는 이미 제약 조건에서 '좌회전 교통류는 반드시 적색 시간에 도착한다고 가정한다' 고 하였으므로 초기 대기 행렬의 길이에 이미 그 값이 포함되어 있다. 그러므로 식 (3.21)은 전신호에서 출발한 우회전신호 교통량과 직진신호 교통량에 의한 예측이 필요하다. 우선 우회전신호에 의해서 접근하는 차량의 도착률은 전 교차로에서의 도착률과 그곳에서 현 교차로로 오는 차량의 확률로의 곱으로 대략 구해지 진다.

$$\lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} \cong \lambda_{i,n-k+1}^{SR} P_{i,SR,MTh} \quad (3.16)$$

전 교차로에서 출발한 직진 교통류의 도착률은 전교차로에서 출발한 차량의 불류과 출발지에서 목적지로 가는 확률의 곱으로 구하면 되지만 시간에 따른 차량의 확산에 의해 도착률이 작아진다. 그래서 다음과 같이 식을 세우면

$$N_{i,n-k+1}^{V_i, \Delta MTh} P_{i,MTh,MTh} e_{i+1,n}$$

단 $0 \leq e_{i+1,n} \leq 1$ 을 만족하는 상수가 된다. 이 상수는 실험적으로 구해진다.

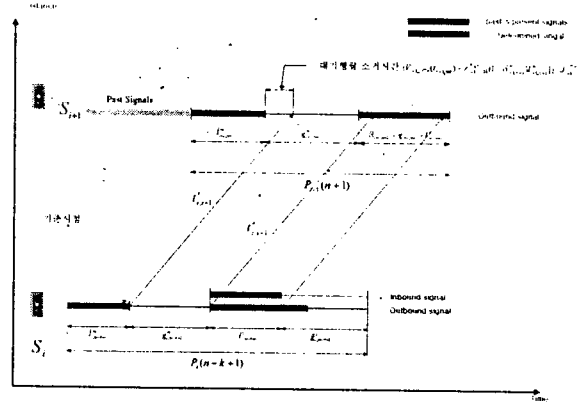
또 다음 주기에서 부도로에서 출발하여 좌회전 하여 들어오는 차량군에 대한 계산을 간편하게 하기위해서 신호를 아래 그림에서 보는 바와 같이 조절한다. 즉 교차로 S_i , 부도로에서 좌회전 하여 주도로의 outbound로 진행하는 차량군이 교차로 S_{i+1} 에서의 주도로 직진신호 이후에 들어오도록 하고 또 다음 신호패턴이 시작되기전에 도착이 완료 되도록 하는 다음의 제약식을 만든다. 이것을 식으로 만들면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 &\bar{l}_{i,n-k+1}^m + g_{i,n-k+1}^m + \delta_{i,n-k+1}^s \bar{g}_{i,n-k+1}^s + t'_{i,i+1} \geq \\
 &\bar{l}_{i,n-k+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i,n-k+1}^m) + t'_{i,i+1} - \{V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) \\
 &+ \lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} [(1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \bar{l}_{i+1,n+1}^m]\} / d_{i+1}^{MTh} + g_{i+1,n+1}^m \\
 &+ \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m \bar{l}_{i+1,n+1}^m
 \end{aligned}$$

(3.17)

$$\begin{aligned}
 &\bar{l}_{i,n-k+1}^m + g_{i,n-k+1}^m + \delta_{i,n-k+1}^s \bar{g}_{i,n-k+1}^s + t'_{i,i+1} \\
 &\leq \bar{l}_{i,n-k+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i,n-k+1}^m) + t'_{i,i+1} - \{V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) \\
 &+ \lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} [(1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \bar{l}_{i+1,n+1}^m]\} / d_{i+1}^{MTh} + g_{i+1,n+1}^m \\
 &+ \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m \bar{l}_{i+1,n+1}^m + g_{i+1,n+1}^s + \bar{l}_{i+1,n+1}^s
 \end{aligned}$$

(3.18)



<그림 3-8> 현신호등과 주위 신호등과의 관계

<그림 3-10>은 위식의 관계를 설명하고 있다. 여기서 대기차량 소거시간, $qdt_{i+1}(n+1)$ (queue clearance time)은

$$\begin{aligned}
 qdt_{i+1}(n+1) &= \{V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) \\
 &+ \lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} [(1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \bar{l}_{i+1,n+1}^m]\} / d_{i+1}^{MTh}
 \end{aligned}$$

(3.19)

이다

또 <그림 3-9>에서 주기 $P_i(n-k)$ 의 outbound 직진 green에서 출발한 차량이 주기 $P_{i+1}(n+1)$ 의 outbound green 시작시간에 도착할 때 하나의 루프가 만들어 지므로 다음의 루프 식이 만족되어야 한다.

$$\begin{aligned}
 &- P_i(n-k) + \bar{l}_{i,n-k}^m (1 - \bar{\delta}_{i,n-k}^m) + t_{i,i+1} - qdt_{i+1}(n) \\
 &+ P_{i+1}(n) - \bar{l}_{i+1,n}^m (1 - \bar{\delta}_{i+1,n}^m) + \bar{l}_{i+1,n+1}^m \times (1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \\
 &+ \{V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) + \lambda_{i+1,n+1}^{MTh,RAE} [(1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) \bar{l}_{i+1,n+1}^m]\} \\
 &/ d_{i+1}^{MTh} = \bar{l}_{i,n-k+1}^m \times (1 - \bar{\delta}_{i,n-k+1}^m) + t'_{i,i+1}
 \end{aligned}$$

(3.20)

위식은 주기 $P_i(n-k+1)$ 의 시작 지점이 있는 Outbound 직진 대기 차량이 교차로 S_{i+1} Outbound MTh 접근로 정지선에 도달하기 까지의 시간적 경로가 2가지가 있는데 이것이 같음을 나타내고 있다.

반대방향 즉 교차로 S_{i+1} 에서 교차로 S_i 로 진행하는것에 대한것도 동일한 방법을 적용하면 식을 얻을수 있다.

이제 교차로 S_{i+1} , 주도로의 좌회전 대기차량의 길이를 계산하면 대기차량 발생요인은 교차로 S_i . 부도로에서 좌회전하여 출발한 진입차

량수와 주도도로에서 직진하여 들어오는 진입차량수. 또 우회전하는 차량수의 일부로 구성된다.

좌회전대기차량 계산도 한주기가 끝나고 다음 주기가 시작될 때 대기 차량의 수를 측정하므로 교차로 S_i , 부도로에서 좌회전하여 출발하여 좌회전 대기 차량군에 진입하는 것은 고려하지 않아도 된다. (위 차량은 이미 새로운 주기가 시작되기 전에 S_{i+1} 교차로에 진입한다고 가정했기 때문이다.)

전 교차로에서 주도도로에서 outbound 방향으로 들어오는 진입차량중 좌회전으로 빠지는 차량은 전체 차량에다 직진에서 좌회전하는 확률을 곱한다. 여기에서도 차량의 분산에 의해서 그 양이 차이가 날것이므로 상수 $\varepsilon_{i+1,n}$ 을 추가로 곱한다.

$$N_{i,n-k+1}^{V_{i,MTh}} \times P_{i,MTh,ML} \times \varepsilon_{i+1,n} \quad (3.21)$$

단 $0 \leq \varepsilon_{i+1,n} \leq 1$ 이다.

전 교차로에서 우회전하여 들어오는 차량중 좌회전으로 빠지는 차량은 전 교차로에서 우회전하여 현 교차로 좌회전 진입로로 진입하는 차량 도착률과 새로운 주기의 시작 시각을 기준으로 하여 좌회전 신호가 끝나는 시간의 곱으로 표현된다. 그러나 우회전한 차량이 좌회전도로로 들어오는 도착률은 정확히 알 수가 없으므로 전 교차로, 부도로에서 우회전하는 차량의 도착률을 대신하여 쓴다. 단 도착률은 전 교차로의 도착률에다 전 교차로에서 출발한 차량이 현 교차로의 좌회전 접근로로 도착하는 확률을 곱한다. 이것을 식으로 나타 내면 아래와 같다.

$$\lambda_{i,n+1}^{M,RAE} (\delta_{i+1,n+1}^m \bar{g}_{i+1,n+1}^m + l_{i+1,n+1}^m) = \lambda_{i,n-k+1}^{SR} (\delta_{i+1,n+1}^m \bar{g}_{i+1,n+1}^m + l_{i+1,n+1}^m) \times P_{i,SR,ML} \quad (3.22)$$

교차로 S_i , 부도로에서 좌회전하여 '출발한' 진입차량수는 언제나 적색시간에 들어오기 때문에 문제가 없지만 전 교차로 주도도로에서 직진하여 들어오는 진입차량수와 전교차로에서 우회전하여 들어오는 차량은 교차로에 들어오는 시점에 따라서 대기 차량의 길이가 달라질수 있다.

만약 주도도로에서 직진하여 들어오는 진입차량이 새로운 주기의 좌회전 녹색신호보다 일찍 들어오면

즉, 교차로 S_i , 주도도로에서 outbound 직진 차량이 S_{i+1} 교차로의 outbound 직진 교차로에 들어오는 시간을 A 라고 정의하고 이것을 계산하자면

새로운 주기의 시작을 기준으로 하여 좌회전 시간(이 시간은 좌회전 신호가 직진 신호보다 선행하는 경우에 포함)과 그 후에 이어지는 직진신호에서의 기존 대기 행렬 소거시간을 더하

면 된다.

$\bar{l}_{i+1,n+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) + "$ 대기 행렬 소거시간" 후가 된다.

대기 행렬 소거시간은 아래와 같으므로

$$[V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) + \lambda_{i,n}^{SR} P_{i,SR,MTh} \bar{l}_{i+1,n+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m)] / d_{i+1}^{MTh}$$

이상을 종합하여 정리하면 아래와 같다.

$$A = \bar{l}_{i+1,n+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) + V_{i+1,MTh}(t_{n+1,int}) + \lambda_{i,n}^{SR} P_{i,SR,MTh} \bar{l}_{i+1,n+1}^m (1 - \bar{\delta}_{i+1,n+1}^m) / d_{i+1}^{MTh} \quad (3.23)$$

그리고 새주기, $p_{i+1}(n)$ 를 기준으로 outbound 좌회전신호가 끝나는 시간을 B , 라고 정의하고 그 시간을 계산하면 좌회전 신호시간과 직진신호시간(이 경우는 직진 신호가 좌회전 신호보다 서행하는 경우에 포함된다.)의 합으로 표현된다.

$$B = l_{i+1,n+1}^m + \delta_{i+1,n+1}^m \bar{g}_{i+1,n+1}^m \quad \text{이다.}$$

만약 $A \geq B$ 이면

좌회전 대기행렬은 전 부도로에서 좌회전하여 현 교차로 좌회전 진입로에 들어오는 차량수는 측정하는 시점 이후가 되어 무시되므로 아래의 식과 같이 전교차로 주도도로에서 출발하여 우회전하여 현 교차로 좌회전 진입로에 들어오는 차량수만을 포함한다. 이를 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$V_{i+1,ML}(t_{n+1,green}) = \max(V_{i+1,ML}(t_{n+1,int}) + \lambda_{i,n+1}^{ML,RAE} (\delta_{i+1,n+1}^m \bar{g}_{i+1,n+1}^m + l_{i+1,n+1}^m) - d_{i+1}^{ML} l_{i+1,n+1}^m, 0) \quad (3.24)$$

단 $\lambda_{i,n+1}^{ML,RAE} \cong \lambda_{i,n-k+1}^{SR} \bar{p}_{i,SR,ML}$ 이라고 이미 가정했다.

반대로 $A \leq B$ 이면

전 교차로의 부도로에서 좌회전 한 차량이 현 교차로의 좌회전 접근로에 들어오는 차량의 수도 포함이 되므로 이 항을 추가 시켜면 아래식 (3.36)과 같이 된다.

$$V_{i+1,ML}(t_{n+1,green}) = \max(V_{i+1,ML}(t_{n+1,int}) + \lambda_{i,n}^{SR} (\delta_{i+1,n+1}^m \bar{g}_{i+1,n+1}^m + l_{i+1,n+1}^m) P_{i,SR,ML} + N_{i,n-k+1}^{V_{i,MTh}} P_{i,MTh,ML} \varepsilon_{i+1,n} - d_{i+1}^{ML} l_{i+1,n+1}^m, 0) \quad (3.25)$$

반대 방향에 대해서도 동일한 방법으로 생각하여 식을 만들면 식을 얻는다.

IV. 신호의 계산

목적함수

이렇게 각 접근로에서의 예상 대기행렬의 길이를 구하면 목적함수는 각 접근로 마다 대기행

렬을 최소화 하는 녹색,적색 신호를 계산하는 것이다.

이것을 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \min[V_{i,MTh}(t_{n+1,green}) + V_{i,ML}(t_{n+1,green}) \\ & + \bar{V}_{i,MTh}(t_{n+1,green}) + \bar{V}_{i,ML}(t_{n+1,green}) + V_{i,STh}(t_{n+1,green}) \\ & + V_{i,SL}(t_{n+1,green}) + \bar{V}_{i,STh}(t_{n+1,green}) + \bar{V}_{i,SL}(t_{n+1,green})] \\ & 1 \leq i \leq 3 \end{aligned} \quad (4.1)$$

위 문제는 선형프로그래밍 기법을 이용하여 해를 구한다.

그러나 minimize 하려는 항목 항목마다 max()함수를 포함하고 있으므로 이를 선형 프로그래밍으로 풀릴수 있는 형태로 바꾼다.

즉 예를 들어 max()함수를 포함하고 있는 식들이 다음과 같은 형태를 취하고 있으므로

$$\max(a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n, 0) \quad (4.2)$$

위식을 선형으로 바꾸기 위해서 새로운 변수 α 를 도입하여 아래와 같이 수정한다.

$$a \geq a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n, \quad \alpha \geq 0 \quad (4.3)$$

다시 이것은

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n - \alpha \leq 0, \quad -\alpha \leq 0 \quad (4.4)$$

와 같다.

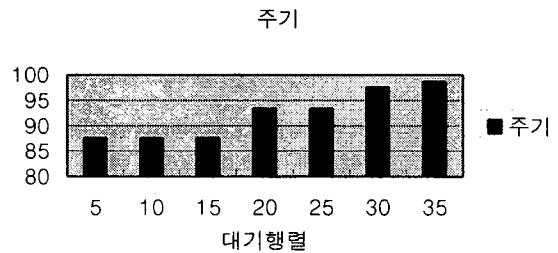
IV. 실험

다음의 실험은 1번째 교차로에서 Outbound 주도로 초기 대기행렬이 5, Outbound 주도로 좌회전 대기행렬=10 Inbound 주도로 초기 대기행렬은 20; Inbound 주도로 좌회전 대기행렬은 10 Outbound 부도로 초기 대기행렬이 10, Outbound 부도로 좌회전 대기행렬은 3 Inbound 부도로 초기 대기행렬은 5; Inbound 부도로 좌회전 대기행렬은 5 이고 ; 주도로 Outbound 직진 의 차량 도착률이 1/2, 주도로 Outbound 좌회전 차량의 도착률이 1/2, 주도로 Inbound 직진 차량의 도착률이 1/4, 주도로 Inbound 좌회전 도착률이 1/4, 부도로 Outbound 직진 의 차량 도착률이 1/7, 부도로 Outbound 좌회전 차량의 도착률이 1/7, 부도로 Inbound 직진 차량의 도착률이 1/7, 부도로 Inbound 좌회전 도착률이 1/7, 각 접근로당 서비스율은 동일하게 초당 1대 라고 했을때 주도로 초기 행렬을 +5 씩 증가 시켜서 35초 까지 증가시켜 보면 다음과 같은 데이터가 얻어진다.

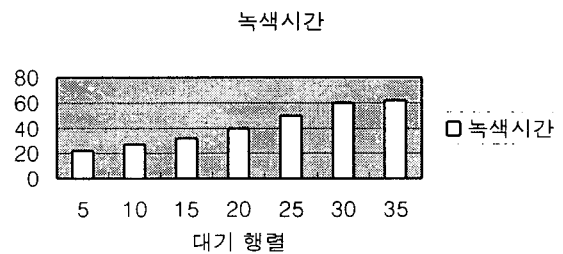
대기 차량수	주기	녹색 시간	패턴1	패턴2	패턴3	패턴4
5	87.6	22	0	0	0	1
10	87.6	27	0	0	0	1
15	87.6	32	0	0	0	1
20	93.3	40	0	0	0	0
25	93.3	50	0	0	0	0

30	97.6	60	0	0	0	1
35	98.7	62	0	0	0	0

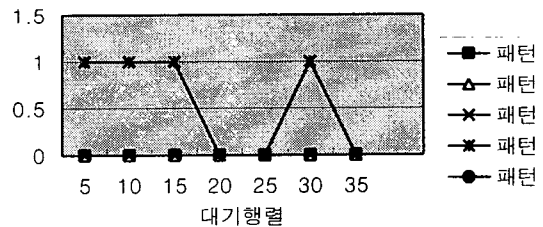
<표 5.1>



<그림 5-1>



<그림 5-2>



<그림 5-3>

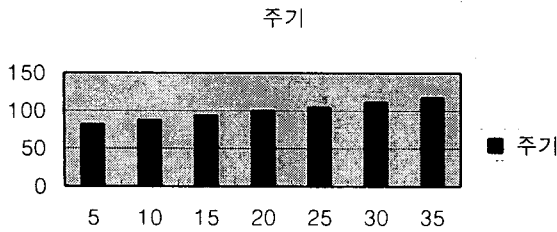
위 표에서 보는 바와 같이 대기 차량이 늘어남에 따라 패턴이 변하고 주기와 녹색시간이 각각 늘어나나 선형적으로 늘어나는 것은 아님을 볼 수가 있다.

또 부도로에서의 교통 변화에 대한 영향을 보기 위해 Outbound 부도로의 대기행렬의 크기를 크게 해 보면, 다음과 같은식이 얻어진다.

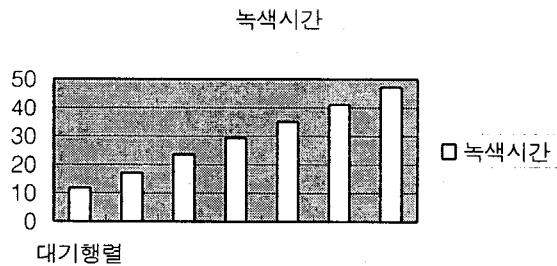
<표 5-2>

대기행렬	주기	녹색시간	패턴1	패턴2	패턴3	패턴4
5	81.7	11.7	0	0	0	1
10	87.6	17	0	0	0	1
15	93.5	23.5	0	0	0	1
20	99.4	29.4	0	0	0	1
25	105.3	35	0	0	0	1
30	111.2	41	0	0	0	1
35	117.1	47	0	0	0	1

대기 행렬에 대한 주기와 녹색 시간의 변화를 보면 아래와 같다.



<그림 5-4>



<그림 5-5>

V. 결론

전장의 실험 결과를 통하여 연동을 고려한 신호가 계산될수 있음을 알수있다. 계산 결과에서 보는 바와 같이 주도로에서의 교통량의 변화가 직접적으로 주기의 변화에 영향을 미치는 것은 아님을 알수있고 그러나 부도로에서의 변화는 주기와 녹색신호의 변화를 가져오며 이는 선형적으로 증감하는것알 알수있다. 또 원래 의도한 바와 같이 신호 패턴의 변화가 교통량의 가감에 의해서 적절하게 이루어지는 것을 알수있다. 이론 전개과정에서 알수 있듯이 신호기간의 연동을 위한 신호산출은 현 신호시점에서의 대기차량길이, 각 접근로에서의 도착률, 그리고 인접 교차로에서 출발한 차량의 형태에 따라서 달라질 수가 있다. 그러므로 최악의 경우에는 연동효과를 고려한 신호의 해가 나오지 못하는 경우가 있는데 이럴때 단순하게 대기행렬 최소화만을 위한 계산으로 바꾸어야 한다. 그러나 대부분의 경우(주기 60 초에서 240 초) 사이에서는 신호계산이 잘됨을 알 수가 있다.

참고 문헌

[1] 신언교, "지체 최소화를 위한 신호연동화 모형 개발에 관한 연구"

서울시립대학교 대학원 도시공학과 박사학위 논문, 1997

[2] 신성일, "간선도로 연동화 모델에 관한 비교 연구" 서울대학교 환경대학원 석사학위 논문, 1992

[3] 김현석, "간선도로의 연동화 기법에 관한 연구" 서울대학교 환경대학원 석사학위 논문, 1993

[4] 하동익, "신호교차로 연동지체 분석 방법론 연구" 대한교통회지 제 2 권 제 15 호, 1997

[5] E.T Peytchev, A Bargiela, R Gessing, "A Predictive Macroscopic City Traffic Flows Simulation Model", Real Time Telemetry System,

[6] Matthew J. Huber, "Traffic Flow Theory", Department of Civil and Mineral Engineering University of Minnesota, PP 437-469

[7] John T. Morgan, John D. C. Little, "SYNCHRONIZING TRAFFIC SIGNALS FOR MAXMAL BANDWIDTH"

[8] John D. C Little and Morgan, D. Kelson, "Optimal Signal Timing for Arterial Signal System", Federal Highway Administration, December, 1980.

[9] H. S. Tsay and L. J. Lin, "New Algorithm for Solving the Maximum Progression Bandwidth", Transportation Research record 1194, pp 15-30, 1988

[10] K. G. Courage and C E. Wallace, "TRANSYT-7F Users' Guide", Transportation Research Centre, University of Florida, Gainesville, Florida, December, 1991

[11] Edmond C. P. Chang, James C. Lei and Carroll J. Messer, "Passer II-87 Microcomputer User's Guide", Texas State Department of Highways and Public Transportation, April 1988

[12] Bart De Schutter and Bart De Moor, "Optimal traffic light control for a single intersection" Katholieke Universiteit Leuven, December 1996

[13] Carlton C. Robinson, "Highway Capacity Manual", Special Report 209, Transportation Research Board National Research Council, 1985

[14] William R. McShane and Roger P. Roess, "Traffic Engineering", Prentice Hall