
소형 터보제트엔진의 동적모사와 성능향상을 위한 LQR 제어

공 창 덕*, 기 자 영, 김 석 균 (조선대학교)

A Dynamic Simulation and LQR Control for Performance Improvement of Small Turbojet Engine

Chang-Duk Kong*, Ja-Young Ki, Sog-Kyun Kim (Chosun Univ.)

ABSTRACT

A nonlinear dynamic simulation was performed by using DYNGEN program with various environmental conditions. It was observed that the effect of the bleed air flow rate changed to overall engine performance. The real time linear model which was a function of rpm was resulted to be close to nonlinear simulation results. For optimal LQR controller, it was considered only fuel flow rate or both fuel flow rate and bleed air rate as inputs. In the comparison of both results, the LQR controller with multi input had better performance than that with single input.

초 록

소형 터보제트엔진에 대하여 다양한 대기조건에 대하여 DYNGEN을 이용하여 비선형 동적모사를 수행하였다. 블리드 공기량의 변화가 엔진의 성능에 미치는 영향에 대하여 살펴 보았다. 성능 향상을 위한 제어기 구성에 앞서 실시간 선형모델을 구하였으며 엔진로터 회전수의 변화에 따른 시스템행렬들의 적합한 변화를 통해 비선형 모사의 결과에 매우 근접하는 결과를 얻었다. 최적의 LQR 제어기를 구성하는데 있어, 연료유량만을 제어입력으로 고려한 경우와 연료유량과 블리드 공기를 동시에 제어입력으로 고려한 경우의 제어 결과 비교를 통해 단일 입력보다는 다변수 입력을 고려했을 때 연구 대상 엔진이 더 우수한 성능을 발휘함을 알았다.

1. 서 론

소형 터보제트엔진에 대한 동적모사를 통해 실제 엔진의 특성을 예측해 보고 발생할 수 있는 문제점들을 사전에 방지하여 엔진 자체의 안전은 물론 항공기 전체의 안전 확보에도 기여할 수 있다.

예상되는 문제점들은 사전에 방지하는 것은 물론 엔진 전체의 성능을 향상시키기 위해서는 최적의 제어가 요구되며 이를 위해서는 먼저 비선형적인 특성을 가지는 엔진에 대한 선형화가 필요하다.

본 연구에서는 비선형 동적모사를 위해 사용자가 간편하게 사용할 수 있는

DYNGEN 프로그램¹⁾을 이용하였으며 지상 정지 상태 및 비행마하수 0.7에 고도 2km의 대기조건에 대해 고려하였다. 이때 블리드 공기량의 영향도 함께 고려해 이의 영향에 대한 결과도 비교해 보았다. 선형모사를 위해서는 기존의 DYNGEN 프로그램으로부터 선형모델을 구성하는데 필요한 시스템 행렬들을 구할 수 있도록 보강된 DYGABCD 프로그램²⁾을 이용하였다.

엔진로터회전수의 변화에 따라 상태변수들이 변하게 되므로 변화되는 시스템 행렬을 구하기 위해 보간법을 이용해 엔진로터회전수의 함수로 시스템행렬의 각 요소들이 변하도록 구성하여 시스템 행렬들이 각 rpm에

따라 새롭게 구성되도록 하였으며 비선형모사 결과와 비교하여 보았다.

또한 LQR 제어를 이용하여 제어입력으로서 연료유량과 블리드 공기량을 각각 고려해 보면서 성능 향상은 물론 최적 제어 입력값의 변화에 따른 정상상태 도달시간 등 여러 가지의 시스템의 특성을 개선하였다.

2. 비선형 동적모사

비선형 동적모사를 위해 DYNGEN 프로그램¹⁾을 이용하였으며 표 1과 같은 설계점을 가지고 두가지 대기조건에 대해 수행하였다.

이 프로그램을 이용하는데 있어서 주의해야 할 점은 계산 결과의 수렴을 위하여 시간간격과 허용오차의 크기 등을 시행착오법을 통해 결정해야 한다는 점이다.

Table 1. The Design Point of Small Turbojet Engine

항목	Case 1	Case 2
비행마하수	0	0.7
비행고도	0	2km(6550ft)
연료유량	0.0605kg/s (0.1334lb/s)	0.0631kg/s (0.13908lb/s)
압축기압력비	3.711	3.68
압축기효율	0.7732	0.7725
공기유량	2.711kg/s (5.978lb/s)	2.883kg/s (6.356lb/s)
연소기효율	0.992	0.992
터빈입구온도	1289K (2319.84R)	1277K (2297.88R)
터빈단열효율	0.8311	0.827
RPM	28999	28999

프로그램 자체에 이러한 시간간격 등의 문제점을 극복하기 위해 Modified Euler 방법을 사용하고 있으나 시간간격을 0.1초에서 0.001초 사이의 값을 이용해야만 수렴성이 있는 것으로 알려져 있다¹⁾.

이러한 과정들을 통해 얻은 비선형모사의 결과를 각각 서지 마진, 추력, 비연료소모율 등에 대해 살펴보았다. 이때 블리드 공기량을 3가지(Bleed0=0%, Bleed2=2%, Bleed4=4%) 양으로 다르게 하여 비교해 보

았다. (Table 2 참조)

여기에서 압축기 서지마진(SM)은 다음과 같이 정의된다.

$$SM = \frac{PR|_{op} - PR|_{low}}{PR|_{surge} - PR|_{low}} \leq 1 \quad (1)$$

Table 2-1. The Comparison of Results between Nonlinear Simulations with Various Bleed Air Flow Rate (Case 1)

		S-S value	Max' Value	%over -shoot
SM	Bleed 0	0.892	1.006	12.8
	Bleed 2	0.860	0.999	16.2
	Bleed 4	0.827	0.993	20.1
Thrust	Bleed 0	863.072	863.072	0
	Bleed 2	845.676	845.676	0
	Bleed 4	827.168	827.168	0
SFC	Bleed 0	1.316	2.168	64.7
	Bleed 2	1.343	2.220	65.3
	Bleed 4	1.373	2.275	65.7

Table 2-2. Continued (Case 2)

		S-S value	Max' Value	%over -shoot
SM	Bleed 0	0.889	0.959	7.87
	Bleed 2	0.856	0.978	14.3
	Bleed 4	0.823	0.966	17.4
Thrust	Bleed 0	759.566	759.566	0
	Bleed 2	737.752	737.752	0
	Bleed 4	716.497	716.497	0
SFC	Bleed 0	1.561	3.794	143
	Bleed 2	1.607	4.498	180
	Bleed 4	1.655	2.741	65.6

3. 선형 상태공간 모델식과 실시간 선형모사

실제 엔진 시스템은 비선형 특성을 가지고 있어 선형 제어 이론을 적용하기 위해서는 이에 대한 선형화가 필요하다. 비선형 시스템에 대한 선형화에는 Taylor 급수를 이용하는 방법, 기술함수기법을 이용하는 방법 또는 입출력 선형화법을 이용하는 것이 있으나 본 연구에서는 Taylor 급수를 이용한 선형화법을 사용하였다.

일반적인 비선형 시스템의 상태공간방정식에 대해 평형상태에서 각 변수에 대한 섭동(perturbation)을 주어 Taylor 급수 전개하여 작동범위가 아주 작다는 가정에서 2차 이상의 고차항을 무시하면 다음과 같은 선형화된 상태공간 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= A \delta x + B \delta u \\ \delta y &= C \delta x + D \delta u \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 x 는 상태변수로 각각 엔진로터회전수, 압축기출구압력, 터빈입구온도, 터빈출구압력, 터빈출구온도이며 y 는 출력변수로 압축기 서지마진, 압축기블리드공기유량, 터빈입구온도, 진추력, 비연료소모율이며, u 는 제어입력변수로 연료유량과 압축기 블리드 공기유량을 선택적으로 사용하였다.

본 연구에서 필요한 시스템 행렬들은 DYGABCD 프로그램²⁾을 이용하여 각 변수에 2%의 섭동량을 주어 구하였다.

또한 구해진 행렬들에 대해 보간법을 이용하여 실시간 선형모델을 구하였으며 엔진로터회전수의 변화에 따라 적절하게 변화된 행렬을 이용한 실시간 선형모사 결과와 비선형모사의 결과를 비교해 본 결과, 2% 미만의 상대오차를 보였다³⁾. (Fig. 1 참조)

4. 엔진의 성능향상을 위한 LQR 제어

4.1 LQR 제어의 기본 이론

LQR 제어기는 시간역에서 플랜트의 상태방정식을 구속조건으로 하여 주어진 가격함수를 최소화하는 최적제어법칙을 찾는 제어시스템 설계 방법이다⁴⁾.

LQR 문제를 정의하기 위해 우선 시스템의 상태방정식을 다음과 같이 표현한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3)$$

여기에서 시스템 $[A, B]$ 는 안정가능하다고 가정한다.

그리고 가격함수 J 를 다음과 같이 정의한다.

$$J = \int_0^{\infty} (\delta x^T F \delta x + \delta u^T G \delta u) dt \quad (4)$$

여기에서 F 는 양의 반한정 대칭행렬인 상태가중행렬이고 G 는 양의 한정 대칭행렬인 제어가중행렬이다.

이 경우 상태방정식의 구속조건 (식(3)) 아래서 가격함수(식(4))를 최소화하는 제어법칙을 찾는 문제가 된다. 여기에서 최적제어가 유일하게 존재할 뿐 아니라 실시간에서 모든 상태변수를 측정할 수 있다면 최적 제어 법칙 $u(t)$ 를 다음과 같이 피드백 형태로 나타낼 수 있다.

$$\delta u = K \delta x = -G^{-1}B^T S \delta x \quad (5)$$

여기에서 S 는 양의 반한정 대칭행렬로서 다음과 같은 제어대수 Riccati 방정식(CARE)의 유일한 해이다.

$$0 = SA + A^T S + F - SBG^{-1}G^T S \quad (6)$$

위의 과정에서 알 수 있듯이 LQ Regulator의 설계는 CARE에서 설계 파라미터인 상태가중행렬 F 와 제어가중행렬 G 를 선정하는 문제가 된다⁵⁾.

따라서 시행착오법을 이용하여 F 와 G 를 각각의 경우에 대하여 서로 다른 값들을 정하였다. 또한 새로운 최적제어 입력을 정하는데 필요한 식(5)에서의 제어게인 K 를 MATLAB⁶⁾을 이용하여 다음과 같은 값으로 구하였다.

Case 1 with single input,

$$K = [0.0261 \ 0.67 \ 0.0077 \ -0.0001 \ -0.0364] * e-03 \quad (7)$$

with multi-input,

$$\begin{aligned} K1 &= [0.0261 \ 0.1781 \ 0.0224 \ 0.0007 \ -0.0283; \\ &\quad -0.0034 \ -0.1407 \ 0.0004 \ 0.0001 \ 0.0053] * e-03 \\ K2 &= [0.0 \ -0.0017 \ 0.0001 \ 0.0 \ 0.0; \\ &\quad 0.0 \ -0.0001 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0] \end{aligned} \quad (8)$$

Case 2 with single input,

$$K=[0.0219 \ 0.5646 \ 0.0091 \ -0.0003 \ -0.0291] \quad (9)$$

*e-03
with multi-input,

$$K1=[0.0281 \ 0.6927 \ 0.0107 \ -0.0004 \ -0.0379; \ -0.0023 \ -0.0604 \ -0.0006 \ 0.0 \ 0.0032] \quad (10)$$

$$K2=[0.0123 \ 0.2976 \ 0.0051 \ -0.0001 \ -0.0164; \ -0.001 \ -0.0263 \ -0.0003 \ 0.0 \ 0.0014] \quad (10)$$

4.2 최적 LQR 제어 결과의 비교

최적 제어입력으로 단일입력인 연료유량만을 고려한 경우(BN)와 연료유량과 블리드 공기량을 동시에 고려한 다변수 입력의 경우(B2)를 비선형 모사의 결과와 함께 비교하였다. 먼저 지상정지 상태의 대기조건인 Case 1에 대해서 살펴보면 표3-1에 보는 바와 같이 새로운 제어 블리드 공기량 1.87%를 갖는 B2의 경우가 BN의 경우보다 더 빠르게 스텝 연료유량에 접근하는 것을 알 수 있다. 서지마진의 경우도 급격히 연료유량이 스텝 증가하는 초기에 과도 증가하는 경향이 있기는 하나 B2의 정상상태 값이 BN 보다 더 안정적인 것을 알 수 있다. 터빈입구에서의 과도온도는 제어입력의 수에 관계없이 LQR 제어를 통해 완전히 제거되었다. 엔진 전체의 성능을 나타내는 추력에 있어서는 다변수 제어입력을 고려한 B2가 같은 시간에 더 많은 추력을 발생하였다.(Fig. 2 참조)

또 하나의 대기조건인 비행마하수 0.7에 고도 2 km인 대기조건에 대한 제어 결과를 살펴보면 표3-2에 보는 바와 같이 새로운 제어 블리드 공기량 1.11%를 갖는 B2의 경우가 연료유량에 있어 정상상태에 더 빨리 도달하였으며, 서지마진의 경우는 큰 과도 반응 없이 적절한 서지마진을 이루는 결과를 보였다. 이 대기조건에서도 마찬가지로 제어입력의 수에 관계없이 LQR 제어를 통해 터빈입구에서의 과도온도를 완전히 제거하였다. 또한 추력에 있어서도 더 빠른 시간에 더 많은 추력을 발생하는 아주 바람직한 제어 결과를 보였다. (Fig. 3 참조)

위의 두 대기조건에 대한 LQR 제어 결과에서 알 수 있는 것은 엔진의 성능 향상을 위한 최적 제어입력으로 연료유량만을 고려한 단일입력이 아닌 연료유량과 블리드 공기량을 동시에 다변수 입력으로 고려했을 때 원하는 최적의 성능을 발휘할 수 있다는 것이다.

Table 3-1. The Comparison of Results between Nonlinear Simulation and LQR Control with Case 1

		s-s value	s-s %error	s-stime (sec)	% over -shoot
WFB	Nonli'	0.1975	0	0.01	
	BN	0.1982	0.354	3.2	
	B2	0.2009	17.215	2.8	
RPM	Nonli'	28706.6	0	3.5	
	BN	28825	0.412	3.8	
	B2	28627	0.278	4.0	
SM	Nonli'	0.86	0	1.9	16.163
	BN	1.0854	26.209	4.0	0
	B2	0.7936	7.721	3.8	19.153
TIT	Nonli'	2377.9	0	3.3	22.61
	BN	2435.3	2.414	3.8	0
	B2	2498.8	5.084	3.3	0
Thrust	Nonli'	845.7	0	3.4	
	BN	902.3	6.693	3.4	
	B2	909.91	7.593	3.4	

Table 3-2. The Comparison of Results between Nonlinear Simulation and LQR Control with Case 2

		s-s value	s-s %error	s-stime (sec)	% over -shoot
WFB	Nonli'	0.243	0	0.01	
	BN	0.218	10.288	2.4	
	B2	0.252	3.704	2.2	
RPM	Nonli'	29108.4	0	3.4	
	BN	29159	0.173	3.1	
	B2	29456	1.193	3.2	
SM	Nonli'	0.856	0	2.4	14.252
	BN	0.614	2.826	3.1	91.5
	B2	0.883	3.189	2.5	6.804
TIT	Nonli'	2301.7	0	2.9	12.534
	BN	2287.6	0.613	2.1	0
	B2	2432.2	5.670	2.4	0
Thrust	Nonli'	737.7	0	2.9	
	BN	706.5	0.423	3.1	
	B2	790.1	7.103	2.3	

5. 결 론

소형 터보제트엔진에 대한 비선형동적모사를 DYNGEN을 이용하여 수행하였으며 정상상태와 비행마하수 0.7에 고도 2 km의 대기조건에 대해 고려해 보았다. 이 때 블리드 공기량의 크기에 따른 엔진의 성능을 고려해 보았다.

최적의 성능을 발휘할 수 있도록 선형 제어이론을 적용하기 위해 먼저 비선형 특성의 엔진에 대한 실시간 선형화를 수행하였으며 엔진로터회전수의 함수로 시스템 행렬을 만들어 타당한 실시간 선형 모델을 구성하였다.

최적 LQR 제어를 이용하여 엔진에 대한 제어를 시도하였으며 제어입력으로 연료유량만을 고려하는 단일 제어입력인 경우와 연료유량과 함께 블리드 공기량을 동시에 고려한 다변수 제어입력의 경우를 비교해 보았다. 결과적으로 향상된 성능을 발휘하도록 하기 위해서는 단일 제어입력보다는 다변수 제어입력을 고려한 경우가 보다 효과적으로 원하는 엔진의 성능을 얻을 수 있음을 알았다.

추후에 보다 구체적이고 조직적인 다변수 제어기 설계 기법에 대한 연구와 함께 실제 엔진에 대한 실험을 통한 연구를 병행하여

동적모사와 제어에 대한 결과의 검증이 뒤따라야 할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Sellers, J. F., Daniele, C. J., 1975, "DYNGEN - A Program for Calculating Steady-State and Transient Performance of Turbojet and Turbofan Engines", NASA TN D-7901
2. Geysler, L.C., 1978, "DYGABCD - A Program for Calculating Linear A, B, C, and D Matrices from a Nonlinear Dynamic Engine Simulation", NASA TP 1295
3. 공창덕, 기사영, 김석균, 1996, "항공기용 터보제트엔진의 실시간 선형모사와 터빈입구 온도 제어에 관한 연구", 한국추진공학회 제 7회 학술강연회 논문집, pp.97~104
4. 김종식, 1988, 선형 제어시스템 공학, 청문각
5. Mahmoud, S., McLean, D., 1991, "Effective Optimal Control of an Aircraft Engine", Aeronautical Jnl., Jan., pp.21~27
6. The Math Works, Inc., 1992, Control System Toolbox User's Guide, Natick, Massachusetts, U.S.A.

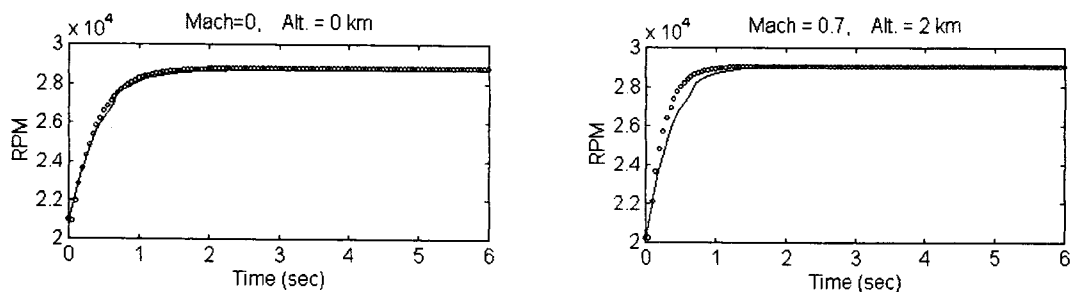


Figure 1. The Comparison of Results between Nonlinear Simulation and Real Time Linear Simulation (----- Nonlinear Simulation, ooooo Real Time Linear Simulation)

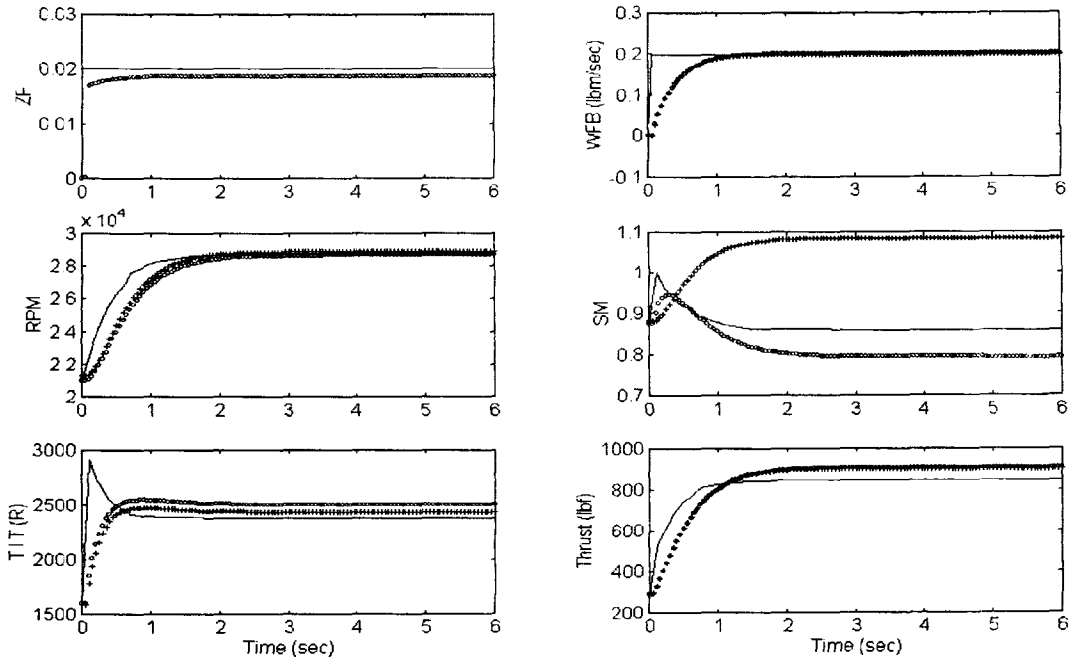


Figure 2. The Comparison of the Response with Various Model (---Nonlinear, +++LQR Control with Single Input, oooLQR Control with Multi-Input) in Case 1

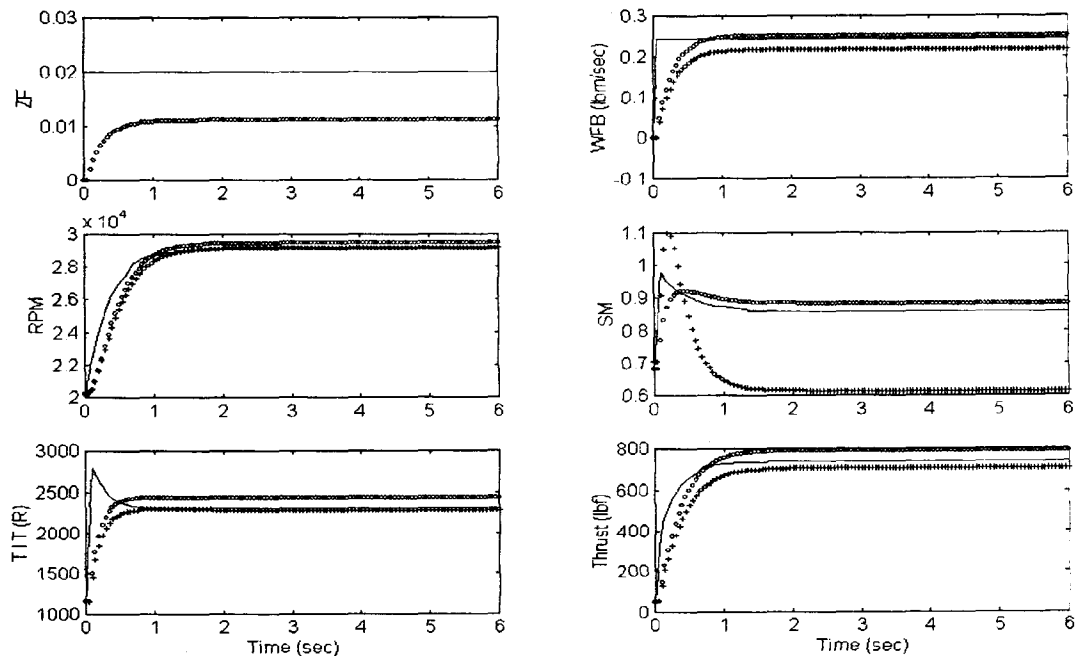


Figure 3. The Comparison of the Response with Various Model (---Nonlinear, +++LQR Control with Single Input, oooLQR Control with Multi-Input) in Case 2