

유한 체적법을 이용한 난류 확산 화염에서의 복사 열전달 계산

(The Calculation of Radiative Heat Transfer from Turbulent Diffusion Flames
Using the Finite Volume Method)

김 승 현, 허 강 열¹⁾
S. H. Kim, K. Y. Huh

ABSTRACT

The effects of radiative heat transfer are investigated in a turbulent combustion flow field with highly non-adiabatic flames. Turbulent combustion is modeled by the $k-\epsilon-g$ model and a one step irreversible reaction scheme for the combustion chemistry. The radiative transport equation is solved by the finite volume method considering the radiative transfer from CO_2 , H_2O and soot only. Gray gas is assumed to calculate the radiative properties of CO_2 and H_2O . A two-equation soot formation model is applied to predict soot volume fraction distribution. All equations are solved in a coupled manner and the numerical results are compared with available experimental data.

1. 서론

난류 연소에 있어 복사는 중요한 열전달 메커니즘으로서 화염 및 유동장의 형성에 상당한 영향을 미친다. 복사 열손실로 인해 화염 온도가 떨어지게 되면, 화염 두께 및 소염 한계 등의 화염 특성이 변하고, 특히 NO_x , soot 등과 같이 반응이 온도에 민감한 물질은 그 생성율에 있어 큰 차이를 보이게 된다. 또한, 화염 온도의 변화는 밀도와 점성의 변화를 수반하므로 유동에도 영향을 미친다. 그러나, 난류 연소의 수치 해석에 있어 복사 열전달의 고려는 지금까지 어려운 문제로 남아 있으며 이는 복사 열전달 자체가 복잡한 물리 현상일 뿐 아니라 유동, 연소와도 밀접하게 연관되어 있기 때문이다. 본 연구에서는 연소 가스를 회색체로 가정하고, 복사 열전달 방정식의 해법으로 Raithby와 Chui [5] 가 제안한 유한 체적법을 적용하였다. 이 방법은 유동 방정식의 차별화에 널리 쓰이는 유한 체적법을 복사 열전달에 적용한 것으로 계산시간 및 정확도에서 효율성이 뛰어나 유동과 연관된 복사 열전달 해석에 적합한 방법이다.

취염의 경우에는 soot에 의한 복사 열전달이 중요하며, 최근 확산 화염에서의 soot 생성 모델링 및 난류 확산 화염에서의 적용에 관한 연구 결과가 많이 발표되고 있다[9,10,11]. soot의 생성 반응은 연소 화학 반응에 비하여 느리고 온도에 민감하므로 복사 열전달과 유동장에 의한 영향을 많이 받는다. 본 논문에서는 난류 확산 화염에서 soot의 생성과 복사 열전달, 복사 열손실로 인한 온도 감소가 유동장에 미치는 영향등에 대해 알아보기 위하여 난류 연소, soot의 생성, 복사 열전달을 모두 고려한 수치 해석 결과를 실험 측정치와 비교/검증하고, 해석 결과에 대하여 논의하였다.

2. 물리적 모델

2.1. 난류 확산 연소 모델[1,2]

난류 확산 화염에서 대부분의 연소 반응은 난류 시간 스케일보다 훨씬 짧은 시간내에 일어난다. 이러한 물리적 현상에 기초하여 무한속도의 화학 반응을 가정하면 온도 등의 열역학적 변수

들은 혼합 분율(mixture fraction)이라는 보존 스칼라(conserved scalar)만으로써 표현가능하다. 혼합분율 f 는 연료와 산화제의 혼합 정도를 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f &= \frac{Z_F}{Y_{F,1}} \\ Z_F &= \sum_j Z_{j,F} \\ Z_{j,F} &= \sum_i \mu_{ij} Y_{i,F} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $Y_{F,1}$ 는 연료가 공급되는 노즐에서 연료의 질량분율, $Y_{i,F}$ 는 연료 성분 중 화학종 i 의 질량분율, μ_{ij} 는 화학종 i 에 있는 원소(원자) j 의 질량비를 나타낸다.

혼합 분율을 사용한 접근 방식은 난류 확산 화염의 해석을 난류에 의한 연료와 산화제의 혼합 예측과 혼합 분율과 열역학적 변수와의 관계(state relationship)를 구하는 두 문제로 대체함으로써 복잡한 화학 반응의 계산을 피하고 화학 반응율의 닫힘 문제라는 난제를 해결하고 있다. 앞서 말한 바와 같이 모든 열역학적 변수들은 혼합분율의 함수로 나타나므로 그 평균값은 혼합분율의 확률 분포로부터 구할 수 있다. 혼합 분율의 확률 분포는 유동장에서 그 평균값과 표준편차를 구하고 확률 밀도 함수의 형태를 β PDF로 가정하여 구하였다.

복사 열손실을 고려할 경우에는 열역학적 변수들은 혼합분율 뿐아니라 엔탈피에도 영향을 받으며 그 평균값은 다음과 같이 구하였다[4].

$$\bar{\phi} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \phi(f, h) \tilde{p}(f, h) df dh \quad (2a)$$

$$\tilde{p}(f, h) = \tilde{p}(f) \delta(h(f, X_R) - \bar{h}) \quad (2b)$$

$$\tilde{p}(f) = \frac{f^{a-1} (1-f)^{\beta-1}}{\int_0^1 f^{a-1} (1-f)^{\beta-1} df}, \quad a = \bar{f} \left[\frac{\bar{X}(1-\bar{f})}{\bar{f}^2} - 1 \right], \quad \beta = (1-\bar{f}) \left[\frac{\bar{X}(1-\bar{f})}{\bar{f}^2} - 1 \right] \quad (2c)$$

여기서, X_R 은 반응 발열량에 대한 복사 열손실량의 비율을 나타내며 상수로 가정하였고, Favre 확률 밀도 함수 $\tilde{p}(f)$ 는 확률 밀도 함수 $p(f)$ 와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tilde{p}(f) = \frac{\rho}{\bar{\rho}} p(f), \quad \frac{1}{\bar{\rho}} = \int_0^1 \frac{1}{\rho} \tilde{p}(f) df \quad (3)$$

총엔탈피 h 는 아래와 같이 표현되며, 유동에 의한 일을 무시하고 마하수가 작다고 가정하면 지배 방정식의 생성항은 복사 열손실에 의한 항만을 포함한다.

$$h = \sum_i (\Delta h_i(T) + h_{f,i}) Y_i \quad (4)$$

여기서 $\Delta h_i(T) = \int_{T^0}^T C_{P,i}(\theta) d\theta$, $h_{f,i}$ 는 형성 엔탈피(enthalpy of formation)이다.

2.2. 복사 열전달

2.2.1. 난류 확산 화염에서의 복사 열전달

난류 확산 화염에서는 CO_2 , H_2O 등의 기체와 soot와 같은 입자에서 복사 열전달이 일어난다. 연소 가스의 복사 특성은 파장에 따라 복잡한 형태로 변하는 데 이를 나타내기 위해 좁은밴드모델, 넓은밴드모델, 회색체가중합산법 등이 쓰이고 있다[3]. 본 연구에서는 기체를 회색체로 가정하여 단순화하였고, 총흡수 계수는 Modak[7]이 제안한 총흡수율 모델로부터 구하였다. soot의 총흡수 계수는 다음과 같이 근사하였다[13].

$$k_{\text{soot}} = -\frac{4}{L_{MB}} \ln(1 + 350 f \nu L_{MB}) \quad (5)$$

여기서 f_V 는 soot의 부피비(soot volume fraction)이고, L_{MB} 는 평균 복사 경로 길이이다.

난류 유동장내에서는 화학종의 농도와 온도의 변동으로 인해 복사 강도 또한 변동이 생긴다. 복사는 복사 경로내의 모든 영향이 동시에 나타나므로 난류와 복사간의 상호관련은 그 해석에 많은 어려움이 있다. 본 연구에서는 복사 강도와 흡수 계수간의 상호연관 및 산란을 무시한 다음과 같은 평균 복사 전달 방정식을 적용하였다[3].

$$\frac{d\bar{I}}{ds} = -\bar{k}\bar{I} + \overline{kI_b(T)} \quad (6)$$

$$\bar{k} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 k(f, h) p(f, h) df dh, \quad \overline{kI_b(T)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 k(f, h) \sigma T(f, h)^4 / \pi p(f, h) df dh$$

여기서 k 는 총흡수 계수이고, I 는 총복사 강도이다.

2.2.3. 유한 체적법[5,6,7]

유한 체적법에서는 복사 전달 방정식을 검사 체적(control volume)과 검사 입체 각도(control angle)내에서 적분하여 차분화 방정식을 얻는다.

$$\int_{\Omega'} \int_{\Delta V} (\nabla I \cdot \vec{s}) dV d\omega = \int_{\Omega'} \int_{\Delta V} (-kI + S) dV d\omega \quad (7)$$

여기서 S 는 방사로 인한 복사 강도의 증가를 나타낸다. 위 식에서 검사 체적과 검사 입체 각도 내에서 복사 강도가 균일하다고 가정하면 다음과 같은 차분화 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_f A_f \int_{\Omega'} (\vec{s} \cdot \vec{n}_f) d\omega I'_f = [-kI'_P + S'_P] \Delta V \Omega' \quad (8)$$

I'_f 은 검사 체적의 표면에서의 복사 강도로 주변의 복사 강도로 표현해 주어야 하는데 여기서는 단계 도식(step scheme)을 사용하였다. 최종의 차분화 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_i I'_P &= \sum_f a_i I'_f + s'_P \quad i = N, S, E, W \\ a_i &= \max(-A_i D'_i, 0) \\ a_P &= \sum_f \max(A_i D'_i, 0) \\ s'_P &= S_P \Delta V \Omega' \\ D'_i &= \int_{\Omega'} (\vec{s} \cdot \vec{n}_i) d\omega \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 A_i 는 검사 체적 P 와 i 가 접하는 면의 면적이고, \vec{n}_i 는 그 면에 수직한 단위 벡터이다. 위 식의 해는 경계점에서부터 복사 경로를 따라 차례로 구하여진다.

2.3 Soot 생성 모델

Soot의 생성은 온도, 밀도 등에 민감하므로 복사 열전달에 큰 영향을 받을 뿐 아니라 soot에 의한 복사량이 커서 복사 열전달의 해석에 있어 그 분포를 정확히 예측할 수 있는 모델이 필요하다. 이를 위해 많은 soot 생성 모델들이 제안되었으며, 최근 Syed등[9]은 C_2H_4 /Air 화염, CH_4 /Air 화염 등의 실험에 근거한 모델을 제안하였다. 이 모델은 soot 수밀도(number density)와 soot 부피비(volume fraction)에 관한 2개의 방정식으로 구성되어 있고, soot입자의 생성(nucleation), 표면 성장(surface growth), 응고(coagulation) 등의 현상에 관한 항을 포함하고 있다. 지배 방정식은 Table 1에 정리하였다.

3. 지배 방정식 및 수치 해법

2차원 축대칭 문제의 경우 지배 방정식은 다음과 같은 형태를 가지며, 각 변수에 따른 생성항은 Table 1에 정리하였다.

$$\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}\tilde{u}\tilde{\phi}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\tilde{v}\tilde{\phi}) = \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial z}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\Gamma_{\phi}\frac{\partial r\tilde{\phi}}{\partial r}) + \overline{S_{\phi}} \quad (10)$$

연소에 의해 생기는 부력의 효과를 운동량 방정식과 난류 생성항에 포함하였으며, 부피 팽창에 따른 난류의 변화도 고려하였다. 지배 방정식의 차별화에는 유한 체적법이 사용되었으며, 압력 및 속도 보정을 위해 SIMPLE algorithm[15]을 사용하였다. 대류항과 확산항은 혼합 도식(hybrid scheme)으로 처리하였다.

4. 결과 및 고찰

C₂H₄ 화염에 대하여 Kent등[12]의 실험 결과와 비교하였다. 연료를 직경이 3 mm인 노즐을 통해 정제된 공기 속으로 분사하는 경우이며 분사 속도는 52 m/s, 온도는 322.15 K이다. Fig. 1(a)는 축중심선에서의 온도 분포를 나타내며, Fig. 1(b)-(d)에는 반경 방향의 온도 분포를 노즐로부터의 위치에 따라 나타내었다. 노즐 근처에서는 실험치보다 높게 예측되다가 하류로 갈수록 일치하는 경향을 보이고 있다. 복사 열손실의 효과는 x/D=50 부근에서부터 나타나며 노즐 부근에서 오차가 생기는 이유는 입구 경계 조건의 불확실성과 난류 연소 모델의 부정확함 때문인 것으로 추측된다. 하류로 갈수록 복사에 의한 에너지 손실이 커지기 때문에 단일 계산의 결과는 하류 쪽에서 큰 오차를 보이고 있다. Fig. 2에서는 혼합 분율과 총엔탈피를 복사 열전달을 고려한 계산과 단일 계산 결과의 경우에 대하여 비교하고 있다. 혼합 분율에서는 두 결과에 큰 차이가 없음을 알 수 있으나 총엔탈피는 큰 차이를 보이고 있다. 단일 화염에서는 혼합 분율과 총엔탈피가 선형적인 관계를 가지나 실제로는 복사에 의해 에너지를 잃게 되어 하류로 갈수록 총엔탈피가 더 빨리 감소하게 된다.

Fig. 3에서는 축중심선에서의 축방향 속도를 나타내었는데 단일 계산에서의 속력이 더 큼을 알 수 있다. 이는 단일 계산에서는 부피 팽창이 크게 예측되기 때문이다. Fig. 4에는 축중심선에서의 soot 부피비를 나타내었다. 노즐 부근에서는 실험치보다 높게 예측되다가 하류로 갈수록 일치하는 경향을 보인다. 이는 soot생성 모델에 기인한 오차도 있지만, 노즐 부근에서의 높게 예측된 온도 또한 soot의 생성율을 크게 예측한 요인으로 생각된다. 단일 계산에서는 soot의 생성을 최대 100배 이상 크게 예측하고 있다. Fig. 7은 축중심선을 따라 총흡수 계수의 변화를 보여주고 있는데 노즐 근처를 제외하고는 soot의 흡수계수가 연소 가스보다 훨씬 더 큼을 알 수 있다. 이는 C₂H₄ 화염에서는 soot에 의한 복사 열전달이 대부분을 차지함을 의미한다.

5. 결론

본 연구에서는 난류 확산 화염에 미치는 복사 열전달의 영향을 유한 체적법을 이용하여 수치 해석하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다

첫째, 단일 계산에서는 온도가 측정치에 비하여 최대 500K 이상 크게 예측되었으며, 복사 열전달을 고려하였을 때에 이러한 오차를 줄일 수 있었다.

둘째, 복사 열손실로 인한 온도의 변화는 밀도와 점성의 변화를 가져와 속도장 및 난류에 의한 혼합율에 영향을 미치며, 이러한 영향은 하류로 갈수록 커진다.

셋째, soot의 생성은 온도에 상당히 민감함을 확인하였으며, soot의 분포를 정확히 예측하기 위

해서는 soot 생성 모델의 개선 뿐 아니라 정확한 온도 분포의 예측이 필수적이다.

참고문헌

- [1] P. A. Libby and F. A. Williams, "Turbulent Reacting Flows". Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1980
- [2] R. W. Bilger, "Turbulent Jet Diffusion Flames", Prog. Energy. Combust. Sci., Vol. 1, pp.187-109, 1976
- [3] R. Viskanta and M. P. Menguc, "Radiation Heat Transfer in Combustion Systems", Prog. Energy . Combust .Sci. ,Vol. 13, pp. 97-160, 1987
- [4] J. P. Gore, U.-S. Ip and Y. R. Sivathanu, "Coupled Structure and Radition Analysis of Acetylene/Air Flames", ASME J. Heat Transfer, Vol. 114, pp. 487-493, 1992
- [5] G. D. Raithby and E. H. Chui, "A Finite-Volume Method fo rPredicting a Radiant Heat Transfer in Enclosures With Participating Media", ASME J. Heat Transfer. Vol. 112, pp. 415-423
- [6] E. H. Chui and G. D. Raithby, "Prediction of Radiative Transfer in Cylindrical Enclosures with the Finite Volume Method", J. Thermo Phys. Heat Transfer, Vol. 6, No. 4,
- [7] J. C. Chai, H. S. Lee and S. V. Patankar, "Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer", J. Thermo Phys. Heat Transfer, Vol.8, No.3, pp.419-425, 1994
- [8] A. T. Modak, "Radiation from Products of Combustion", Fire Research, Vol.1, pp.339-361, 1978
- [9] K. J. Syed, C. D. Stewart, J. B. Moss, "Modelling Soot Formation and Thermal Radition in Buoyant Turbulent Diffusion flames", 23th Symp. Comb., pp.1533-1541, 1990
- [10] W. K. Kollmann, I. M. Kennedy, M. Metternich and J.-Y. Chen, "Application of a Soot Model to a Turbulent Ethylene Diffusion Flame", in Soot Formation in Combustion, 1994
- [11] N. W. Bressloff, J. B. Moss and P. A. Rubini, "CFD Prediction of Coupled Radiation Heat Transfer and Soot Production in Turbulent Flames", 26th Symp. Comb., pp.2379-2386, 1996
- [12] J. H. Kent and D. Honnery, "Soot and Mixture Fraction in Turbulent Diffusion Flames", Combust. Sci. and Tech., vol. 54, pp.383-397, 1987
- [13] A. F. Sarofim and H. C. Hottel, "Radiative Transfer in Combustion Chambers : Influence of Alternative Fuels", Heat Transfer, Vol. 60, pp. 199-217, 1978
- [14] S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw Hill, New York, 1980

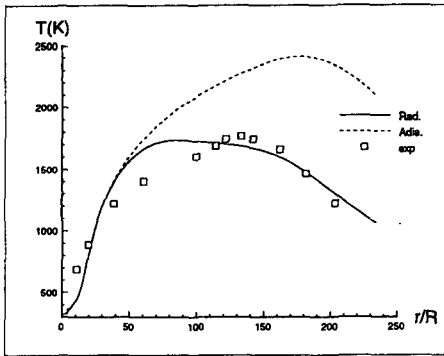
ϕ	Γ_ϕ	$\overline{S_\phi}$
u	μ_{eff}	$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}(\mu_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \mu_{eff} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r}) - 2\mu_{eff} \frac{\tilde{v}}{r^2} - \frac{\partial}{\partial r}(\frac{2}{3} \overline{\rho k})$
v	μ_{eff}	$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + g(\overline{\rho} - \rho_{ref}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \mu_{eff} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z}) - \frac{\partial}{\partial z}(\frac{2}{3} \overline{\rho k})$
k	μ_{eff}/σ_k	$G - \overline{\rho \epsilon}$
ϵ	$\mu_{eff}/\sigma_\epsilon$	$C_{e1} \frac{\epsilon}{k} G - C_{e2} \overline{\rho} \frac{\epsilon^2}{k}$
f	μ_{eff}/σ_f	0
f^2	μ_{eff}/σ_{f^2}	$C_{g1} \mu_t [(\frac{\partial f}{\partial z})^2 + (\frac{\partial f}{\partial r})^2] - C_{g2} \frac{\epsilon}{k} f^{m_2}$
h	μ_{eff}/σ_h	$\int_{4\pi} \overline{k} T d\omega - 4\sigma k T^4$
ϕ_N	μ_{eff}	$\overline{\alpha} - \overline{\beta} \overline{\rho}^2 \overline{\phi_N}^2$
ϕ_f	μ_{eff}	$N_0^{1/3} \overline{\gamma} \overline{\rho} \overline{\phi_N}^{1/3} \overline{\phi_f}^{2/3} + \overline{\delta}$

$$G = 2\mu_t [(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial r})^2 + (\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z})^2 + (\frac{\tilde{v}}{r})^2] - \frac{2}{3} \mu_t [\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \tilde{v})]^2$$

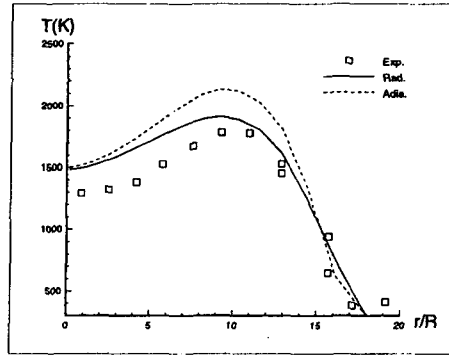
$$\sigma_k = 1, \sigma_\epsilon = 1.3, \sigma_f = \sigma_{f^2} = \sigma_h = 0.7$$

$$C_\mu = 0.09, C_{e1} = 1.44, C_{e2} = 1.84, C_{g1} = 2.8, C_{g2} = 1.84$$

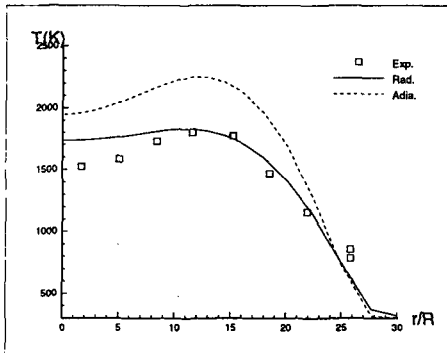
Table 1 Volumetric source terms and coefficients in conservation equations



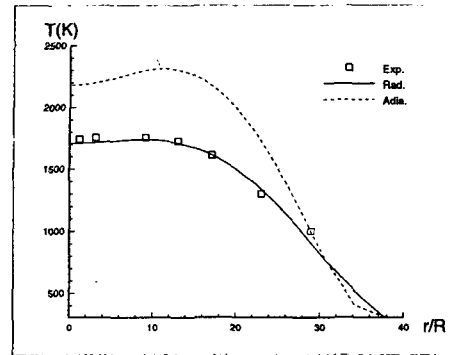
(a) Centerline variation



(b) Radial distribution at $x/x_m=0.4$



(c) Radial distribution at $x/x_m=0.7$



(d) Radial distribution at $x/x_m=1$

Fig. 1 Mean temperature distributions
($x_m=115d$, d : nozzle diameter)

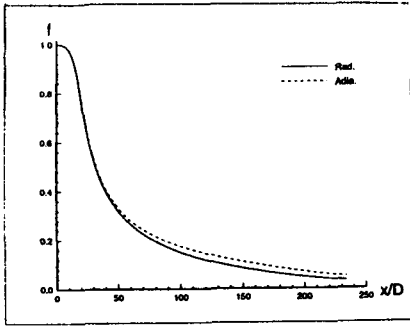


Fig. 2 Centerline variation of mean mixture fraction

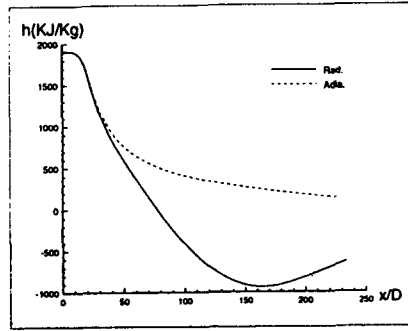


Fig. 3 Centerline variation of mean total enthalpy

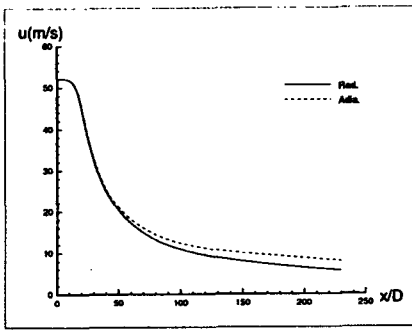


Fig. 4 Centerline variation of axial velocity

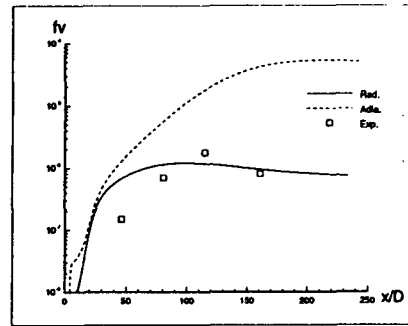
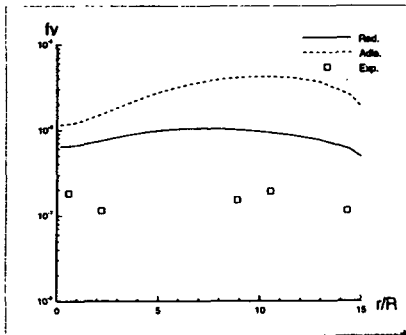
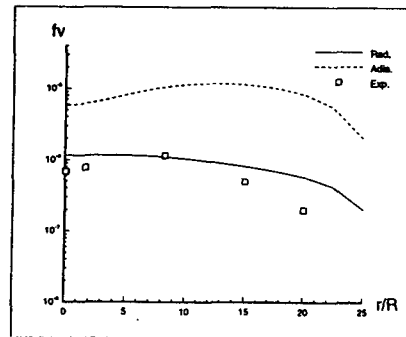


Fig. 5 Centerline variation of soot volume fraction



(a) $x/x_m = 0.4$



(b) $x/x_m = 0.7$

Fig. 6 Radial distributions of soot volume fraction

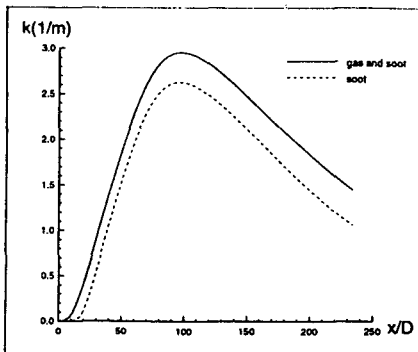


Fig. 7 Centerline variation of absorption coefficient