

# 장력안정화 트러스의 단위구조 형상결정에 관한 연구

## A Study on the Shape-Determination for the Unit-structure of Truss Stabilized by the Cable Tension

\* 권 택 진    \*\*한 상 을    \*\*\*최 옥 훈  
Kwun, Taek-Jin    Han, Sang-Eul    Choi, Ok-Hun

### ABSTRACT

This unit-structure of truss stabilized by cable tension is composed of four truss member adding to a central post and eight cables, and is connected by hinge joints and is stabilized by cable tension. As this unit-structures itself is a statically closed and stabilized system individually, it can be employed to assemble a structure with a variety of configuration.

In this paper, for determination the shape of the unit-structure of truss stabilized by the cable, characteristics such as the stabilized range of the various geometrical parameter about unit system and the relation of the best governing paramter is demonstrated, and the relation of the results is compared in the range for the stabilization of unit-structure.

### 1. 서론

인장력(tension force)을 도입하여 강성을 부여할 수 있는 대공간 구조시스템으로는 케이블 네트 구조, 막구조, Tensegrity 구조등이 있다.

케이블네트구조, 막구조는 과거 시공예가 많지만, Tensegrity구조는 최초 R.B. Fuller에 의해 "Tesile-Integrity(약칭 Tensegrity)"라 명명되었고, 압축재의 수를 감소시키고 인장재를 케이블로 대체시켜 구조시스템의 경영화와 합리화를 위해 적극적으로 시도되었던 구조이다.<sup>(1)</sup>

그 후 A. Pugh에 의해, 해석 및 실험을 행하지 않고, 다양한 Tensegrity모델의 모형에 의해 시공의 단순화를 위한 방안이 제시되었고,<sup>(2)</sup> A. Motro에 의해서는 Simplex로 구성된 Tensegrity 구조모델의 역학적성질을 조사하여 Tensegrity구조에 따른 평판형 또는 셸형을 이루는 지붕프레임이 제안되었다.<sup>(4),(5)</sup> D. G. Emmerich<sup>(3)</sup> 과 O. Vilnay<sup>(6)</sup>에 의해 Tensegrity 구조물의 부류인 장력안정형구조에 대해서 제안이 되었으며, F. Otto 그룹에 의해 Tensegrity구조의 장력안정구조에 관해 연구되어 왔다.

D.H. Geiger에 의해서는, 공기막구조가 갖는 각종 문제점, 상승하는 비용, 적설, 단열재등의 문제를 해결할 수 있고, 압축재의 수를 줄일 수 있는 장력안정 구조시스템의 일종인 케이블 돔구조가 제안되어,<sup>(8)</sup> 서울올림픽 체조경기장과 미국의 조지아 돔 등과 같은 실제 구조물에 성공적으로 적용되었다. 이 케이블 돔구조는 압축재로 포스트재와 경계의 압축빔으로 구성되어 있으며, 구조물 전체의 관점에서는 하나의 자기평형상태(self-equilibrium condition)를 만족하는 형태

\*\*\*성균관대학교 교수, \*\*인하대학교 교수, \*안동공업전문대 교수

저항형 구조이다.

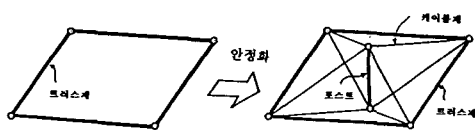
그러나 이 구조는 돔과 같은 닫힌형상(閉形狀)의 구조에는 유리한 구조시스템이지만, 볼트(vault)와 같은 열린형상(開形狀)에는 적용상 문제가 있다. 이 문제를 해결하는 방안으로서 <안정화된 단위구조>를 조립하여 구성된 張力安定트러스 구조시스템을 적용하는 것이다.<sup>(14),(15)</sup>

본 논문에서는 위에서 언급한 장력안정트러스의 기본이 되는 단위구조의 안정화를 위하여, 단위구조 형상결정에 가장 지배적인 매개변수의 범위를 설정하는 방법과 그 매개변수들의 관련성을 밝히는 것을 그 목적으로 한다.

## 2. 단위모델의 자기평형 축력모드 산출식

안정화된 장력안정트러스구조를 구성하는 <단위구조>는 그림 2.1과 같이 4개의 트러스재를 회전자유인 접합부에서 연결한 불안정구조물에 포스트와 케이블재를 이용한 자기평형장력을 도입하여 안정화된 것이다.

그림 2.2와 같은 단위구조모델에서, 기본단위구조의 각 절점에 관한 자기평형 축력모드의 기초 방정식은 식(2.2)와 같다. 절점 i와 절점 j를 연결한 부재의 길이는 식 (2.1)과 같다.



(a) 불안정 트러스 (b) 단위구조  
그림 2.1 단위구조

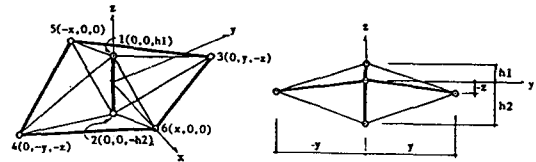


그림 2.2 기본단위구조 모델

$$\begin{aligned}
 l_{35} = l_{36} = l_{45} = l_{46} &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} && \equiv L_1 \\
 l_{13} = l_{14} &= \sqrt{y^2 + (z + h_1)^2} && \equiv L_2 \\
 l_{23} = l_{24} &= \sqrt{y^2 + (h_2 - z)^2} && \equiv L_3 \\
 l_{15} = l_{16} &= \sqrt{x^2 + h_1^2} && \equiv L_4 \\
 l_{25} = l_{26} &= \sqrt{x^2 + h_2^2} && \equiv L_5 \\
 l_{12} &= h_1 + h_2 && \equiv L_6
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

z의 길이를  $h_0$ 라 두면, 각 절점에서 경계조건을 고려하지 않은 힘의 평형식은 다음과 같다.

절점 1에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -h_1 - h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{13}}{l_{13}} + \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ -h_0 - h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{14}}{l_{14}} + \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ -h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{15}}{l_{15}} + \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{16}}{l_{16}} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -h_1 - h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} = 0$$

절점 2에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ h_2 - h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{23}}{l_{23}} + \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ h_2 - h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{24}}{l_{24}} + \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{25}}{l_{25}} + \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{26}}{l_{26}} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 + h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} = 0$$

절점 3에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{35}}{l_{35}} + \begin{pmatrix} x \\ -y \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{36}}{l_{36}} + \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ h_0 + h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{13}}{l_{13}} + \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ h_0 - h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{23}}{l_{23}} = 0$$

절점 4에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{45}}{l_{45}} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{46}}{l_{46}} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ h_0 + h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{14}}{l_{14}} + \begin{pmatrix} 10 \\ y \\ h_0 - h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{24}}{l_{24}} = 0 \quad (2.2)$$

절점 5에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{35}}{l_{35}} + \begin{pmatrix} x \\ -y \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{45}}{l_{45}} + \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{15}}{l_{15}} + \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{25}}{l_{25}} = 0$$

절점 6에서의 평형식 :

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{36}}{l_{36}} + \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{46}}{l_{46}} + \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{16}}{l_{16}} + \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ -h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{26}}{l_{26}} = 0$$

식 (2.1), 식 (2.2)의 방정식의 해를 구하고, 그 결과에 식(2.1)를 대입하면 다음과 같은 자기 평형 축력모드관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_{35} : N_{13} : N_{23} : N_{15} : N_{25} : N_{12} = \\ -(h_1+h_2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} : 2h_2\sqrt{y^2 + (z+h_1)^2} : 2h_1\sqrt{y^2 + (h_2-z)^2} : \\ 2(h_2-z)\sqrt{x^2+h_1^2} : 2(z+h_1)\sqrt{x^2 + h_2^2} : -4\{z(h_2-h_1)+2h_1h_2\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

### 3. 해석결과

#### 3.1 서

높이(H)가 1m, 1.5m, 2m, 2.5m의 각각의 경우에 대해, 매개변수( $\alpha$ ,  $\theta$ , X/Y의 비)에 따른 자기평형 축력모드의 결과를 구한다. 해석모델 좌표는 그림 3.1과 같이,  $x = 150$  cm,  $y = 260$  cm,  $z = 27.5$  cm,  $L = 301.4$  cm,  $\theta = 6.037^\circ$ ,  $\phi = 59.68^\circ$ 이다.

여기에서, 파라메타  $\alpha$ 는 포스트의 중간점이 절점5와 6의 위치에서 z방향으로 임의의 거리만큼 떨어져 있는 위치를 나타낸다.  $N_{ij}$ 이라함은 절점번호 i와 j를 연결하는 부재의 자기평형 축력모드를 나타낸다.  $\theta$ 는 y축과 1-3부재에 의해 이루어지는 각이고,  $\phi$ 는 4-5부재와 4-6부재 또는 3-5부재와 3-6부재에 의해 이루어지는 각이다.

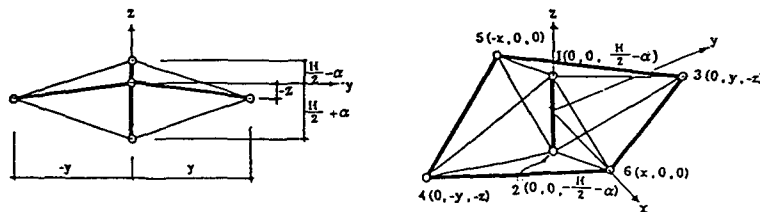


그림 3.1 해석모델

### 3.2 $\alpha$ 와 자기평형 축력모드의 관계

그림 3.1의 해석모델과 동일한 기하학적 조건에서, 높이(H)가 1m, 1.5m, 2m, 2.5m의 경우에  $\alpha$ 에 따른 자기평형 축력모드의 결과는 그림 3.2와 같다.

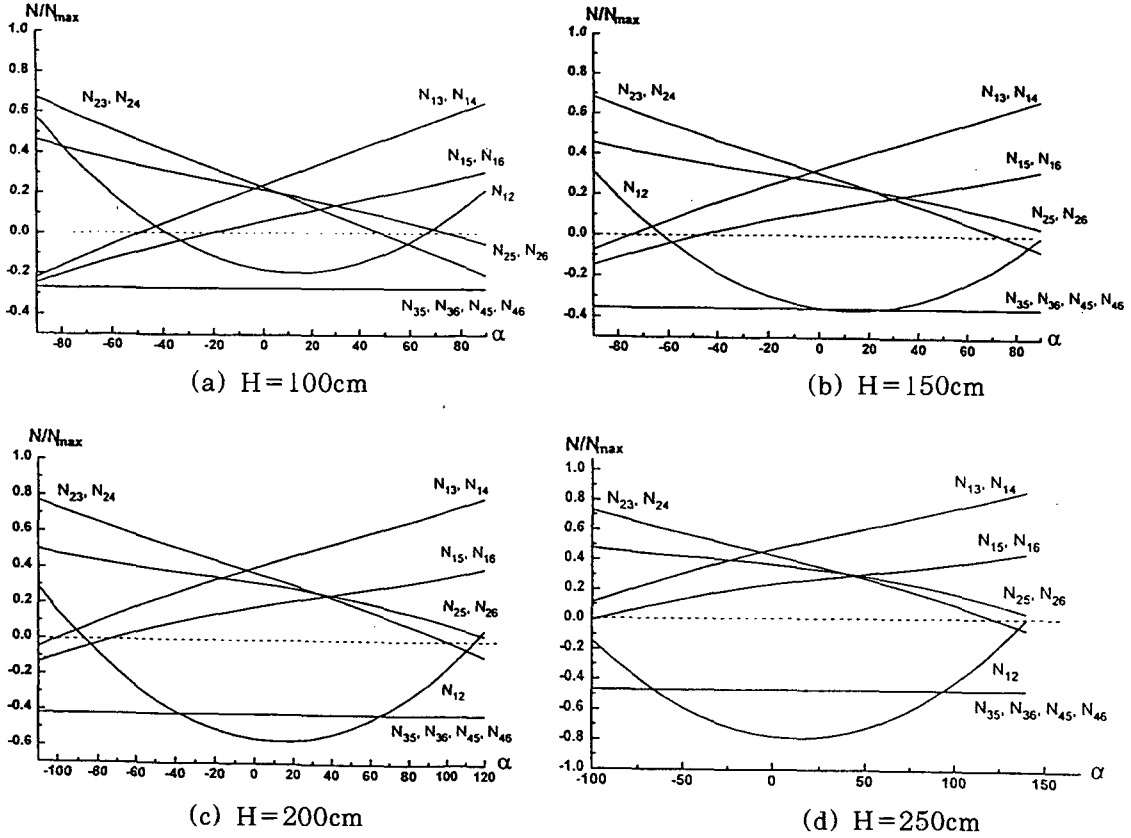
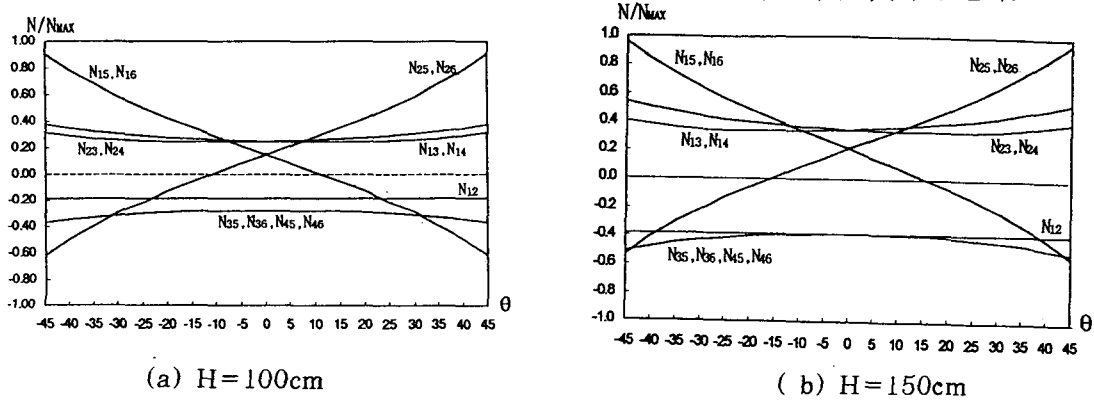
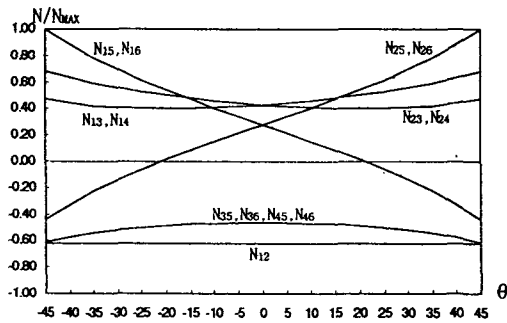


그림 3.2 매개변수( $\alpha$ )에 따른 자기평형 축력모드

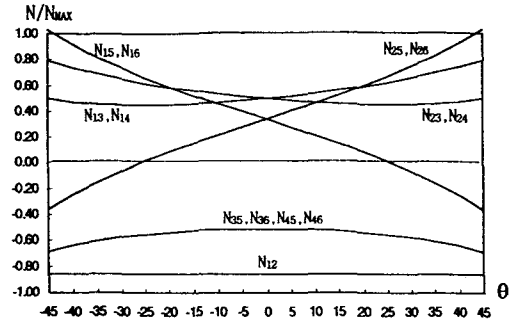
### 3.3 $\theta$ 와 자기평형 축력모드의 관계

3.1절의 해석모델에서, 안정화된 범위에 존재하는 임의의  $\alpha$  값을 택하고,  $z=0$ 인 값을 취하면, 변수  $\theta$ 와 높이 H에 따른 자기평형모드의 결과는 그림 3.3 (a), (b), (c), (d)와 같다.





(c) H=200cm

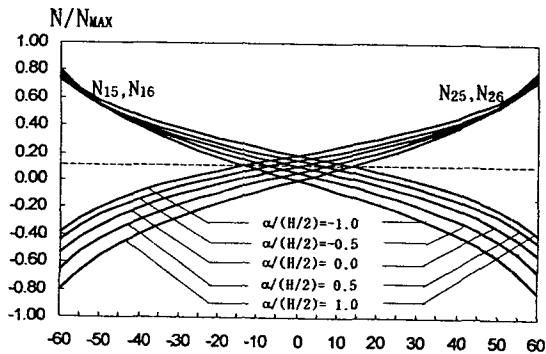


(d) H=250cm

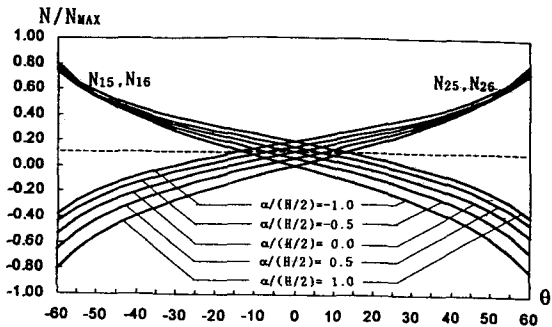
그림 3.3 매개변수( $\theta$ , H)에 따른 자기평형 축력모드

### 3.4 $\alpha$ 와 $\theta$ 에 따른 자기평형 축력모드의 영향

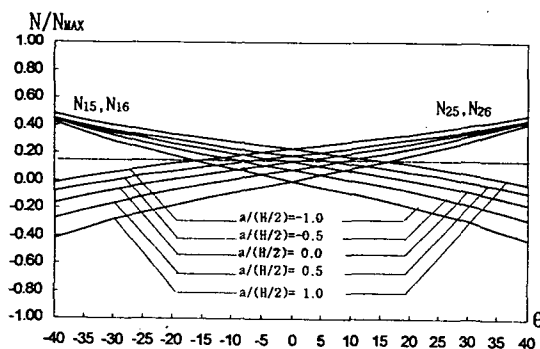
단위모델에서  $\alpha$ 의 위치가 변화시,  $\theta$ 에 따른 자기평형 축력모드의 영향을 조사한다. 참고문헌 8에 의해,  $\theta$ 에 따른 단위모델의 안정화는 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-5부재 및 2-6부재의 축력곡선에 의해 지배되고 있음을 알 수 있다. 따라서 본절에서는 그림 3.1의 해석모델 좌표에서,  $\theta$ 의 변화에 따른 1-5부재 및 1-6부재와 2-5부재 및 2-6부재의 축력모드를 파라메타  $\alpha$ 의 위치에 따라 구하고, 그 결과를 그림 3.4와 같이 도시한다.



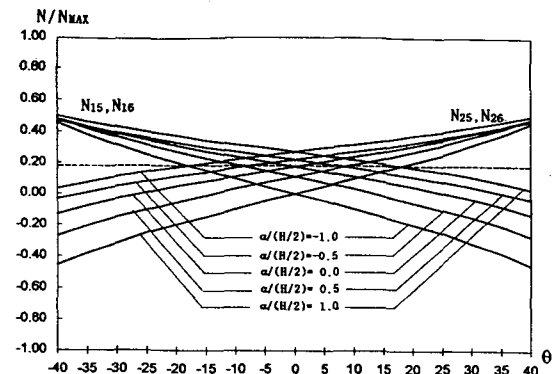
(a) H=100cm



(b) H=150cm



(c) H=200cm



(d) H=250cm

그림 3.4 매개변수( $\theta$ ,  $\alpha$ , H)에 따른 자기평형 축력모드

### 3.5 $\theta$ 와 $H$ 의 관계에 따른 자기평형 축력모드의 결과

3.1절과 동일한 기하학적 조건에서,  $H$ 가 변화시,  $\theta$ 에 따른 자기축력모드의 영향을 파악한다. 단위모델의 안정화 범위를 지배하는 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-5부재 및 2-6부재의 축력모드곡선이었다. 본 절에서는, 포스트의 높이가 변화시에  $\theta$ 에 따른 자기평형 축력모드의 영향을 조사한다.

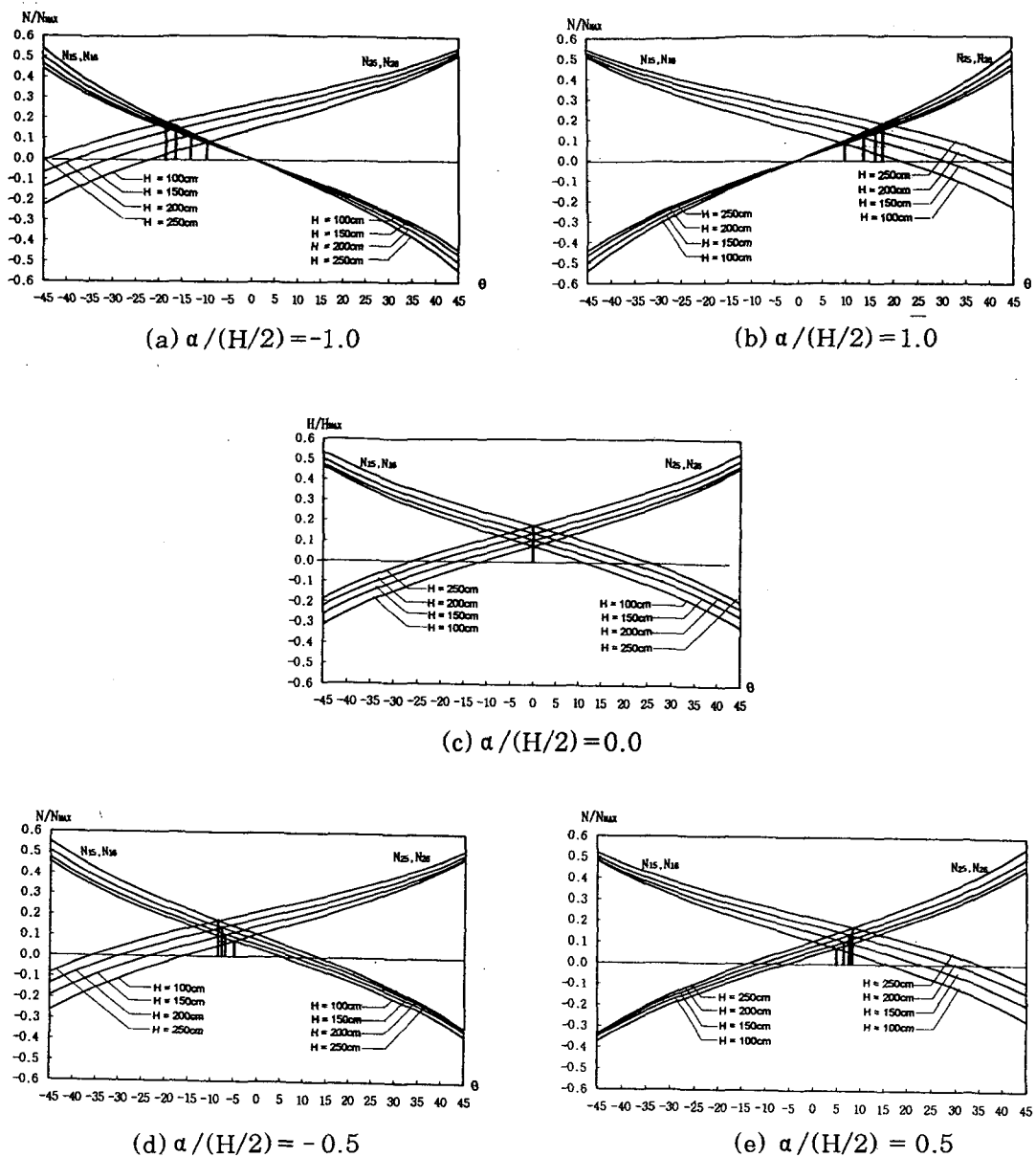
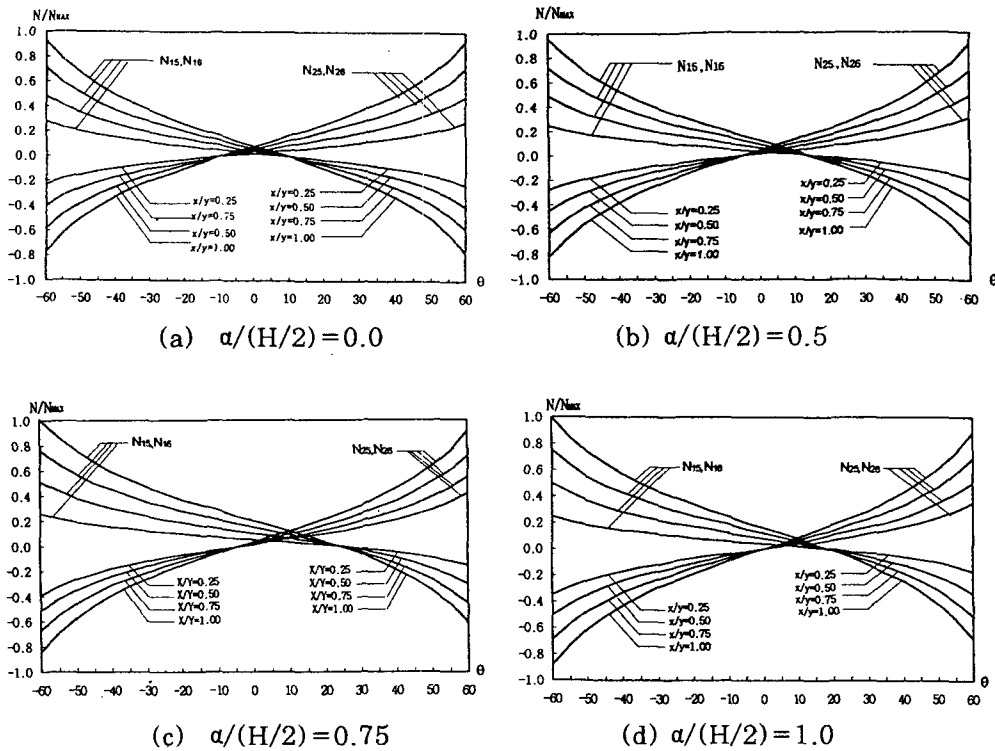


그림 3.5 포스트이 높이( $H$ )와  $\theta$ 에 따른 자기평형 축력모드의 영향

$\alpha/(H/2)$ 의 값이 변화시에,  $x/y$ 의 비와  $\theta$ 의 관계에 따른 자기평형 축력모드의 영향은 그림 3.6에서 보는 바와 같다.



(a)  $\alpha/(H/2) = 0.0$  (b)  $\alpha/(H/2) = 0.5$   
(c)  $\alpha/(H/2) = 0.75$  (d)  $\alpha/(H/2) = 1.0$   
그림 3.6  $\alpha/(H/2)$ 의 변화시, X/Y의 비와  $\theta$ 에 따른 자기평형 축력모드의 영향 ( $H=100\text{cm}$ )

#### 4. 결 론

그림 3.2에서,  $\alpha$ 를 변화시키면 포스트는 단위모델의 중앙에서 연직방향으로 상하이동하게 된다. 단위모델이 장력구조로서 성립하기 위해서는, 장력재에는 인장 축력이 작용하고 압축재에는 압축력이 작용하도록 구성되지 않으면 안되므로, 포스트의 높이에 따라 사용할 수 있는  $\alpha$ 의 범위는 각 그림상에서 1-5, 1-6부재의 축력곡선과 점선의 교차점에서, 2-3과 2-4부재의 축력곡선과 점선의 교차점까지의 구간이고, 또한 포스트의 높이(H)가 클수록  $\alpha$ 의 범위도 넓어짐을 알 수 있다.

그림 3.3에서는, 단위구조의 안정화를 위한  $\theta$ 의 범위가 각 그림상에서 1-5와 1-6부재의 축력모드 곡선과  $N/N_{MAX}=0$ 의 직선과의 교차점에서 2-5와 2-6부재의 축력곡선과  $N/N_{MAX}=0$ 의 직선과의 교차점까지의 구간임을 보여주고 있으며, 또한 포스트의 높이(H)가 클수록  $\theta$ 의 범위도 넓어지고 있음을 알 수 있다.

단위형상결정시,  $\alpha$ 의 결정방법으로서 그림 3.2를 이용할 수 있고,  $\theta$ 의 결정방법으로서는 그림 3.3를 사용할 수 있다. 즉 초기상태에서 가장 적합한 축력배분상태를 선택하고, 그것에 대응하는  $\alpha$ 값 및  $\theta$ 의 값을 채용할 수 있다. 예를 들면 초기상태에서 전체의 장력재가 될 수 있는 대로 이완상태가 되지 않도록 하기 위해, 그림 3.2의 그림에서 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-3부재 및 2-4부재의 축력곡선의 교점에 대응하는  $\alpha$ 의 값을 선택하거나 그림 3.3에서 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-5부재 및 2-6부재의 축력곡선의 교점에 대응하는  $\theta$ 의 값을 선택하는 것이 가장 적절하다.

그림 3.4에서, 높이가 일정한 경우, 평형축력모드의 값은 기하학적 변수에 상관없이 일정함을

보여주고 있으나,  $\theta$ 가  $y$ 축에서 상부로 커질 수록, 즉,  $z$  값이 클수록  $\alpha$  값은 포스트의 중앙에서 하부로 낮아지고 있으며,  $\theta$ 가  $y$ 축에서 하부로 커질 수록, 즉,  $z$  값이 작아질수록  $\alpha$  값은 포스트의 중앙에서 상부로 높아지고 있다..

그림 3.5에서, 포스트의 높이에 따른 결과에 대해 고찰해보면,  $H$ 에 따른 모드값들이  $\alpha/(H/2) = 0.0$  일 때는  $\theta=0$ 에서 수직으로 상승한다.  $\alpha/(H/2)$ 가 0보다 크면,  $\theta > 0$ 의 범위에서 우측상향으로 증가하고,  $\alpha/(H/2)$ 가 0보다 작을수록  $\theta < 0$ 의 범위에서 좌측상향으로 증가하는 경향이 있다. 즉  $\alpha/(H/2)$ 가 증가할 수록  $\theta$ 는 0보다 커져가며,  $\alpha/(H/2)$ 가 감소할 수록  $\theta$ 는 0보다 작아지는 성질이 있음을 알 수 있겠다. 또한  $x/y$ 의 비와  $\theta$ 의 관계에서도  $\alpha/(H/2)$ 가 증가하면 안정화 범위에서의 최적값인  $\theta$ 가 증가하며  $x/y$ 의 비에 따라 축력모드 곡선의 기울기도 증가한다. 또한 그림 3.6에서, 포스트의 높이가 같고  $x/y$ 의 값이 일정한 경우에 안정화범위의 최적치에 대한 자기평형 축력모드는  $\alpha/(H/2)$ 의 변화에 영향을 받지 않고 일정한 값을 보여 주고 있다.

이상의 결과에서, 단위모델의 안정화는 기하학적 매개변수에 의해 매우 민감한 반응을 보여주고 있음을 알 수 있으므로, 여러가지의 기하학적 매개변수에 따른 자기평형 축력모드에 대해서 다양한 모델형태에 따라 미리 분류하면, 안정화된 단위구조를 실제 구조물에 적용시 매우 효과하게 사용할 수 있다고 사료된다.

또한, 실제구조물에 적용시, 현장시공오차에 따른 기하학적 형상이 변형에 따른 민감한 반응이 예상되므로 그에 따른 문제점 해결방안 및 정밀시공에 관한 방안이 요구된다고 사료된다.

#### 참고문헌

1. Fuller, R. B. and Marks, R., "The Dymaxion World of Buckminster Fuller," Doubleday Anchor Press, 1970.
2. Pugh, A., *An Introduction to Tensegrity*, University of California Press, 1976
3. Emmerich, D. G., "Exercices de Geometrie Constructive Travaux d'etudiants," Ecole Nationale Supérieure des Beaux Arts, Paris, Architectures, pp. 744-749, 1984
4. Motro, A., "Forms and Forces in Tensegrity Systems", Proc. of 3rd International Conference on Space Structures, pp. 283-288, 1984
5. Motro, A., "Tensegrity Systems-Latest Developments and Perspectives", Proc. of IASS, Madrid, 1989
6. Vilnay, O., "Structures Made of Infinite Regular Tensegric Nets," IASS Bulletin No. 63, Vol. XV III, pp. 51-57, Apr., 1977
7. Frei Otto, *Tensile Structure*, the MIT press, 1979.
8. Geiger, D. H. and Stefaniuk A., Chen D., "The Design and Construction of Two Cable Domes for the Korean Olympics," Proc. of IASS Symposium, Osaka, Vol.2, pp. 265 - 272, 1986
9. SAITOH, M., "HYBRID FORM-RESISTANT STRUCTURES," Proc. of IASS Symposium, Osaka, Vol.2, pp.257-272, 1986
10. Geiger, D. H., *Membrane Structures*, Encyclopedia of Architecture, Design, Engineering, and Construction Vol.3, John Wiley & Sons, Inc., 1989
11. HANAOR, A., "Developments in tensegrity system an overview," space structure4, Thomas Telford, London, 1993
12. NESTOROVIC, M., "Analysis of the properties of integrity tensioned tensegrity domes," space structure4, Thomas Telford, London, 1993
13. CHEN, PEI SHAN, MASARU ABE and KAWAGUHI, M., "Shape of tensegrity frames with an optimum rigidity," space structure4, Thomas Telford, London, 1993
14. 권태진, 한성울, 김충한, 최옥훈, "장력안정트러스 구조물의 안정화 기법에 관한 연구", 한국전산구조공학회 학술 발표회 논문집, 제9권 제2집, 1996.
15. 서일교, 최옥훈, Hybrid 케이블 구조물의 해석 및 설계에 관한 연구, 제15회 한국전산구조공학회 강습회, 1997