

전투기의 공력해석을 위한 표면격자구성 기법연구

A study on Surface Grid Generation Methods for a Fighter Aircraft

김 종렬, 윤 용현(공군사관학교 군사과학대학원 항공우주공학과)

ABSTRACT

When computing the flow around complex three dimensional aircraft configurations, the generation of the grid is the most time consuming part. This paper presents a survey of the grid generation technique. The technique for treating problems arising in surface grid generation for complex geometries is addressed. Several example grids are shown, demonstrating the ability of the method to discretize complex geometries.

1. 서 론

전산유체공학은 항공기 설계시 공기역학적 특성 파악, 그리고 선박설계, 제트엔진이나 로케트의 설계, 더 나아가 기상예측을 위한 기단의 성질 분석, 조류해석등 컴퓨터 기술발달과 보조를 같이 하여 실생활 문제해결을 위한 적용범위가 갈수록 확대되어 가고있는 실정이다.

이러한 실제 유동장 문제를 푸는데 있어서 격자구성은 매우 중요한 역할을 하게 된다. 이때 경계고정 좌표계(body-fitted coordinates)를 사용하여야 하며, 완전한 격자를 생성하기 위해서 대상 물체에 대한 정확한 기하학적 형상모델링, 형상에 대한 적절한 표면격자 생성과 외부경계격자 생성, 그리고 표면격자와 외부경계 사이의 격자인 유동장격자를 구성하는 단계를 거쳐야 한다.

본 연구에서는 격자구성 제단계에서 시간과 노력이 가장 많이 요구되는 표면격자 구성 기법을 중심으로 연구하였다. 특히 전투기 외형에 대해 3차원 CAD 데이터를 이용하여 정확한 표면격자를 구성하는 기법에 대해 중점적으로 고찰하였다.

2. 표면격자계 구성 기법

표면격자계 구성이란 마치 풍동실험에서 정교한 모델을 제작하고 각종 측정장치를 장착하는 작업과 비유된다. 전투기와 같이 해석하고자 하는 모델 형상이 복잡할수록 격자구성은 어렵고 시간 소요가 많을 뿐만 아니라 다양한 격자구성 기법들이 요구된다. 다양한 기하학적 형태를 가진 비행체의 유동해석을 위해, 형상 모델링과 표면격자를 구성하여 이를 내부경계면으로 하고 이에 대응하는 외부경계면을 구성한다.

정밀한 표면격자를 구성하기 위하여 사용된 격자구성 기법들을 크게 분류하면 대수적기법과 타원형미분방정식을 이용한 격자생성 기법이 있다.

2.1 타원형 격자생성

표면격자를 구성하기 위한 2차원 타원형 미분방정식은 다음과 같은 Poisson 방정식으로 표현된다.

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \quad (2.1)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \quad (2.2)$$

좌표변환된 Poisson 방정식은 다음과 같으며,

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \quad (2.3)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \quad (2.4)$$

여기서 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$ 이며, 변환행렬식(Jacobian) J는 다음과 같다. $J = x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi}$

조절함수 P와 Q는 격자의 밀집이나 직교성의 요구를 소화하기 위해 다양하게 변화될 수 있어 격자점의 밀집을 조절하는 기능을 한다.

2.2 Ruled 곡면

두 곡선이 공간상에 주어졌을 때 이 두 곡선을 경계선으로 곡면을 구성할 수 있다. 벡터합에 의해 주어진 두개 곡선상의 일치점을 직선으로 연결함으로써 구성된다. 항공기의 날개가 전형적인 Ruled 곡면이며, 곡면구성식은 다음과 같다.

$$R(u, v) = r_0(u) + w[r_1(u) - r_0(u)] \quad (2.5)$$

식(2.5)를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$R(u, v) = [1 \ w] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0(u) \\ r_1(u) \end{bmatrix}$$

여기서 $r_0(u)$ 와 $r_1(u)$ 는 기준선(directrix)들이며, w 는 일치하는 두점들의 거리 비율이다.

2.3 B-spline 곡면

B-spline 곡면은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(s, t) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m N_{i,k}(s) N_{j,l}(t) V_{i,j} \quad (2.6)$$

여기서 $V_{i,j}$ 는 조정점이고, $N_{i,k}(s)$, $N_{j,l}(t)$ 는 B-spline 블렌딩 함수이다. 이 곡면은 국부조정 특성이 있다.

2.4 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면

NURBS는 비균일 절점벡터를 가지고 생성한 분수형 B-spline 곡면이다. 이것은 모든 다른 종류의 표현을 포용하기 때문에 공학설계에서 가장 많이 사용된다.

NURBS에 의한 곡면 구성식은 일반적으로 다음과 같이 분수형 식으로 표현할 수 있다.

$$P(s, t) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m R_{i,j}(s, t) V_{i,j}}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m N_{p,k}(s) N_{q,l}(t) w_{p,q}} \quad (2.7)$$

여기서, $\{V_{i,j}\}$ 은 양방향 조절망을 형성하고 $\{w_{i,j}\}$ 는 가중치이며, B-spline의 분수형기저함수 $R_{i,j}(s, t)$ 는 다음과 같다.

$$R_{i,j}(s, t) = \frac{N_{i,k}(s) N_{j,l}(t) w_{i,j}}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m N_{p,k}(s) N_{q,l}(t) w_{p,q}}$$

2.5 곡면격자 위에 접하는 격자구성

모곡면(parent surface) $\tilde{P}(\xi, \eta)$ 에 접하는 자곡면(child surface) $\tilde{C}(\xi, \eta)$ 을 구성하는 기법은 항공기의 각종 접합부분에서의 표면격자를 구성하는데 매우 유용하다. 그림2-1에서와 같이 모곡면 $\tilde{P}(\xi, \eta)$ 의 한점 $\mathcal{P}(t, s)$ 와 여기에 포함될 자곡면 $\tilde{C}(\xi, \eta)$ 의 한점 $\mathcal{R}(t, s)$ 을 정의하고 B-spline 곡면상에서 $|\mathcal{R} - \mathcal{P}|$ 이 최소가 되는 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |\mathcal{R} - \mathcal{P}|_t &= 0 \\ |\mathcal{R} - \mathcal{P}|_s &= 0 \end{aligned}$$

두개의 B-spline 매개변수 좌표인 t, s 에 대한 다음과 같은 비선형 방정식을 풀어야 한다.

$$\begin{aligned} (\mathcal{R} - \mathcal{P}) \cdot \mathcal{r}_t &= 0 \\ (\mathcal{R} - \mathcal{P}) \cdot \mathcal{r}_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

비선형 방정식을 푸는 절차는 다음과 같다.

- 1) 그림 2-2에서와 같이 주어진 격자점에서 모격자면의 가장 가까운 격자점을 찾는다.
- 2) \mathcal{r}_0 에서 및 와 의 내적(dot product)에 의해 계산할 수 있다.
- 3) 식(2-8)의 비선형 방정식을 t, s 에 대해 푼다. 이때 다음과 같은 bi-cubic B-spline식을 이용한다.

$$r(t, s) = B(t) Q B^T(s) \quad (2.9)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}(1-3t+3t^2-t^3) \\ \frac{1}{6}(4-6t^2+3t^3) \\ \frac{1}{6}(1+3t+3t^2-3t^3) \\ \frac{1}{6}(3t^3) \end{bmatrix}, \quad B(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}(1-3s+3s^2-s^3) \\ \frac{1}{6}(4-6s^2+3s^3) \\ \frac{1}{6}(1+3s+3s^2-3s^3) \\ \frac{1}{6}(3s^3) \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix}$$

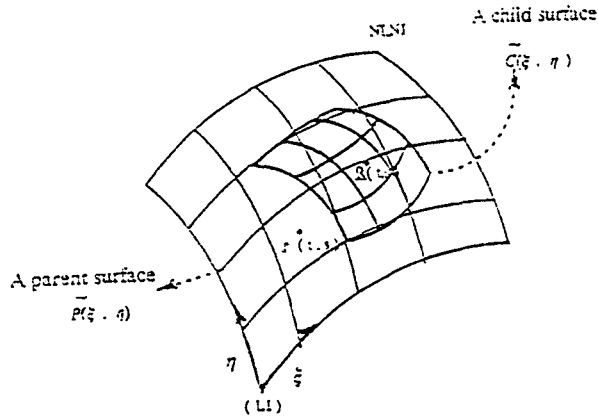


그림2-1 모곡면과 자곡면

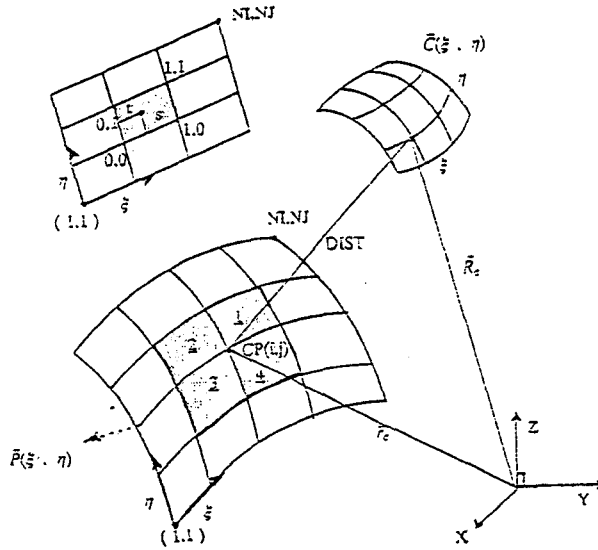


그림2-2 모곡면의 근점점 계산

식(2.9)를(2.8)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$F_1(t, s) = [R - B(t) Q B^T(s)] \cdot [B(t) Q B^T(t)] = 0 \quad (2.10)$$

$$F_2(t, s) = [R - B(t) Q B^T(s)] \cdot [B(s) Q B^T(s)] = 0$$

비선형방정식 (2.10)에서 t, s 를 구하기 위해 Newton 방법을 사용한다.

$$\frac{d\vec{F}}{d\vec{q}} \cdot \nabla \vec{q} = -\vec{F}$$

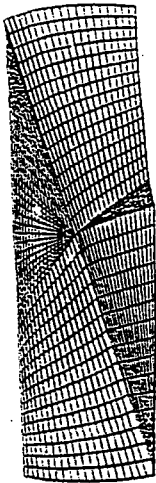
여기서 $\vec{q} = \begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix}$, $\vec{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$ 가 된다.

3. 기법의 응용

3.1 꼬인 격자면의 펴기

2장에서 제시된 다양한 격자면중에 꼬인 면이나 변질된(degenerated)면 또는 특이점(singularity)이 있을 때 이를 탐지하여 정상적인 격자면으로 펴주는 과정으로 그림3-1은 꼬임을 해소한 결과를 보여주는 것이며, 그림3-2는 특이점을 해소한 결과를 보여준다. 곡면의 각 방향에 대해 특이점이 있는 위치를 찾아 조정점을 조절하여 다듬어진 곡면을 구성하기 위한 입력양식은 다음과 같다.

```
$'REFINE',COREIN=_,POINTS=_,[SPACE=_,_],[DISTYP='INTERIOR',SPACE=_,_],[COREOUT=_,_],[FILEOUT=_,[FILNAM='_']]$
```



(a)



(b)

그림3-1 특이점이 있는 면



(a)



(b)

그림3-2 꼬인 면

3.2 곡면위에 접하는 곡면 구성

2장 5절에서 제시한 방법을 통해 그림3-3과 같이 곡면위에 접하는 곡면을 구성하기 위한 입력양식은 다음과 같다.

```
$'TISUR',LOWER1=_,LOWER2=_,UPPER1=_,UPPER2=_,[SURFACE='BCURVED'],[COREOUT=_,_],[FILEOUT=_,[FILNAM='_']]$
```

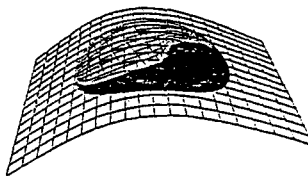
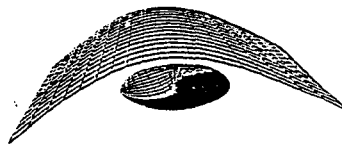


그림3-3 곡면의 중첩

3.3 F-15 표면격자 생성 결과

앞에서 제시한 다양한 면을 생성하는 기법들을 실제로 적용하기 위해서, F-15의 CAD 데이터를 초기 입력자료로 하여 구성한 최종적인 표면격자이다. 그림3-4는 CAD 데이터의 분포를 보여주는 것이며, 그림3-5는 전체 항공기 외형에 대해 구성한 표면격자이다. 초기에는48개의 block에서 최종적으로 6개의 block으로까지 줄인 모습이다.

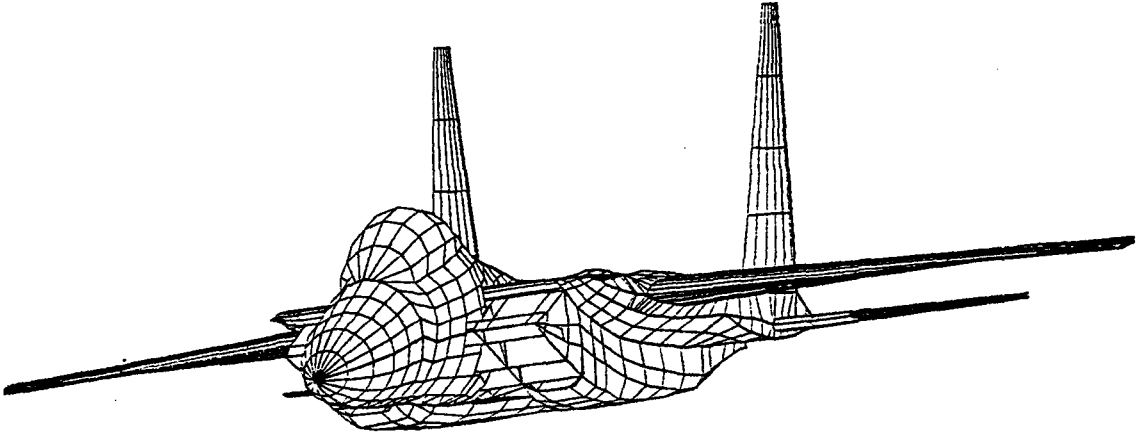


그림3-4 F-15 CAD DATA

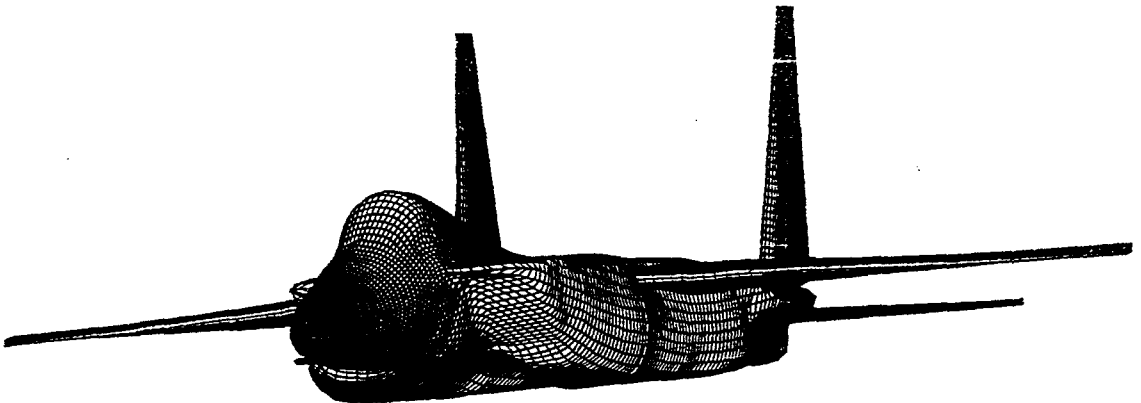


그림3-5 F-15 SURFACE GRID

4. 결 론

복잡한 형상을 가진 전투기를 대상으로 하여 표면격자를 구성하는 다양한 수치적 기법을 제시하였다. 표면격자를 구성하기 위해서는 주로 해석적 혹은 대수적 기법이 사용된다. 그 이유는 미분적 방법에 비해 그 속도가 빠르기 때문이다. 하지만 반대로 유연성이 떨어져 곡률이 급한 부분에서는 보다 많은 격자가 소요되기도 한다.

CAD 데이터를 이용하여 표면격자를 생성하기 위해서 보간법과 근사법을 사용하였다. 식 (2.6), (2.7)은 각각 조정점이 주어졌을 때 격자면을 구성하는 B-spline, NURBS 기법의 표현식이다. 여기서 주의해야 할점은 주어진 형상 데이터는 면을 구성하는 데이터라는 것이다. 따라서 주어진 형상 데이터를 이용하여 원하는 곡면을 재 구성하고 격자선을 자유롭게 위치시키기 위해서는 면을 구성하기 위한 식을 면에서 조정점을 찾는 식으로 바꾸어서 조정점을 찾는 문제부터 해결해야 한다는 것이다. 이러한 문제를 공학에서는 Inverse problem이라고 한다. 이러한 문제를 해결함으로써 조정점을 찾은 후 곡면을 재구성하고 격자선의 개수와 위치를 특성에 맞게 재조정할 수 있는 것이다.

이상과 같은 수치적 모델링 알고리즘을 이용하여 구성된 표면격자생성 코드를 운용하여 표면격자를 생성하였다. 이 코드는 1개의 본 프로그램과 70개의 보조프로그램으로 구성되어 있다. 이 코드의 특성은 각 부분별로 제한된 형상데이터를 이용하여 사용자가 입력하는 명령에 따라 적절한 보조프로그램을 운용하여 사용자의 개념에 맞는 표면격자계를 제시한다는 것이다. 따라서 사용자는 생성하고자 하는 표면에 대해 정확한 개념을 가지고 있어야 하며, 어느 방법을 사용할 것인가를 직감적으로 결정하는 능력을 가져야 신속한 작업수행이 가능하다.

참고 문헌

- [1] Yoon, Y.H 'Enhancements and Extensions of EAGLE Grid Generation System', Ph.D.Dissertation, Mississippi State University, May, 1991
- [1] Robert C. Beach. *An Introduction to the Curves and Surfaces of Computer-Aided Design*. New York VNR, 1992
- [2] Vera B. Anand. *Computer Graphics & Geometric Modeling for Engineers*. New York, Wiley, 1992
- [3] Pao, Y. C. *Elements of Computer-Aided Design and Manufacturing*. New York, Wiley, 1984
- [4] Yoon, Y.H. *Numerical Grid Generation Technique for Flow Field Configuration*. 한국전산유체 공학회, 1995
- [5] Les Piegl and Wayne Tiller. *The NURBS Book*. New York, Springer, 1995
- [6] Fujio Yamaguchi. *Curves and Surfaces in Computer-Aided Geometric Design*. New York, Springer, 1980
- [7] Ding Quilin and B. J. Davies. *Surface Engineering Geometriy for Computer Aided Design and Manufacture*. New York, Wiley, 1979
- [8] Yoon, Y.H. *A Study on the Grid Generation Technique*. 한국전산유체공학회, 1996
- [9] Hoffman, Joe D. *Numerical Methods for Engineers and Scientist*. New York, McGraw-Hill, 1985