

# Navier-Stokes 방법을 이용한 Blowing이 무딘물체 주위의 표면 열전달에 미치는 효과 연구

## A Numerical Study of Blowing Effect on Wall Heat Transfer Rate over Blunt-bodies Using Navier-Stokes Method

권창오<sup>1)</sup>, 송동주<sup>2)</sup>

Chang Oh Kwon, Dong Joo Song

### ABSTRACT

A finite-difference method based on characteristic upwind flux difference splitting has been studied on the blowing effect on the wall heat transfer over blunt-bodies. As the blowing rates increased, the wall heat transfer rate decreased and the temperature gradient also decreased compared with no blowing case. The heat transfer rate at Mach No. 20 was almost twice higher than that of Mach No. 15 at 50km altitude. The surface blowing can be an effective mechanism to reduce the surface heat transfer rate at hypersonic flight condition.

### 1. INTRODUCTION

극초음속 비행체에 있어서의 공력현상 및 모멘트의 정확한 예측은 장래의 우주탐험에 대비한 비행체의 설계 및 제작시에 매우 중요한 역할을 하고 있다. 이러한 비행체 주위에 일어나는 충격파의 현상은 특히 비행체의 양력, 항력 및 피칭 모멘트에 많은 영향을 미치게 되므로 주요인자 상태량( $p$ ,  $T$ ,  $\rho$  등) 들을 정확히 예측해야만 하나 극초음속 비행시 일어나는 공기 역학적 현상을 실험실에서 모의 실험하기는 불가능하거나 매우 어려운 실정므로 극초음속 점성 유동장의 수치 해석적인 연구는 공력 가열 현상 및 표면마찰 저항을 예측하는데 있다. 이러한 인자들은 극초음속 비행체를 설계, 개발시 우주선을 막대한 열 에너지로부터 보호하는 것과 slender 형상을 가진 wave rider 같은 우주 비행체의 설계시에 표면마찰력을 줄이기 위하여 필요한 중요한 설계 요소가 되기 때문이다. 극초음속 우주선이 비행하게 되는 영역은 고마하수와 저 레이놀즈수가 결합된 강한 점성 유동 영역이기 때문에 점성 유동장의 해석은 극초음속 우

주선 설계에 있어서 높은 열전달로부터 우주선을 보호하기 위하여 정확한 공력 가열을 예측하여야 하므로 중요하다. 이러한 유동장에서는 강한 충격파, 충격파와 경계층의 상호작용, 엔트로피층과 경계층의 상호 작용, 유동의 박리 등 복잡한 물리적 현상으로 정확한 해석이 매우 어렵다. 이는 실험적인 방법으로 연구 때 그 해석에 막대한 비용, 시간 및 노력이 필요하므로 초기 설계단계에서 효율적으로 사용할 수 있는 공학적인 도구로서 전산 유체 역학적 연구가 더욱 필요하다.

1950년대 부터 1970년대 후반까지 이르는 기간 동안 극초음속 유동 해석에 관한 대부분의 연구는 편미분 방정식 해석 방법상의 어려움과 엄청난 계산시간 및 비용소요때문에 완전 Navier-Stokes 방정식 대신에 비교적 간단한 방법인 경계층이론(Boundary Layer Theory[1]), 점성충격파층(Viscous Shock Layer[2]) 및 Parabolized N.-S.[3] 방법을 통하여 연구되어져 왔으며, 1980년대 이후 현재까지는 급격한 컴퓨터 하드웨어의 발달과 수치 해석적 알고리즘의 발달로 복잡한 유동 영역에 대하여서도 완전 Navier-Stokes 접근 방법을 가능하게 하고 있다. 현재 압축성, 점성 완전 Navier-Stokes 방정식을 푸는 수치적 이산화 방식은 크게 비점성 플럭스항을 중앙 차분법을 사용하여 계산하는 Beam-Warming의 근사인

1) 영남대학교 기계공학부 대학원  
2) 영남대학교 기계공학부 (712-749, 경상북도 경산시 대동 213-1)

수분해(Approximate Factorization)방식과 유동의 특성에 따라 전방 혹은 후방 차분법을 사용하여 계산하는 upwind 방법으로 나눌 수 있다.

Upwind 방법은 Steger-Warming에 의한 Flux Vector Splitting 방법(flux jacobian 행렬의 고유치 부호에 따른 플럭스의 분해)[4], Van Leer의 Flux-Vector Splitting 방법(연속함수를 이용하여 ± 플럭스를 표현함으로서 음속점 등 불연속점 주변에서 보다 나은 거동을 보여줌)[5], Godunov Scheme에서 구한 엄밀한 Riemann해 대신에 특성변수와 보존변수 간의 변환에서 고유치와 고유벡터의 분해방식을 이용하여 근사 Riemann 해를 구함으로써 격자의 interface 간 플럭스 차이를 구하는 Roe의 Flux Difference Splitting [6]방법 및 특성변수, 원시변수 및 보존변수 간의 변환 행렬과 고유치의 부호에 의하여 플럭스를 분해하는 Lombard의 CSCM Flux Difference Splitting 방법[7][8][9]등이 있다. 그 중 Lombard 방법은 다른 3가지 방법에 비하여 주의를 받지 못하였으나 빠른 계산속도, Upwind 방식이 갖는 장점, 2-3차원 계산시 소형 workstation 급 컴퓨터에서도 사용 가능한점과 jet-interaction 문제해석[10] 등에서 좋은 결과를 보여준 바 있다.

본 연구에서는 극초음속 축대칭(sphere-cone(5°)) 무딘 물체 주위의 완전 기체에 대하여 경우 점성 유동을 고도(50km)에서 마하수 15, 20인 경우에 대해서 blowing 이 있는 경우와 없는 경우에 대하여 표면에서의 blowing 이 표면 열전달에 미치는 영향을 연구해 보았다.

## 2. ANALYSIS

축대칭, 압축성, 완전 기체, 점성 유동장을 지배하는 방정식은 일반곡면 좌표계에서 다음과 같이 벡터 보존 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\xi_x}{J} f + \frac{\xi_y}{J_y} yg \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\eta_x}{J} f + \frac{\eta_y}{J_y} yg \right) \\ = \frac{1}{J} \delta_\tau q + \Delta_\xi F + \Delta_\eta G = \Delta_\xi F_v + \Delta_\eta G_v \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 q는 보존 변수, f 와 g는 비점성 플럭스, F<sub>v</sub>, G<sub>v</sub>는 점성 플럭스이다.

CSCM Upwind방법에 있어서 비점성 플럭스항 Δ<sub>ξ</sub>F는 다음과 같이 여러 형태로 쓰일수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta_\xi F &= \bar{A} \partial_\xi q = \overline{MTAT}^{-1} \overline{M}^{-1} \partial_\xi q \\ &= \overline{MTAT}^{-1} \partial_\xi \bar{q} = \overline{MA'} \partial_\xi \bar{q} \quad (\bar{A}' = \overline{TAT}^{-1} T) \\ &= \overline{MTA} \partial_\xi \bar{\bar{q}} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\bar{q}$  = 원시변수(primitive variables)

$\bar{\bar{q}}$  = 특성변수(characteristic variable)

보존변수 q와 원시변수  $\bar{q}$  그리고 특성변수  $\bar{\bar{q}}$ 는 다음과 같은 연관을 갖는다.

$$\bar{q} = \overline{M}^{-1} \partial q, \quad \partial \bar{\bar{q}} = \overline{T}^{-1} \partial \bar{q} \quad (3)$$

$\overline{M}$  행렬은 원시변수  $\bar{q}$ 를 보존변수 q로 변환시켜주는 행렬로 다음식으로부터 구할 수 있다.

$$q = \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \Delta \rho u \\ \Delta \rho v \\ \Delta \epsilon \end{bmatrix} = \overline{M} \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \frac{\rho \Delta u}{\rho \Delta v} \\ \Delta P \end{bmatrix} = \overline{M} \Delta \bar{q} \quad (4)$$

원시변수로부터 특성변수로 바꾸어주는 변환은 다음식으로부터 알 수 있다.

$$\partial \bar{\bar{q}} = \overline{T}^{-1} (\overline{A'} \Delta \bar{q}) \equiv \overline{T}^{-1} (\overline{TAT}^{-1}) \Delta \bar{q} = \overline{\Lambda T}^{-1} \Delta \bar{q} = \overline{\Lambda} \Delta \bar{\bar{q}} \quad (5)$$

여기서  $\overline{T}^{-1}$  행렬은 원시변수를 특성변수로 바꾸주는 행렬이며 밀도와 압력 그리고 마하수를 대수(logarithm) 차분형태로 바꾸어 주는 자연 scaling을 사용한다.

위의 식(2)를 이용하여  $\overline{A'} \Delta \bar{q}$ 를 비점성 플럭스인 Δ<sub>ξ</sub>F의 값으로부터 구하려면 다음과 같은 방정식을 풀어야 한다.

$$\Delta_\xi F = \overline{MA'} \Delta \bar{q}, \quad \overline{A'} \Delta \bar{q} = \overline{M}^{-1} \Delta_\xi F = \tilde{M}^{-1} \Delta_\xi q \quad (6)$$

윗식(6)으로부터  $\tilde{M}^{-1}$ 을 구하면 비점성 플럭스항을 알고 있는 변수로 표시할 수 있다.

대각행렬 진리 함수를 사용하여 고유치의 부호에 따라 Δ<sub>ξ</sub>F를 Δ<sub>ξ</sub>F<sup>+</sup>와 Δ<sub>ξ</sub>F<sup>-</sup>로 나누는 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta_\xi F &= \overline{M} \overline{A'} \Delta \bar{q} = \overline{M} (\overline{T}^{-1} \overline{T}) \overline{A'} \Delta \bar{q} = \overline{MT} (D^+ + D^-) \overline{T}^{-1} \overline{A'} \Delta \bar{q} \\ &= \Delta_\xi F^+ + \Delta_\xi F^- \end{aligned}$$

$$\Delta_\xi F^+ = \overline{MT} D^+ \overline{T}^{-1} \overline{A'} \Delta \bar{q} = \overline{MT} D^+ \overline{T}^{-1} \tilde{M}^{-1} \Delta q = \tilde{A}^+ \Delta q \quad (7)$$

여기서

$$D^+ = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\Lambda}{|\Lambda|} \right) \quad (8)$$

식 (7)와 같이 flux difference splitting 을 보존변수 q를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM Flux Difference Splitting 방법을 Roe의 형태로 나타낼 수 있다.

## Numerical Discretization

Upwind방법을 이용하여 일반적인 j번째 내부 점의 유

한차분 방정식을 기술하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & [I + (\tilde{A}^* \Delta_\xi)_{i-1} + (\tilde{A}^- \Delta_\xi)_i + (\tilde{B}^* \Delta_\eta)_{j-1} + (\tilde{B}^- \Delta_\eta)_j] \delta q_{i,j} \\ & = -(\tilde{A}^* \Delta_\xi q)_{i-1} + (\tilde{A}^- \Delta_\xi q)_i + (\tilde{B}^* \Delta_\eta q)_{j-1} + (\tilde{B}^- \Delta_\eta q)_j \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\Delta$ 와  $\nabla$ 는 전방 및 후방공간 차분기호이다. 내재적인 왼쪽향을 근사인수분해한 후 Lombard등[8]이 이용한 Diagonally Dominant ADI 방식을 도입하면 다음과 같이 쓰여 질 수 있다.

$$[-\tilde{A}^*, Di, \tilde{A}^-] Di^{-1} [-\tilde{B}^*, Di, \tilde{B}^-] \delta q = RHS \quad (10)$$

여기서,  $Di = I + \tilde{A}^* - \tilde{A}^- + \tilde{B}^* - \tilde{B}^-$

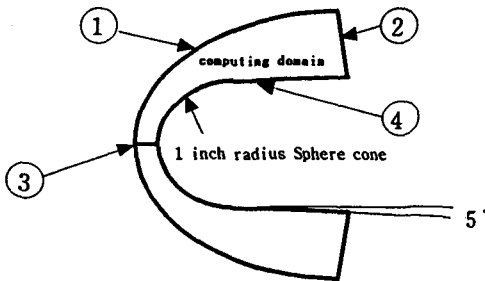
윗식은 다음과 같은 절차를 통해 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & [-\tilde{A}^*, Di, \tilde{A}^-] \delta q^* = RHS \\ & [-\tilde{B}^*, Di, \tilde{B}^-] \delta q = Di \delta q^* \end{aligned} \quad (11)$$

$$q^{n+1} = q^n + \delta q$$

### Boundary Conditions

경계면에서 완전결합된 내재적 근사방법은 Lombard등의 특성 경계방정식에 의하여 구할 수가 있으며 보조 경계방정식을 보존변수나 원시변수로서 나타낼 수 있다. 축대칭 극초음속 완전기체 점성유동장에 대한 경계조건은 아래와 같다.



- ① 4 Physical Boundary Conditions
  - Density fixed
  - Total Energy Fixed
  - Flow direction fixed
- ② 4 Numerical Boundary Conditions
  - Oth Order Extrapolation
- ③ Axisymmetric Boundary Condition
- ④ Blowing wall Boundary Condition
  - $(\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = \text{const})$
  - Isothermal wall boundary Condition

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

이와 같은 특성 곡선법에 기초한 완전기체 축대칭 Navier-Stokes 코드를 다음과 같은 유동장에 대하여 적용해 보았다. 시험 조건은 마하수 15, 20, 고도 50km로 비행하는 반경이 1 inch이고, 동체의 길이 가 반경의 4배인 축대칭 Sphere-cone(5')를 점성

유동에 대하여 벽면에서 blowing이 있는 경우 ( $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.01, 0.02$ )와 없는 경우에 대하여 계산 해 보았다.

Fig.1은 유동 해석에 적용된 80×80 격자계를 나타낸다. 점성 유동이므로 벽면에서 격자가 밀집되어 있는 것을 볼 수가 있다. Figs. 2a, 2b, 2c는 고도 50km, 마하수 15에 대한 blowing이 없는 경우와 있는 경우에 대하여 압력 등고선을 나타낸 것이다. 이러한 압력등고선으로 부터 압력이 구형 무딘 물체의 코 부분을 지나면서 빠르게 확산이 되어 급속하게 감소 되는 것을 보여 주고 있다 두 경우 모두 유사한 경향을 보여 주고 있으나 blowing이 있는 경우가 없는 경우 보다 약간 더 높은 압력 분포를 보여 주고 있다. Figs. 3a, 3b, 3c는 고도 50km, 마하수 15인 경우 온도 등고선을 나타 낸 그림이다. Blowing이 없는 경우와 있는 경우를 비교해 볼 때 벽면근처에서의 온도의 구배는 blowing이 없는 경우가 있는 경우보다 급격한 것을 볼 수 있다. Fig. 4a, 4b, 4c는 마하수선을 나타 낸 것으로 무딘 물체 코 부분에서는 강한 충격파에 의한 아음속 영역이 존재 하며 후방동체로 진행 할수록 유동이 초음속으로 바뀌며 무딘 물체 앞에서 활 모양 충격파가 매끈하게 잡혀 있음을 알 수가 있다. 등마하선도 벽면의 blowing으로 인하여 blowing이 있는 경우가 없는 경우 보다 등마하선이 넓게 퍼져 있음을 알 수가 있다. Figs. 5a, 5b, 5c는 고도 15km, 마하수 15에 대한 벽면에서 압력의 분포를 나타낸 것이다. blowing이 있는 경우는 blowing이 없는 경우와 비교해 볼 때 압력이 더 높음을 알 수가 있고 blowing이 클수록 더 높음을 알 수가 있다. Fig. 6은 고도 50km, 마하수 15에 대하여 벽면에서 열전달률을 나타낸 것이다. blowing이 없는 경우나 있는 경우 모두 비행체의 코 부근에서 높은 열전달률을 보여 주고 있으며 후방동체로 갈수록 급격히 낮아지는 것을 볼 수가 있으며, blowing이 있는 경우는 blowing이 없는 경우 보다 열전달률이 적음을 알 수가 있다. 그리고 blowing이 클수록 열전달률이 적어 지는 경향을 볼 수가 있다.

Fig. 7은 고도 50km, 마하수 20에 대한 벽면에서 압력의 분포를 나타낸 것이다. 마하수가 높을수록 높은 운동에너지로 인하여 무딘 물체 앞에서 높은 벽면 압력을 형성하고 있으며, blowing이 있는 경우는 blowing이 없는 경우 모두 압력의 분포는 마하수 15와 유사한 경향을 보이고 있으며, 이 경우에서도 blowing이 클수록 압력이 더 높음을 알 수가 있다. Fig. 8은 고도 50km, 마하수 20에 대하여 벽면에서의 열전달률을 나타낸 것이다. blowing이 없는 경우 마하수 15와 비교해 볼 때 열전달률은 2배 이상 더 높았으며 후방동체 영역에서도 열전달률이 훨씬 더 높음을 알 수가 있었다. 이 경우에서도 마하수 15와 유사하게 비행체의 코 부근에서 높은 열전달률을 보여 주고 있으며 후방동체로 갈수록 급격히 낮아지는 것을 볼 수가 있으며, blowing이 있는 경우는

blowing이 없는 경우 보다 열전달률이 낮음을 알 수가 있다. 그리고 blowing이 클수록 열전달률이 적어지는 경향을 볼 수가 있으며 이러한 blowing을 이용하여 비행체 내부로 유입되는 열전달률을 감소 시킬 수 있음을 알 수가 있었다.

#### 4. CONCLUSIONS

이상의 완전기체 CSCM Upwind 방법을 사용하여 극초음속 점성 축대칭 무단물체 주위의 유동장에서 blowing이 미치는 영향에 대하여 해석해 보았다. Blowing 율이 클수록 열전달률은 감소함을 알 수가 있었고 온도 구배 또한 blowing 이 없는 경우보다 더 완만함을 알 수가 있었다. 고도 50km, 마하수 20에서는 마하수 15보다 열전달률이 2배 이상 높았으며, 후방동체에서도 높은 열전달률을 보여 주고 있다. 이러한 높은 열전달률은 표면에서의 blowing 효과로 인하여 효과적으로 감소 시킬 수가 있음을 알 수가 있다. 향후 평형 및 비평형유동장에 까지 본 연구를 확장하고 다양한 고도, 비행속도, 벽면 마찰력등을 연구하고자 한다.

#### 5. REFERENCES

[1] Blottner, F. G. , Johnson, M, and Ellis, M., *Chemically Reacting Viscous Flow Program for Multy-Component GAS Mixtures*, Sandia Laboratory, Report No. SC-RR-70-754, Dec. 1971.

[2] Miner, E. W. and Lewis, C. H. , *Hypersonic Ionizing Air Viscous Shock-Layer Flows Over Nonanalytic Blunt Bodies*, NASA CR-2550, 1975.

[3] Bhutta, B. A. and Lewis, C.H., *An Implicit Parabolized Navier-Stokes Scheme for High Altitude Reentry flows*, AIAA 85-0362, 1985.

[4] Steger, J. L. and Warming, R. F., "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamics Equations with Application to Finite Difference Methods," *Journal of Computational Physics*, Vol. 40, pp. 263-293, 1981.

[5] Van Leer, B., "Flux-Vector Splitting for Euler Equations," *Lecture Notes in physics*, Vol. 170, pp. 507-512, 1982.

[6] Roe, P. L., " The use of the Riemann Problem in Finite-Difference Schemes," Seventh International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, *Lecture Notes in Physics*, 141, pp. 354-359, 1982

[7] Lombard, C.K., *Conservative Supra-Characteristic Method for Splitting the Hyperbolic systems of Gasdynamics for Real and Perfect Gases*, NASA CR-166307, 1982.

[8] Lombard, C. K. ,Bardina, J., Venkatapathy, E.

and Olinger, J., *Multi-dimensional Formulation of CSCM - An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations*, AIAA-83-1895, 1893.

[9] Lombard, C. K., Oliver, J., Yang, J.Y., Davy, W. C., *Conservative Supra Characteristics Method for Splitting the Hyperbolic System of Gasdynamics with Computed Boundaries for Real and Perfect Gases*, AIAA-82-0837, 1982.

[10] Lombard, C.K., Hong, S.K., Bardina, J., Coddington, W.H., and Wang, D., "CSCM in Multiple Meshes with Application to High Resolution Flow Structure Capture in the Multiple Jet Interaction Problem," AIAA Paper 90-2102, 1990.

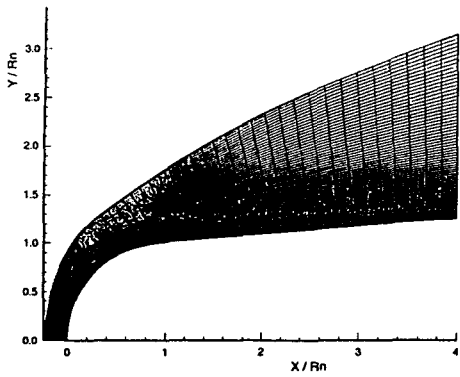
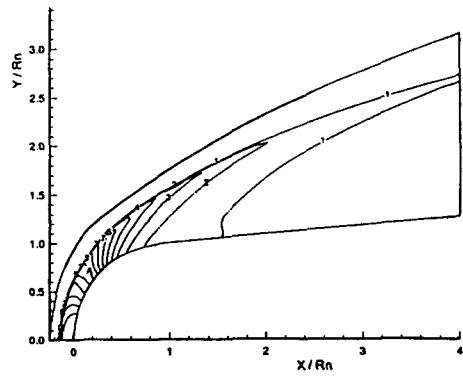
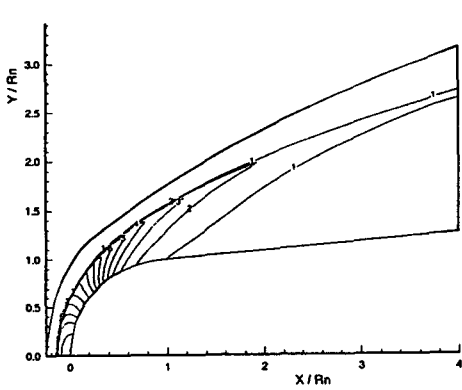


Fig.1 Grid system



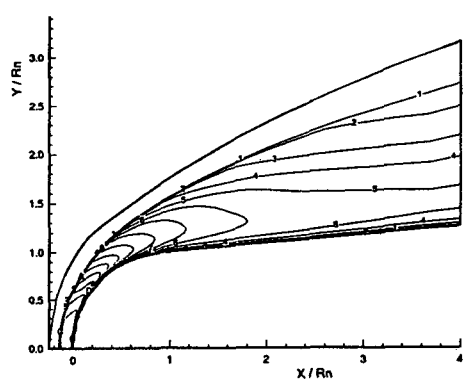
(c)

P/P <sub>∞</sub>	
F	265.41
E	248.71
D	231.02
C	213.32
B	195.63
A	177.94
9	160.24
8	142.55
7	124.85
6	107.16
5	89.47
4	71.78
3	54.08
2	36.38
1	18.69



(a)

P/P <sub>∞</sub>	
F	271.06
E	253.91
D	235.57
C	217.02
B	198.46
A	181.44
9	163.28
8	145.25
7	127.21
6	109.26
5	91.22
4	73.18
3	55.13
2	37.09
1	19.04

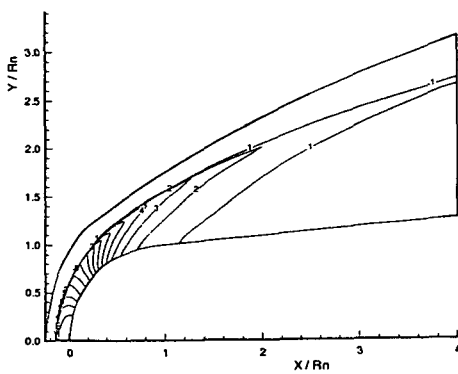


(a)

T/T <sub>∞</sub>	
F	43.05
E	40.25
D	37.42
C	34.62
B	31.82
A	29.02
9	26.22
8	23.42
7	20.61
6	17.81
5	15.01
4	12.21
3	9.41
2	6.60
1	3.80

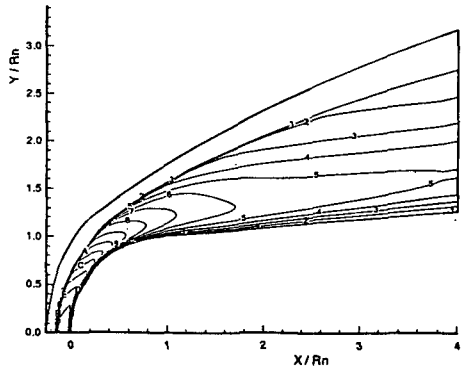
Fig.2 Pressure contour plot over the blunt vehicle at  $M=15$  and altitude of 50km: (a) No blowing (b)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.01$  (c)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.02$

Fig.3 Temperature contour plot over the blunt vehicle at  $M=15$  and altitude of 50km: (a) No blowing (b)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.01$  (c)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.02$



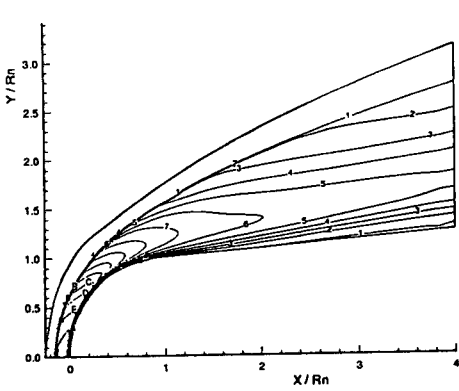
(b)

P/P <sub>∞</sub>	
F	266.41
E	248.71
D	231.02
C	213.32
B	195.63
A	177.94
9	160.24
8	142.55
7	124.85
6	107.16
5	89.47
4	71.78
3	54.08
2	36.38
1	18.69

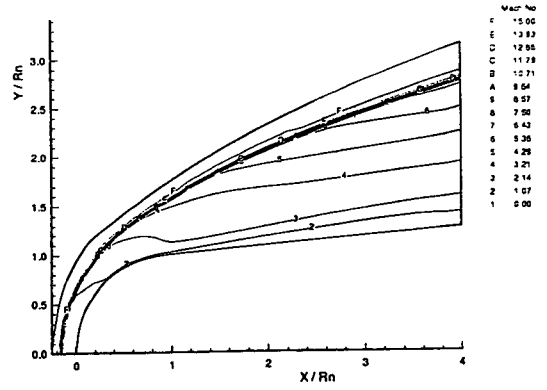


(b)

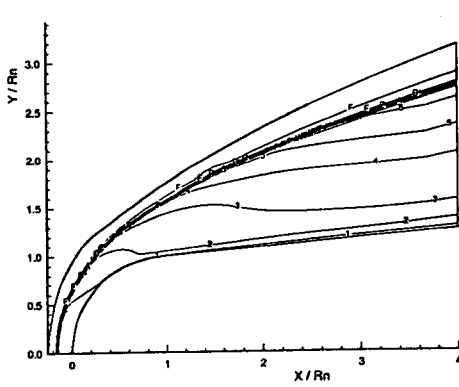
T/T <sub>∞</sub>	
F	44.71
E	41.78
D	38.86
C	35.97
B	33.05
A	30.14
9	27.22
8	24.31
7	21.40
6	18.48
5	15.57
4	12.65
3	9.74
2	6.83
1	3.91



(c)



(c)



(a)

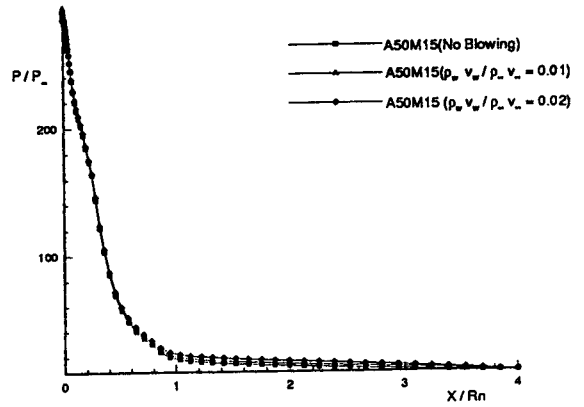
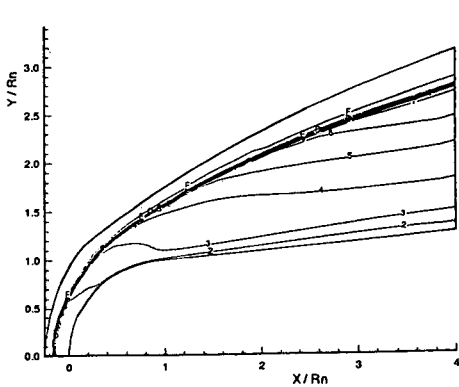


Fig.4 Mach number contour plot over the blunted vehicle at  $M=15$  and altitude of 50km: (a) No blowing (b)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.01$  (c)  $\rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty = 0.02$

Fig.5 Comparison of wall pressure distribution along the surface at  $M=15$  and altitude of 50km



(b)

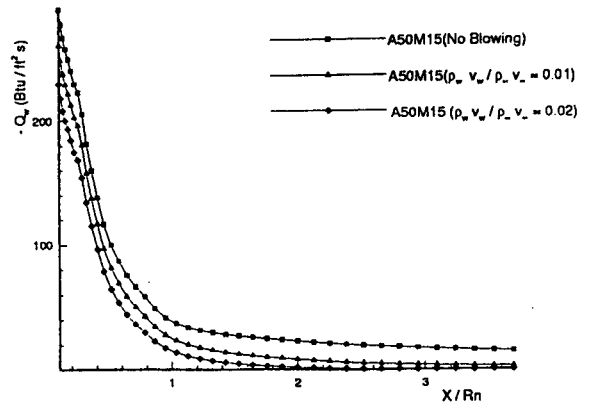


Fig.6 Comparison of heat transfer distribution along the surface at  $M=15$  and altitude of 50km

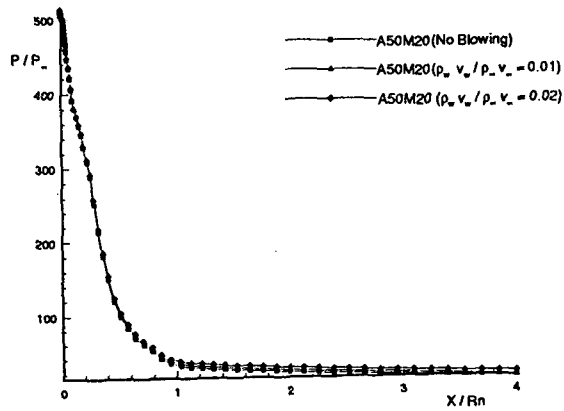


Fig.7 Comparison of wall pressure distribution along the surface at  $M=20$  and altitude of 50km

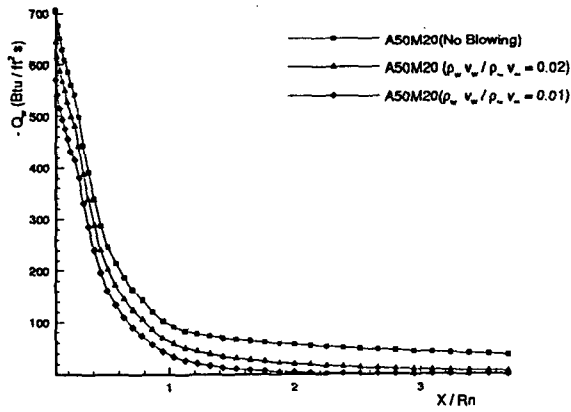


Fig.8 Comparison of heat transfer distribution along the surface at  $M=20$  and altitude of 50km