'97 추계학술발표회 논문집
한국원자력학회

소격격자 재균형법을 이용한 노달 해석함수 전개해의 가속화 기법

조 병 오, 노 재 만, 이 창 호, 지 성 균
한국원자력연구소

요 약

현대적 노달방법은 다차원 중성자 확산방정식을 풀기 쉽고 계산시간을 단축 시킬 수 있도록 각 방향에 대하여 횡방향으로 적분하여 등가인 차원 수 만큼의 1 차원 중성자 확산 방정식을 만들어 풀고 있다. 이 과정에서 횡방향 누출 중성자 적분항을 적절히 근사해야 함이 필수적인데 이로 인하여 계산의 정확도를 손상하게 될 수가 있다. 이러한 횡방향 누출 중성자 근사를 제거하여 계산의 정확도를 향상시킨 것이 노달 해석함수 전개법(Analytic Function Expansion Nodal Method) 이다. 그러나 이 방법은 기존의 노달 방법 보다는 계산시간이 다소 많이 소요되는 단점이 있었다. 본 논문에서는 소격격자 재균형 가속법(Coarse-Mesh Rebalance Acceleration Method)을 노달 해석함수 전개법에 적용하면 계산의 정확도는 그대로 유지되면서도 속도는 크게 향상 시킬 수 있음을 보여준다.

1. 서 론

현대적 노달방법[1,2,3,4]은 지난 수십년 동안 사각형 핵연료 집합체를 장전한 경수로 노심의 중성자속 분포를 예측하는데 성공적으로 활용되어 왔다. 대부분의 현대적 노달 방법에서는 횡방향 적분을 이용하여 노드간 연관 방정식을 유도한다. 횡방향 적분은 3차원 중성자 확산방정식을 3 방향 각각에 대해 횡방향으로 적분하여 3 개의 1차원 중성자 확산 방정식으로 만드는 과정이다. 이 1차원 확산 방정식들은 횡방향 노드 표면에서의 중성자 누출 분포로 정의되는 횡방향 누출을 통하여 서로 연관되어 있다. 횡방향 적분을 하는 이유는 다차원 중성자 확산방정식 보다 1차원 중성자 확산 방정식이 훨씬 더 풀기 쉽기 때문이다.

그러나, 횡방향 적분을 이용하면 몇 가지 단점이 생겨난다. 첫 번째 단점은 횡방향으로 적분할 때 나타나는 횡방향 누출 중성자 적분항을 적절히 근사하여야 하는 것이다. 대부분의 현대적 노달 방법에서는, 이 항을 2차의 다항식으로 근사한다. 그 다항식의 계수들은 노드 경계면에서 횡방향 누출 그 자체 뿐만 아니라 횡방향 누출의 미분이 연속이라는 조건을 적용하여 노드의 평균 횡방향 누출로 표시된다[1,2,3,4]. 이 근사는 서로 다른 물질 경계면 근처에서 일어나는 큰 중성자속 변화를 잘 모사하지 못한다.

두 번째 단점은 노달 계산으로부터 얻은 균질화 중성자속을 이용하여 연료봉별 중성자속을

재구성할 때 생긴다. 횡방향 적분을 이용하는 노달 방법에서 연료봉별 중성자속 재구성에 이용할 수 있는 균질 중성자속은 각 방향의 일차원 중성자속으로 제한된다. 이 때 노드내 균질 중성자속은 먼저 각 방향별로 분리 가능하다고 가정한 뒤, 횡방향 적분된 일차원 중성자속을 이용하여 근사될 수 있다. 그러나 이렇게 단순히 중성자속이 방향별로 분리 가능하다고 가정하면 노드내 균질 중성자속을 정확히 예측할 수 없다.

사각형 노심 구조에서 횡방향 적분으로 생기는 단점을 극복하기 위하여 개발된 노달 해석함수 전개법[5,6]은 횡방향으로 적분된 1차원 중성자 확산 방정식을 풀지 않고 직접 다차원 중성자 확산 방정식을 푼다. 따라서 이 방법은 횡방향 적분으로 인해 발생하는 어떤 단점도 갖지 않는다.

이 노달 해석함수 전개법은 노드내 중성자속 분포를 특별히 반경 방향의 두 성분으로 분리되지 않는 해석함수로 전개하고 경계면뿐만아니라 격자선에서도 중성자속 분포를 제한하는 조건을 적용하기 때문에 핵적 특성이 매우 다른 핵연료 집합체간의 경계면 뿐만아니라 격자선 근처에서의 심한 중성자속 분포 변화도 잘 예측한다. 따라서 노달 해석함수 전개법은 횡방향 적분을 사용하는 다른 노달방법과는 달리 중성자속 재구성에 바로 사용될 수 있는 정확한 노드내 균질화 중성자속을 제공한다.

원래 노달 해석함수 전개법은 노드의 평균중성자속, 경계면 중성자속 및 격자선 중성자속을 미지수로 하는 노달 방법으로 개발되었다. 여기에서는 이 방법을 노드 평균중성자속, 경계면에서의 부분중성자류 및 격자점 중성자속을 미지수로 하는 반응행렬 형태의 노달 방법으로 확장하였다. 이런 형태의 노달 해석함수 전개법은 중성자속 분포의 노드간 연관 관계를 반응행렬 형태로 표현함으로서 기존의 반응행렬법에 기초한 노달계산 코드에 이식하기가 쉽고 반응행렬 노달법의 장점인 소격격자 재균형 가속법(Coarse-Mesh Rebalance Acceleration Method)를 충분히 활용할 수 있다. 그리하여 기존의 노달 해석함수 전개법의 단점인 계산시간의 제약을 크게 줄일 수 있다.

2. 중성자 거동 해석 방법

2.1 노달 전개법

노달 전개법(Nodal Expansion Method)[1,2]은 중성자 확산방정식을 횡방향으로 적분하여 각 방향에 따른 1차원 중성자 확산 방정식을 얻고, 이 식을 4차 다항식으로 전개된 중성자속을 이용하여 푸는 방법이다. 그리고 횡방향 적분시 나타나는 횡방향 누출 중성자에 대한 정보는, 일반적으로 2차 다항식으로 가정하여 1차원 중성자 확산 방정식의 해를 얻는 과정에서 구해진다.

2.2 노달 적분법

노달 적분법(Nodal Integration Method)[3,4]은 횡방향으로 적분하여 얻은 1차원 중성자 확산 방정식을 해석적으로 구한다. 이 경우 해석적 해는 삼각함수와 초월함수의 조합으로 표현된다. 횡방향 누출 중성자에 대한 정보는 앞의 노달 전개법의 경우와 동일하다.

2.3 노달 해석함수 전개법

이 방법은 노드내의 균질화된 중성자속 분포를 그 노드의 어떤 점에서도 중성자 확산 방정식을 만족하는 비분리 해석 함수로 전개한다. 이 해석함수의 계수는 이 방법에서 미지수로 취급하는 그 노드의 평균 중성자속, 경계면 중성자속 및 격자선 중성자속으로 표현한다. 그런 다음 노드의 평균 중성자속을 풀기 위한 중성자속 균형식, 경계면 중성자속을 풀기 위한 인근 노드와의 경계면에서 중성자류 연속 조건식 및 격자선 중성자속을 풀기 위한 격자점 중성자 균형식을 만들어 이 세 종류의 식을 반복적으로 푼다. 이 방법은 해석 함수를 사용하므로 핵특성이 아주 다른 집합체의 경계면에서 뿐만 아니라 격자선 근처에서 일어나는 국부적인 급격한 열중성자속 변화도 정확히 모사할 수 있다.

여기서 개발된 반응행렬 형태의 노달 해석함수 전개법은 노드내 중성자 확산방정식의 해(즉 노드내 균질화 중성자속 분포)를 그 노드의 어떤 점에서도 3차원 중성자 확산방정식을 만족하고, 축방향(z)과 반경 방향(xy)으로는 분리되지만 반경방향의 두 성분(x와 y)으로는 분리되지 않는 기저 해석함수들로 전개한다. 이 균질 중성자속의 전개는 노드당 에너지 그룹당 2개의 축방향, 8개의 반경방향 기저 해석함수와 한 개의 부가적인 상수로 구성된다.

노드간 연관 방정식을 컴퓨터상에서 반복법으로 푸는 과정에서 유효증배계수가 수렴함에 따라 부가적인 상수는 영이 되므로 결국 이 중성자속 전개는 완전히 중성자 확산 방정식을 만족하게 된다. 11개 전개 상수는 1개의 노드 평균 중성자속, 2 개의 축방향 경계면 중성자속, 4개의 반경방향 경계면 중성자속 ,그리고 4개의 반경방향 격자선 중성자속으로 나타낼 수 있다. 모든 전개 상수들을 11개의 중성자속으로 표현하고 나면 반응행렬 형태의 노달 해석함수 전개법에서의 노달 계산 미지수인 노드 평균중성자, 경계면 부분중성자류 및 격자선 중성자속에 대하여 풀리는 노드간 연관 방정식을 만든다. 첫 번째 연관 방정식은 노드 평균 중성자속에 대하여 푸는 노드내 중성자 균형 방정식이다. 두 번째 연관 방정식은 경계면에서의 중성자속과 중성자류에 관한 식이다. 본 논문에서는 소격격자 재균형 가속법을 효과적으로 적용할 수 있도록 순중성자류가 경계면에서의 입사 및 출사 부분중성자류로 나타내지는 성질을 이용하여 경계면에서 출사 부분중성자류가 입사 부분중성자류와 노드 평균 중성자속 및 격자선 중성자속(특별히 반경 방향의 경우에만 나타남.)으로 표현되는 반응행렬식으로 표현하였다. 이 반응행렬식은 노드의 경계면에서 부분중성자류에 대하여 풀린다. 마지막으로 세 번째 연관 방정식인 반경 방향의 격자선 중성자속에 대한 연관 방정식은 기존에 개발된 격자선 중성자속 계산 방법인 격자점 균형법(CPB : Corner-Point

Balance Method)[7]이나 순차적 원활화법(MSS : Method of Successive Smoothing)[8] 혹은 그 외의 어떤 방법으로도 얻을 수 있다.

2.4 소격격자 재균형 가속법

반복적 수치해석 방법을 이용하여 노달 중성자해를 구할 때 해가 수렴하기 전까지는 각 노드에서 중성자 수의 균형은 노심 전체와 동일하지 않다. 이러한 상태에서 각 노드의 중성자 수 균형을 노심 전체의 중성자 수 균형과 일치하도록 재구성하는 방법이 소격격자 재균형법[9]이다. 이러한 소격격자 재균형법은 반복적 노달 방법의 해를 가속화 하는데 매우 효과적인 것으로 알려져 있다. 부분 누출 중성자속으로 표현된 중성자 균형방정식은 다음과 같다.

$$\Sigma_{rg}\phi_g + \sum_u \frac{1}{a_u}\left[(j^+_{gur} - j^-_{gur}) + (j^-_{gul} - j^+_{gul})\right] = \sum_{g'<g} \Sigma_{g'g}\phi_{g'} + \frac{1}{\lambda}\sum_{g'} \Sigma_{pg'g}\phi_{g'} \qquad (1)$$

위 (1) 식은 표준표기로 나타내었으므로 상세한 설명은 생략한다. 이 식을 효과적으로 풀기 위한 수치해석은 red-black Gauss-Seidel 반복법을 사용한다. 여기에 가속효과를 주기 위하여 소격격자 재균형법을 이용하게 되는데, 소격격자 재균형 방정식은 위 식을 모든 에너지 그룹(g)에 대하여 적분하여 얻어진다.

$$(R_m + \sum_{u=x,y,z} \sum_{s=l,r} j^{out}_{mus} - \frac{1}{\lambda}P_m)\, d_m = \sum_k \sum_{u=z,y,z} \sum_{s=l,r} j^{out}_{kus} d_k \qquad (2)$$

여기에서, k = 노드 m 의 주변 노드, d = 구축인자 (driving factor) ,

$$R_m = \sum_g (\Sigma_{ag}\phi_g V)_m, \quad P_m = \sum_g \sum_{g'} (\Sigma_{pg'g}\phi_{g'} V)_m,$$

$$j^{out}_{mul} = \sum_g (\frac{1}{a_u} j^-_{gul} V)_m, \quad j^{out}_{mur} = \sum_g (\frac{1}{a_u} j^+_{gur} V)_m,$$

$$j^{out}_{kul} = \sum_k \sum_g (\frac{1}{a_u} j^-_{gul} V)_k, \quad j^{out}_{kur} = \sum_k \sum_g (\frac{1}{a_u} j^+_{gur} V)_k,$$

V = 노드 체적 .

식 (2)는 각 노드(m) 간의 총 중성자 수의 균형을 유지하게 하는 각 노드의 구축인자(driving factor)를 표현한 것으로 한개의 에너지 그룹의 유한차분 방정식이다. 이식을 이용하여, 반복적으로 중성자속의 해를 구해 나가는 과정에서 노달 방법으로 얻을 중성자속과 부분중성자 누출양을 이용하여 구축인자를 얻게 되고 이 구축인자를 중성자속과 부분중성자에 곱하여 노달 방

법의 해를 가속시키면서 계속적으로 구하는 것이다.

3. 계산 결과

본 논문에서는 노달 전개법과 노달 해석함수 전개법을 전형적인 red-black Gauss-Seidel 방법과 소격격자 재균형 가속법을 함께 적용하여 프로그래밍하고 표준계산 모델인 IAEA PWR 3차원 Benchmark[10] 문제를 풀어 계산의 정확도와 소요시간을 평가하였다. 이문제의 노심은 핵연료 집합체의 수가 177 개이고 노심의 외곽에 20 cm 두께의 반사체로 구성되어 있으며 제어봉이 부분적으로 삽입되어 있다. 계산은 반경방향으로 핵연료 집합체의 크기를 하나의 노드로, 축방향으로는 등간격으로 19 개 노드로 구성하였고 반복계산의 초기 속 및 열중성자 값은 각각 1,0과 0.25로 하였으며, 해의 수렴도 평가는 모든 노드에서 이전단계의 중성자 값과 현단계의 값의 차이에 대한 현재 값과의 절대량이 10^{-5} 보다 작게 될 때를 선택하였다. 이에대한 반경 방향 출력분포의 결과를 그림 1에 나타내었고 이에 관한 통계치 및 노심 고유치, 계산시간을 표 1에 수록하였다. 여기서 기준값은 미세격자 유한차분법을 사용한 VENTURE[11] 코드로 계산된 값이다.

결과에 의하면 두 방법 모두 기준값의 유효증배계수와 큰 차이를 보이지 않으나, 대체적으로 노달 해석함수 전개법이 핵연료 집합체의 출력 최대오차, 평균출력 오차 및 핵연료 집합체 첨두 출력 오차가 노달전개법 보다 작음을 보여준다. 계산시간에 있어서는 두 방법 모두 소격격자 재균형 가속법을 사용함으로써, 약 15 배의 가속효과을 볼 수 있음을 알 수 있다. 표 1에서와 같이 핵연료집합체를 1개의 노드로 계산한 결과는 노달 해석함수 전개법이 노달 전개법보다 2배정도의 계산시간이 더 소요되는 것으로 보이지만, 노달 해석함수 전개법은 노달 전개법 또는 노달 적분법에 비해 큰 단위계산노드에서도 높은 정확도를 유지할 수 있기 때문에 문제에 따라서는 계산시간이 더 짧아질 수 있다.

참고문헌

[1] H. Finnemann, F. Bennewitz, and M. R. Wagner, "Interface Current Techniques for Multidimensional Reactor Calculations," Atomkern- energie, 30, 123 (1977)

[2] H. Finnemann, H. Raum, "Nodal Expansion Method for the Analysis of Space-time Effects in LWRs," Proceedings of a Specialists' Meeting on Calculation of 3-Dimensional Rating Distributions in Operationg Reactors, Paris, Nov., 1979.

[3] K. S. Smith, "An Analytic Nodal Method for Solving the Two-Group, Multidimensional, Static and Transient Neutron Diffusion Equation," Nuclear Engineering Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1979)

[4] H. D. Fisher, H. Finnemann, "The Nodal Integration Method - A Diverse Solver for Neutron

Diffusion Problems," Atomkernenergie 39, 229, 1981.

[5] J. M. Noh and N. Z. Cho, "A New Diffusion Nodal Method Based on Analytic Basis Function Expansion," Tranc. Am. Nucl. Soc., 69, 462, 1993.

[6] J. M. Noh and N. Z. Cho, "A New Approach of Analytic Basis Function Expansion to Neutron Diffusion Nodal Calculation," Nucl. Sci. Eng., 116, 165 (1994)

[7] N. Z. Cho and J. M. Noh, "Analytic Function Expansion Nodal Method for Hexagonal Geometry," Nucl. Sci. Eng., 121, 245-253 (1995)

[8] H. Finnemann, R. Boeer and J. Huesken, "Finite Difference Solution of the Flux Reconstruction Problem in Nodal Reactor Analysis," Proc. of Joint Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing in Nuclear Applications, Karlsruhe, Germany, April 19-23, 1993, Vol.I, p.533, Kernforschungs-zentrum Karlsruhe (1993)

[9] B. O. Cho et al., "MASTER Methodology Manual," KAERI/TR-686/96, May, 1996.

[10] Argonne Code Center, *Benchmark Problem Book*, ANL-7416, Sept., 1976.

[11] D.R.Vondy et al., "VENTURE: A Code Block of Solving Multigroup Neutronic Problems Applying the Finite-Difference Diffusion-Theory Approximation to Neutron Transport-Version II," ORNL-5062/R1, Nov., 1977.

표 1. 3차원 IAEA 기준계산 문제의 노심 출력 및 계산시간 비교

	고유치	RMS 오차[a]	최대 오차	출력 최고치 오차	계산시간(초)[b]	
					방법 1[c]	방법 2[d]
기준값	1.02903	-	-	-	-	
노달전개법	1.02901	0.00446	-0.009	0.005	6.94	0.42
노달해석함수 전개법	1.02904	0.00283	0.007	0.000	12.47	0.83

a) 노심 전체
b) HP755/125MHz
c) 방법 1 : red-black Gauss-Seidel 반복법
d) 방법 2 : red-black Gauss-Seidel 반복법 + 소격격자 재균형 가속법

```
.729   1.281   1.422   1.193    .610    .953    .959    .777   - a
.002    .005    .008    .004    .000    .001   -.004   -.007   - b
.003   -.004   -.007   -.003    .003    .000   -.006   -.001   - c

       1.397   1.432   1.291   1.072   1.055    .976    .757
        .007    .005    .004    .000   -.001   -.006   -.009
       -.001    .000   -.001   -.003    .001    .001   -.001

               1.368   1.311   1.181   1.089   1.000    .711
                .004    .004    .003   -.002   -.009   -.003
                .007    .001   -.005    .001   -.000    .000

                       1.178    .972    .923    .866
                        .004    .000   -.002   -.004
                        .001   -.002   -.001    .002

                                .476    .700    .611
                               -.001   -.004    .000
                                .001   -.006   -.002

                                        .597
                                        .000
                                        .001
```

a: 기준값
b: 노달전개법(NEM) - 기준값
c: 노달해석함수전개법(AFEN) - 기준값

그림 1. 3차원 IAEA 기준계산 문제의 반경 방향 노심 출력 비교