

## 다중 유전체에서 임의의 형상을 갖는 마이크로스트립 안테나의 해석

김상진\* · 김영식\*\* · 천창율\*  
서울시립대학교 전자공학과\* · 한국안전유리(주)\*\*

### Analysis of Arbitrarily-Shaped Microstrip Antenna in Multi-Layered

Sangjin Kim\* · Youngsik Kim\*\* · Changyul Cheon\*  
Dept. of Electronics Engineering Univ. of Seoul\* · Hankuk Safety Glass Co.,Ltd.\*\*

**Abstract** - In this paper, arbitrarily-shaped microstrip patch antenna in multi-layered is analyzed using spatial domain MoM. The triangular patch function is adopted here as the expansion function for planar arbitrarily-shaped microstrip. For example, an edge-fed rectangular patch antenna on a single-layered substrate is analyzed. The results show the agreement between the calculation and measurement.

#### 1. 서 론

MIC/MMIC(monolithic microwave / millimeter-wave integrated circuits)을 설계할 때, 마이크로스트립 소자들(결합소자, 안테나, 회로 등)의 EM 모델링은 동작 주파수가 높아감에 따라 중요성이 더해가고 있다. 과거에는 마이크로스트립 회로의 불연속과 프린트 안테나의 특성을 알기 위해 유사 정적 방법과 등가 도파로/캐비티 모델과 같은 여러 가지 모델링 기법이 사용되었다. 이런 기법은 저주파나 전기적으로 얇은 기판으로 제한되어 복사나 표면파 현상을 무시하였다. 주파수가 증가함에 따라 방사와 표면파 현상은 강하게 나타나므로 EM 모델링에서 포함하여 주의깊게 모델해야 한다. 이런 효과를 포함한 full-wave 해석법은 회로와 안테나를 정확히 모델하는데 요구된다. full-wave 해석법에는 FDTD(finite-difference time-domain)법, 유한요소법(FEM), MOL(method of lines), TLM(transmission line matrix) 그리고 적분식 정식화 등이 있다. MIC/MMIC와 프린트 안테나를 해석하는 가장 일반적이고 정확한 방식은 적분식 정식화이다. 방식은 전계적분식(EFIE)에 기초를 두며 마이크로스트립 위의 미지의 전류 분포에 의해 지배된다. 이 기법은 수학적 취급이 다른 공간영역과 파수영역에서 정식화 될 수 있다. 공간영역에서 EFIE에 대한 Green 함수는 Sommerfeld 적분형태로 얻어지는 전계 Green 함수이다. 이것은 전류원과 관측점이 가까이 있을 때 대단히 특이하기(singular) 때문에 특별히 주의를 기울여야 한다.

본 논문에서는 먼저 주파수영역에서 Green 함수를 유도하고 공간영역 Green 함수를 구하기 위해 Sommerfeld 적분식을 이용하여 효과적인 수치 적분법을 도입하였다. EFIE 보다 덜 특이점을 갖는 MPIE(Mixed Potential Integrate Equation)를 사용하여 적분방정식을 정식화하였고, 이 적분식을 공간영역 모멘트법을 적용하여 해를 구하였다. 평면 구조에서 임의의 형태에 대해 해석 가능하도록 벡터 삼각형 패치 함수를 기저함수로 사용하였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 다중 유전체의 Green 함수와 적분 방정식

벡터 및 스칼라 포텐셜의 공간영역 Green 함수는 다음과 같은 Sommerfeld형 적분식으로 표현된다.

$$G_{A,q} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [ \tilde{G}_{A,q}(k_\rho, z | z_s) J_n(k_\rho \rho) k_\rho^{(n+1)} ] dk_\rho \quad (1)$$

여기서  $\tilde{G}_{A,q}$ 는 주파수영역 Green 함수이고,  $n$ 은 0 또는 1이다. 다중 유전체의 무한평면 구조에서 무한소 전류원과 관측점이 동일한 층에 위치할 경우의 주파수영역 Dyadic Green 함수는 (2),(3)식과 같이 유도할 수 있다.

$$\tilde{G}_A^{(i)xx}(k_\rho, z | z_s) = \frac{\mu_0 \mu_n}{2\gamma_i} \tilde{F}_A^{(i)xx}(k_\rho, z | z_s) \quad (2)$$

$$\tilde{G}_q^{(i)x}(k_\rho, z | z_s) = \frac{1}{2\gamma_i \epsilon_0 \epsilon_n} \tilde{F}_q^{(i)x}(k_\rho, z | z_s) \quad (3)$$

여기서  $\tilde{G}_A$ 와  $\tilde{G}_q$ 는 주파수영역 Green 함수이다. EM 문제를 해결하는 첫 번째 단계는 적분방정식을 세우는 것이다. 도체 표면 S에 경계조건을 적용하여 적분방정식을 구할 수 있다. 공간영역 Green 함수  $\overline{G}_A$ 와  $G_q$ 가 EFIE의 Green 함수  $\overline{G}_E$ 보다 덜 특이점을 갖게 되므로 계산이 안정되고 간단하다. 따라서 MPIE로 정식화하였다.

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \overline{E}^{inc}(\vec{r}) &= \hat{n} \times [j\omega \overline{A}(\vec{r}) + \nabla V(\vec{r})] \\ &= \hat{n} \times \left[ j\omega \int_S \overline{G}_A(\vec{r} | \vec{r}_s) \cdot \overline{J}_s(\vec{r}_s) dS_s + \nabla \int_S G_q(\vec{r} | \vec{r}_s) \cdot \overline{q}_s(\vec{r}_s) dS_s \right] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\overline{G}_A, G_q$ 는  $\overline{A}$ 와  $V$ 에 대한 dyadic Green 함수이다.

#### 2.2 모멘트법

##### 2.2.1 기저함수

임의의 형상을 갖는 마이크로스트립 구조의 평판 전류를 모델하기 위해서 그림1과 같은 방향성을 갖는 삼각형 패치 함수[1]를 적용하였다. 삼각형 패치는 아래 그림과 같으며 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{tri}_n(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l_n^+}{2A_n^+} (\vec{r} - \vec{r}_{n1}) = \frac{l_n^+}{2A_n^+} \overline{\rho}_n^+ & : \vec{r} \in T_n^+ \\ \frac{l_n^-}{2A_n^-} (\vec{r}_{n4} - \vec{r}) = \frac{l_n^-}{2A_n^-} \overline{\rho}_n^- & : \vec{r} \in T_n^- \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

여기서  $T_n^\pm$ 은 면적  $A_n^\pm$ 인 인접한 두 삼각형의 영역을 나타낸다.  $n$  번째 확장함수는 길이가  $l_n$ 인 공통(내부) 에지를 중심으로 양쪽에 위치한 한 쌍의 삼각형에만 관계하며 다른 삼각형에 대해서는 무관하다.  $\overline{tri}_n(\vec{r})$ 는  $n$  번째 에지에 접해있는 두 삼각형의 영역에서만 값을 갖고 나머지에서는 값을 갖지 않는다. 이 기저함수는 벡터 전류의 흐름을 나타내수 있으며 경계 에지에는 접선 성분만 존재하므로 마이크로스트립 상에서 경계조건을 자동으로 만족하게 된다. 삼각형 패치 함수의 특성은 다음과

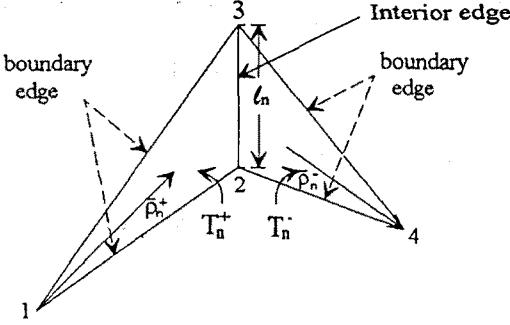


그림 1. 삼각형 패치 함수

같다.

- a. 경계 에지에 수직한 전류성분은 없다.
  - b.  $n$  번째 내부 에지에 수직한 전류성분은 일정한 값을 갖으며 에지를 가로질러 연속이다.
- 또한  $\overline{tri}_n(\vec{r})$ 의 표면 발산값 즉, 표면 전하 밀도는 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \overline{tri}_n(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} & : \vec{r} \in T_n^+ \\ -\frac{l_n}{2A_n^-} & : \vec{r} \in T_n^- \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

이것은 일정한 전하 기저 함수와 동가이다. 이것은 두 삼각형 영역  $T_n^+$ 와  $T_n^-$ 의 총 표면 전하는 0이다.

마이크로스트립 소자의 전류는 위에서 설명한 기저함수를 사용하면 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\overline{I} = \sum_{n=1}^N A_n \overline{tri}_n \quad (7)$$

여기서  $N$ 은 삼각형 요소의 내부 에지의 총 개수이며,  $A_n$ 는 미지의 확장계수이다. 기저함수  $\overline{tri}_n(\vec{r})$ 는  $n$ 번째 에지의 수직성분에만 관련된다. 확장계수  $A_n$ 는  $n$ 번째 에지를 가로지르는 수직성분으로 해석할 수 있다.

### 2.2.1 행렬 구성

시험함수를 확장함수와 동일한 함수를 선택하는 Galerkin 법을 적용하여 시스템 행렬을 구성하면 다음과 같다.

$$[Z_{mn}] [I]_n = [V]_m \quad (8)$$

계수  $[I_n]$ 는 구해야 할 미지수이다.  $[Z_{mn}]$ 는 임피던스 행렬로 요소는 (4)식으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_{mn} = j\omega \int_{S_m} dS \int_{S_n} dS_i [\overline{tri}_m(\vec{r}) \cdot \overline{G}_A(\vec{r} | \vec{r}_i) \cdot \overline{tri}_n(\vec{r})] + \frac{1}{j\omega} \int_{S_m} dS \int_{S_n} dS_i [\nabla \cdot \overline{tri}_m(\vec{r}) G_i(\vec{r} | \vec{r}_i) \cdot \nabla_i \cdot \overline{tri}_n(\vec{r})] \quad (9)$$

벡터  $[V]$ 는 회로전체의 여기(excitation) 메카니즘으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$V_m = \int_{S_m} [\overline{f}_m(\vec{r}) \cdot \overline{E}^{inc}(\vec{r})] dS \quad (10)$$

여기서  $\overline{f}_m$ 는 시험함수로  $\overline{tri}_m(\vec{r})$ 이다. 본 논문에서는 여기 메카니즘을 delta-gap 전압원을 마이크로스트립 선로의 입력단에 인가하였다. 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$[V] = [0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0 \ 0 \ 0]^T \quad (11)$$

여기서  $t$ 는 전치행렬을 나타낸다. 일단 행렬 요소와 여기벡터가 결정되면, 전류분포를 구할 수 있고, 전류분포가 구하게 되면, 모든 회로 파라미터와 입력 임피던스, 복사페인, 표면과 손실 등을 어렵지 않게 구할 수 있다.

### 2.3 에지(edge) 급전 패치 안테나 해석

해석의 타당성을 검증하고자 단층 유전체 기판 상에 에지 급전 직사각형 패치 안테나에 적용하였다.[2] 해석하고자 하는 안테나는 그림2에 나타나 있으며 입력 선로의 끝에서 급전한다. 기판의 유전율은 2.2이고 두께는 0.794 mm이다. 그림2는 해석하고자 하는 패치 안테나의 구조와 삼각형 배쉬를 나타낸 것이다. 배쉬 개수는 372개이고 내부 에지는 527개이다. 불연속 점에서는 정확도를 높이기 위해 메쉬를 더 작게 잘랐다. 그림3은 반사계수를 시뮬레이션 값과 실험치를 비교한 결과 아주 잘 일치함을 알 수 있다. 실험결과는 논문[2]를 참조하였다. 모든 공진점은 예측치와 잘 일치함을 알 수 있다. 전류분포 그림4, 5, 6, 7과 같다. 7.6GHz에서 (0,1) 모드가 발생하며, 10.2GHz에서 (1,1)모드, 14.7 GHz에서 (2,1) 모드 그리고 18.32 GHz에서 (3,0) 모드가 발생함을 나타내고 있다. 이들 그림으로부터 x 방향과 y 방향의 전류성분을 알 수 있다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 평면 다층 유전체에서 임의의 형상을 갖는 마이크로스트립 패치 안테나를 공간영역 모멘트법을 이용하여 해석하였다. 다층 유전체에서 주파수영역 Green 함수를 유도하고, Sommerfeld형 적분식을 통해 공간영역 Green함수로 계산할 때 효율적인 수치 적분 알고리즘을 적용하여 정확도를 높일 뿐 아니라 어레이 안테나의 해석도 가능하도록 Green 함수를 적용하였다. 또한 원형이나, 곡선뿐 아니라 임의의 패치 형태에 적용 가능하도록 기저함수와 확장함수는 벡터 삼각형 패치 함수를 적용하였다. 해석의 타당성을 위해 에지 급전 직사각형 패치 안테나를 해석하여 반사계수, 전류분포를 계산하여 실험치와 잘 일치함을 확인하였다. 본 논문의 해석법은 패치 안테나 뿐만 아니라 다층 유전체 층에서 평면구조의 마이크로스트립 소자는 모두 해석 가능하다.

## 부 록

### 1. 평면 다층 유전체 층에서 Green 함수와 일반적인 반사계수[3]는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_A^{(D)k}(k_p, z | z_i) &= \frac{\mu_0 \mu_n}{2\gamma_i} \{ e^{-\gamma_i(z-z_i)} \\ &+ \hat{M}_i^{TE}(k_p) \cdot \{ \hat{R}_{i+}^{TE}(k_p) e^{-\gamma_i(2h_{i-1}-z-z_i)} \\ &+ \hat{R}_{i-}^{TE}(k_p) e^{-\gamma_i(z+z_i-2h_i)} + \hat{R}_{i+}^{TE}(k_p) \hat{R}_{i-}^{TE}(k_p) \\ &(e^{-\gamma_i(2d_i+z-z_i)} + e^{-\gamma_i(2d_i-z+z_i)}) \} \} \\ G_o^{(D)k}(k_p, z | z_i) &= \frac{1}{2\gamma_i \epsilon_0 \epsilon_n} \{ e^{-\gamma_i(z-z_i)} \\ &+ \frac{k_p^2}{k_p^2} \hat{M}_i^{TE}(k_p) \cdot \{ \hat{R}_{i+}^{TE}(k_p) e^{-\gamma_i(2h_{i-1}-z-z_i)} \\ &+ \hat{R}_{i-}^{TE}(k_p) e^{-\gamma_i(z+z_i-2h_i)} + \hat{R}_{i+}^{TE}(k_p) \hat{R}_{i-}^{TE}(k_p) \\ &(e^{-\gamma_i(2d_i+z-z_i)} + e^{-\gamma_i(2d_i-z+z_i)}) \} \} \\ &- \frac{\gamma_i^2}{k_p^2} \hat{M}_i^{TM}(k_p) \cdot \{ \hat{R}_{i+}^{TM}(k_p) e^{-\gamma_i(2h_{i-1}-z-z_i)} \\ &+ \hat{R}_{i-}^{TM}(k_p) e^{-\gamma_i(z+z_i-2h_i)} - \hat{R}_{i+}^{TM}(k_p) \hat{R}_{i-}^{TM}(k_p) \\ &(e^{-\gamma_i(2d_i+z-z_i)} + e^{-\gamma_i(2d_i-z+z_i)}) \} \} \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{R}_{i+}^{TE, TM}(k_p) &= r_{i+}^{TE, TM}(k_p) \\ \hat{R}_{i+}^{TE, TM}(k_p) &= \frac{r_{i+}^{TE, TM}(k_p) + \hat{R}_{(i-1)+}^{TE, TM}(k_p) e^{-2\gamma_{i-1}d_{i-1}}}{1 + r_{i+}^{TE, TM}(k_p) \hat{R}_{(i-1)+}^{TE, TM}(k_p) e^{-2\gamma_{i-1}d_{i-1}}} \\ i &= 2, 3, \dots, n \\ \hat{R}_{i-}^{TE, TM}(k_p) &= \frac{r_{i-}^{TE, TM}(k_p) + \hat{R}_{(i+1)-}^{TE, TM}(k_p) e^{-2\gamma_{i+1}d_{i+1}}}{1 + r_{i-}^{TE, TM}(k_p) \hat{R}_{(i+1)-}^{TE, TM}(k_p) e^{-2\gamma_{i+1}d_{i+1}}} \\ i &= 0, 1, \dots, n-1 \\ \hat{R}_{n-}^{TE, TM}(k_p) &= r_{n-}^{TE, TM}(k_p) \end{aligned}$$

$$\hat{M}_{i-}^{TE,TM}(k_p) = [1 - \hat{R}_{i+}^{TE,TM}(k_p) \hat{R}_{i+}^{TE,TM}(k_p) e^{-2\pi d_i}]^{-1}$$

$$r_i^{TE}(k_p) = \frac{\gamma_i \mu_{\gamma_{i+1}} - \gamma_{i+1} \mu_{\gamma_i}}{\gamma_i \mu_{\gamma_{i+1}} + \gamma_{i+1} \mu_{\gamma_i}}$$

$$\gamma_i^{TM}(k_p) = \frac{\gamma_i \epsilon_{\gamma_{i+1}} - \gamma_{i+1} \epsilon_{\gamma_i}}{\gamma_i \epsilon_{\gamma_{i+1}} + \gamma_{i+1} \epsilon_{\gamma_i}}$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

$$k_i^2 = \omega^2 \mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$k_p^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\gamma_0^2 = k_p^2 - k_0^2$$

$$\gamma_i^2 = k_p^2 - k_i^2$$

### (참 고 문 헌)

- [1] S.M.Rao, D.R.Wilton and A.W.Glisson "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," IEEE Trans. in Antenna Propagat., vol. AP-30, pp.409-418, May 1982.
- [2] S.-C. Wu, N.G.Alexopoulos and O. Fordham, "Feeding structure contribution to radiation by patch antennas with rectangular boundaries." IEEE Trans. in Antenna Propagat., vol. AP-40, no.10, pp.1245 -1249, Oct. 1992.
- [3] W.C.Chew, "Waves and Fields in Inhomogeneous Media," Chapter 2, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990

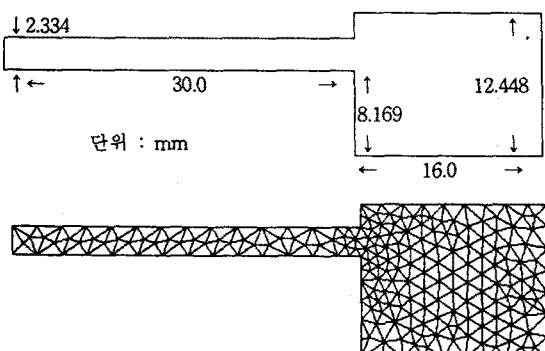


그림 2. 애지 급전 사각형의 삼각형요소

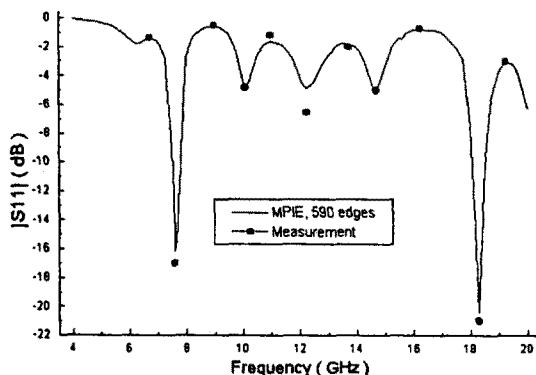


그림 3. 반사계수에 대한 시뮬레이션과 실험치[2]의 비교 ( $\epsilon_r=2.2$ ,  $h=0.794$  mm)

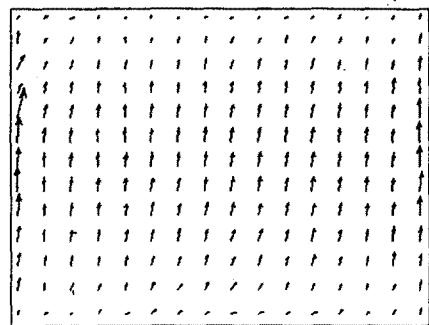


그림 4. 7.6 GHz ((0,1) 모드)에서 전류분포

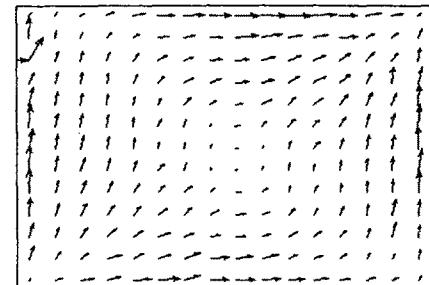


그림 5. 10.2 GHz((1,1) 모드)에서의 전류분포

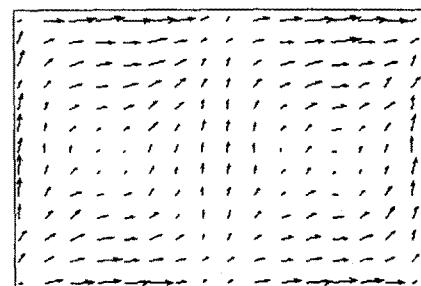


그림 6. 14.7 GHz((2,1) 모드)에서 전류분포

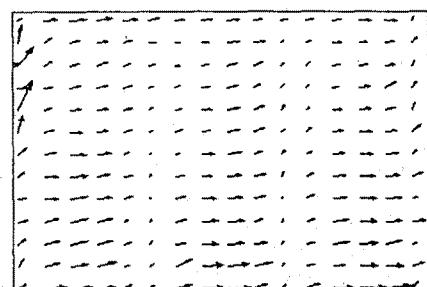


그림 7. 18.32 GHz, ((3,0) 모드)에서 전류분포