

미지의 입력자료를 이용한 요소수준의 구조물 손상도 추정기법 Element Level System Identification Method without Input Data

조효남* 최영민** 문창***
Cho, Hyo Nam Choi, Young Min Moon, Chang

ABSTRACT

Most civil engineering structures, such as highway bridges, towers, power plants and offshore structures suffer structural damages over their service lives caused by adverse loading such as heavy transportation loads, machine vibrations, earthquakes, wind and wave forces. Especially, if excessive load would be acted on the structure, general or partial stiffness should be degraded suddenly and service lives should be shortened eventually. For realistic damage assessment of these civil structures, System Identification method using only structure dynamic response data with unknown input excitation is required and thus becoming more challenging problem.

In this paper, an improved Iterative Least Squares method is proposed, which seems to be very efficient and robust method, because only the dynamic response data such as acceleration, velocity and displacement is used without input data, and no information on the modal properties is required. The efficiency and robustness of the proposed method is proved by numerical problems and real single span beam model test.

1. 서론

장대교량, 발전소 및 해안구조물과 같은 대부분의 토목구조물은 과재 하중, 지진, 풍력 및 파력과 같은 외력 및 주변 자연환경때문에 공용 기간중에 열화손상된다. 최근 열화손상된 구조물이 급속히 증가함에 따라 토목구조물에 대한 안전도평가 및 보수/보강에 대한 관심이 고조되고 있다.

기존 구조물의 안전도평가지 건설 초기의 구조계산서나 도면과 같은 자료가 이용되기는 하지만 이러한 자료는 시간에 따른 열화손상정도를 제대로 반영하지 못하기 때문에 안전도평가 결과의 신뢰성이 저하된다. 즉, 안전도평가지 시간에 따른 구조물의 손상이나 성능저하를 정확히 추정하여 사용한다면 평가 결과의 신뢰성을 더욱 높일 수 있다.

본 논문에서는 이론적인 구조물의 손상도 추정기법을 교량과 같은 실제 토목구조물에 적용시 적용성이 큰 토목구조물의 특성상 구조물의 동적응답을 얻기위한 입력가진 함수의 정확한 측정이 어렵기 때문에 실제적인 적용이 어렵다는 문제점을 해결하기 위해 초보적인 단계이지만 미지의 입력자료를 이용한 손상도 추정기법에 대해 연구하였다.

* 한양대학교 토목환경공학과 교수

** 한양대학교 토목공학과 박사수료

*** 한양대학교 토목공학과 석사과정

즉, 토목구조물과 같이 여유성이 크고 거대한 구조물에 손상을 입히지 않는 범위내에서 적절한 동적응답을 얻을 수 있을 만큼 구조물을 가진시킨다는 것은 많은 난점을 가지고 있으며 구조물에 가해지는 인위적인 입력치나 지진, 돌풍과 같은 실제 진동을 정확히 측정한다는 것은 거의 불가능하므로 이러한 입력치를 배제한 손상도 추정기법을 제시하고자 한다.

따라서 본 논문의 주된 목적은 첫째, 입력 가진치에 대한 측정치를 배제한 채 모든 동적 자유도에 대한 응답치만을 측정하여 부재요소의 강성과 감쇄계수를 추정할 수 있는 유용한 선형 SI기법을 개발하는데 있다. 둘째, 제안된 방법을 수치적 모형과 실험적 모형에 적용함으로써 결과의 정확도와 제안된 방법의 효율성을 증명하고 실구조물에 대한 적용여부를 고찰하여 보고자 한다.

2. Time - Domain SI 기법

SI 기법은 그림 2.1에서 보는 바와 같이 크게 주파수영역(Frequency-Domain) 측면과 시간영역(Time-Domain) 측면으로 나눌 수 있다. 그러나 전자의 경우 구조요소의 개별적인 거동을 평가할 수 없으므로 매우 여유성이 큰 토목구조물인 경우 손상이 심한 구조부재조차도 추정이 불가능하다. 그리고 국부 손상은 모우드 특성에 영향을 주지 않으므로 추정이 불가능하다는 단점을 가지고 있다. 그러므로 본 연구에서는 부재요소 수준에서 구조물의 손상도를 추정할 수 있는 시간영역 측면의 SI기법을 이용했다.

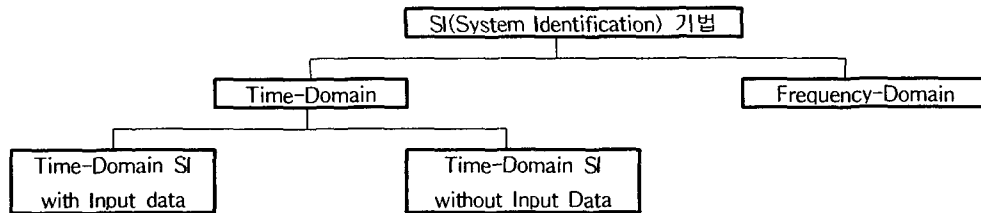


그림 2.1 SI 기법의 분류

기지의 입력자료를 필요로 하는 시간영역 기법으로는 회귀최소자승 알고리즘(Recursive least-squares algorithm), 최소자승계급법(Least-Squares method), Instrument Variable 기법, Maximum Likelihood 기법, Kalman filter 기법, 확장 Kalman filter 기법 및 부구조해석법을 이용한 EKF -WGI(extended Kalman Filter with a weighted global iteration) 알고리즘^[7] 등이 있다. 이러한 방법들은 구조물 손상도 추정에 대한 타당성 여부가 이미 많은 연구와 실험에 의해 검증된 바 있으며 대표적인 방법들에 대한 조사결과를 정리하면 표 2.1과 같다.

표 2.1 기지의 입력자료를 이용한 SI기법의 비교

추정 기법	수치적 수렴성	현장 적용여부	결과의 신빙성
Maximum Likelihood	때때로	낮음	좋음
Extended Kalman filter	때때로	낮음	좋음
Recursive Least Squares	항상	높음	중간
Recursive Least Squares with exp. window	항상	높음	좋음
Recursive Instrumental variables	항상	높음	중간
Recursive Instrumental Variables with Filter	때때로	높음	중간

그러나 이와 같은 기법은 앞에서 지적했듯이 구조물에 손상을 주지 않는 범위내에서 구조물 전체를 충분히 가진(加振)시키기가 어려울뿐만 아니라 토목구조물에서 실질적으로 중요한 진동을 일으키는 정확한 입력치를 측정하기는 불가능하다는 단점 때문에 실제 구조물 적용시에는 많은 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하여 입력자료를 배제한 채 구조물의 동적거동만을 측정하여 구조물의 손상도를 추정할 수 있는 SI기법을 개발하여야만 토목구조물에 실제적으로 적용할 수 있는 효율적인 방법이라 할 수 있다.

현재까지 연구된 바로는 미지의 입력자료를 이용한 기법으로 주행하중을 이용한 KF-WGI 알고리즘, 퓨리에 해석, Adaptive Filtering 기법, Free-Decay Curve 해석법, Stochastic 접근기법 및 Random Decrement 기법^[2]과 같은 방법이 연구되어 왔으나 이들 방법 또한 자유감쇄진동을 일으킬 수 있도록 입력하중을 충격력이나 랜덤과 또는 특별한 하중 재하경우로 제한하고 있거나 응답치의 형태를 제한하는 단점을 포함하고 있다. 각각의 기법에 대하여 입력자료와 응답자료에 대한 제한조건, 모드 특성 및 추정 가능한 구조계수 항목에 대해서 정리 비교하면 표 2.2와 같다.

그러므로 실구조물에 적용할 수 있는 효율적인 구조물 손상도 추정기법을 개발하기 위해서는 동적응답자료만을 이용하여 구조계의 구조계수를 추정할 수 있어야 한다.

표 2.2 미지의 입력자료를 이용한 SI 기법의 비교

방법	입력자료에 대한 제한사항 여부	출력자료에 대한 제한사항 여부	모우드 특성 필요 여부	추정 가능한 구조변수		
				M	C	K
KF-WGI with running load	있음	없음	필요함	불가	불가	가능
Stochastic Adaptive	없음	없음	필요함	불가	불가	불가
Free-Decay Curve Analysis	있음	있음	.	가능	가능	.
Stochastic Approach	있음	있음	필요하지 않음	가능	가능	불가
Random Decrement	있음	있음	필요함	가능	가능	불가
제안된 방법	없음	없음	필요하지 않음	가능	가능	가능

3. 개선된 반복최소자승제곱법을 이용한 SI기법

3.1 최소자승제곱법을 이용한 구조계수 추정^[2]

일반적으로 선형 구조계의 동적거동에 대한 지배방정식은 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = f(t) \quad (3.1)$$

여기서, M = 질량행렬, C = 감쇄행렬, K = 강성행렬, $\ddot{X}(t)$ = 가속도, $\dot{X}(t)$ = 속도, $X(t)$ = 변위, $f(t)$ = 외부 입력하중.

M을 기지의 질량행렬이라 할 때 식 (3.1)은 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$[C : K] \begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ X(t) \end{bmatrix} = f(t) - M\ddot{X}(t) \quad (3.2)$$

N개의 동적자유도계(Dynamic Degree of Freedom System)에 대해서 식 (3.2)는 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$[A(t)]_{(m \times N) \times L} [P]_{L \times 1} = [F(t)]_{(m \times N) \times 1} \quad (3.3)$$

여기서, $[A(t)]$: 속도, 변위의 응답행렬, $[P]$: 구조계수(강성, 감쇄)행렬, $[F(t)]$: 외부입력하중 및 관성력행렬, m : 시간에 대한 샘플링 횟수, N : 동적자유도계의 개수, L : 구조계수의 개수

$$[F] = [f(t_1) - M\ddot{X}(t_1), f(t_2) - M\ddot{X}(t_2), \dots, f(t_m) - M\ddot{X}(t_m)],$$

$$[A] = [A(t_1), A(t_2), \dots, A(t_m)]^T.$$

수치적인 용이성을 위해서 식 (3.3)을 간략형으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{s=1}^L A_{rs} P_s = F_r, \quad r=1, 2, \dots, m \times N \quad (3.4)$$

최소자승제곱법을 통해서 추정되어야 할 s번째 구조계의 구조계수(P_s)의 추정치를 \hat{P}_s 라고 한다면 \hat{P}_s 는 부재수준에서 구조계수인 강성 및 감쇄치를 나타나게 된다. 그리고 식 (3.4)의 좌변은 $A_{rs} \hat{P}_s$ 라 나타낼 수 있다.

추정해야 할 L개의 구조계수에 대해서, 구조계수에 대한 전체오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E = \sum_{r=1}^{m \times N} (F_r - \sum_{s=1}^L A_{rs} \hat{P}_s)^2 \quad (3.5)$$

전체오차를 줄이기 위해서 각각의 구조계수에 대해서 미분한 값은 '0'이 되어야 한다.

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{P}_q} = \sum_{r=1}^{m \times N} (F_r - \sum_{s=1}^L A_{rs} \hat{P}_s)^2 A_{rq} = 0 \quad q=1, 2, \dots, L \quad (3.6)$$

식 (3.6)을 만족하는 구조계수 추정치 [\hat{P}]은 다음식을 이용해서 구할 수 있다.

$$[\hat{P}]_{L \times 1} = ([A]_{L \times (M \times N)}^T [A]_{(M \times N) \times L})^{-1} [A]_{L \times (M \times N)}^T [F]_{(m \times N) \times 1}^T \quad (3.7)$$

그러나 실질적으로 구조계의 동적응답을 나타내는 [A]에 계측기의 오차 및 수치치리에 따른 오차가 포함되어 있는 경우에는 수치적인 정확도가 떨어지게 되며 경우에 따라서 식 (3.7)을 이용하여 구조계수를 추정한다는 것은 불가능하게 된다.

3.2 Backward Decomposition기법^[1]을 이용한 구조계수 추정

동적응답 측정시 오차가 추가되거나 데이터 처리에 있어서 수치적인 오류로 인하여 응답행렬 [A]가 이상적인 상태가 아닌 경우에는 일반적인 최소자승제곱법을 사용하여 구조계수를 추정할 때 수치적인 정확도가 떨어지거나 불가능하다는 문제점을 Backward Decomposition기법^[1]을 이용하여 개선하였다.

우선 식 (3.8)과 같은 변수를 정의한다

$$\bar{X} = [-y, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n] = [-y, H, x_n] = [-y, X] \quad (3.8a)$$

$$\bar{\theta} = [1, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}, \theta_n]^T \quad \bar{\alpha} = [\beta, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, 1]^T = [\beta, \alpha, 1]^T \quad (3.8b)$$

여기서, $y = f - m\ddot{x}$, $x =$ 동적응답치, $\theta =$ 추정할 구조계수(강성, 감쇄비)

식 (3.5)에 식 (3.8a)와 식 (3.8b)에서 정의한 변수를 적용하면 식 (3.9)와 같은 기준식을 정의할 수 있다.

$$J = \min_{\alpha, \beta} \left[\frac{1}{\beta^2} \|x_n - (-Ha + \beta y)\|_2^2 \right] = \frac{1}{\beta^2} (x_n + Ha - \beta y)^T (x_n + Ha - \beta y) \quad (3.9)$$

식 (3.9)는 식 (3.5)와 마찬가지로 계수 추정에 있어서 전체오차를 나타내므로 α 에 대해서 미분하여 '0'을 만족하여야 한다. 즉,

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = 0 \quad (3.10)$$

식 (3.10)을 전개하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$H^T [-y, H] \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = H^T x_n \quad (3.11)$$

마찬가지로 β 에 대해서 J 를 미분한 값이 '0'을 만족하도록 하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$x_n^T[-y, H] \begin{bmatrix} \beta \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = x_n^T x_n \quad (3.12)$$

상기 과정을 통해서 얻어진 식 (3.11)과 식 (3.12)을 조합하면 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{H^T}{x_n} \\ x_n \end{bmatrix} [-y, H] \begin{bmatrix} \beta \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^T \\ x_n \end{bmatrix} x_n \quad (3.13)$$

식 (3.13)을 이용하여 β 와 \mathbf{a} 를 구하고 식 (3.14)에 β 와 \mathbf{a} 를 대입하여 구조계수 추정치를 구한다.

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{a}}{\beta} \\ \frac{1}{\beta} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.3 미지의 입력자료를 이용한 구조계수 추정기법의 제안

3.2절에서 유도된 식은 입력자료와 응답자료를 알고 있을 경우에는 간단히 구조계수를 추정할 수 있다. 그러나 미지의 입력자료를 사용할 경우 직접 추정이 불가능하고 다음과 같이 본 논문에서 제안한 과정을 통해서 추정이 가능하다. Backward Decomposition 기법을 적용한 최소자승제곱법을 이용하여 미지의 입력치를 갖는 구조계의 구조계수를 추정하는 방법으로서 다음과 같은 반복적인 절차를 제안하였다.

- ㉑ 모든 샘플링 시간에 대해 전체 자유도의 속도 및 변위로 구성된 응답행렬 $[A]_{(m \times n) \times L}$ 을 구성한다.
- ㉒ p 개의 샘플링 시간에 대해 전체 자유도에 대한 외부 입력하중 $f_i(t_j)$ 를 구한다. 이때 미지의 입력하중이므로 $f_i(t_j)=0$ 으로 한다. 그리고 $[F]_{(p \times N) \times 1}$ 를 구한다. 여기서 ($i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, p$)
- ㉓ ㉑와 ㉒단계에서 구한 응답행렬 $[A]$ 와 하중, 관성력행렬 $[F]$ 를 \bar{X}, y 로 변환하여 $\beta, \bar{\mathbf{a}}$ 를 구한다.
- ㉔ ㉓단계에서 구한 $\beta, \bar{\mathbf{a}}$ 를 식 (3.14)에 대입하여 구조계수 추정치 $[\hat{P}]$ 을 구한다.
- ㉕ ㉔단계에서 추정된 $[\hat{P}]$ 를 식 (3.1)에 대입하여 전체 샘플링 시간에 대하여 $f_i(t)$ 를 구한다.
- ㉖ ㉕단계에서 계산된 모든 외부하중 $f_i(t)$ 에 대해 외부하중에 대한 기지의 모든 구속조건을 적용하여 $[F]_{(m \times N) \times 1}$ 를 구한다. 이러한 구조조건에 대한 예를 들면, i 번째 자유도에 대한 외부하중이 '0'인 경우는 $f_i(t) = 0$, 기지의 i 번째 자유도와 j 번째 자유도에 대한 외부하중이 같은 경우는 $f_i(t) = f_j(t)$ 이고 미지의 입력값이 지진력인 경우는 $f_i(t) = m_i \dot{x}(t)$ 이다.
- ㉗ ㉖단계에서 구한 $[F]_{(m \times N) \times 1}$ 와 ㉑단계에서 구한 $[A]_{(m \times n) \times L}$ 를 ㉓와 ㉔단계를 반복하여 구조계수를 재추정한다.
- ㉘ ㉗단계에서 추정된 $[\hat{P}]$ 를 이용하여 ㉒와 ㉓단계를 반복한다.
- ㉙ 처음 p 개의 샘플링 시간에 대해 추정된 $[\hat{P}]$ 가 일정한 정도(精度)를 가지고 수렴할 때까지 ㉓에서 ㉘까지의 과정을 반복한다. 이러한 반복 과정을 통해서 구조계수 $[\hat{P}]$ 을 추정한다. 상기 과정을 흐름도로 나타내면 그림 3.1와 같다.

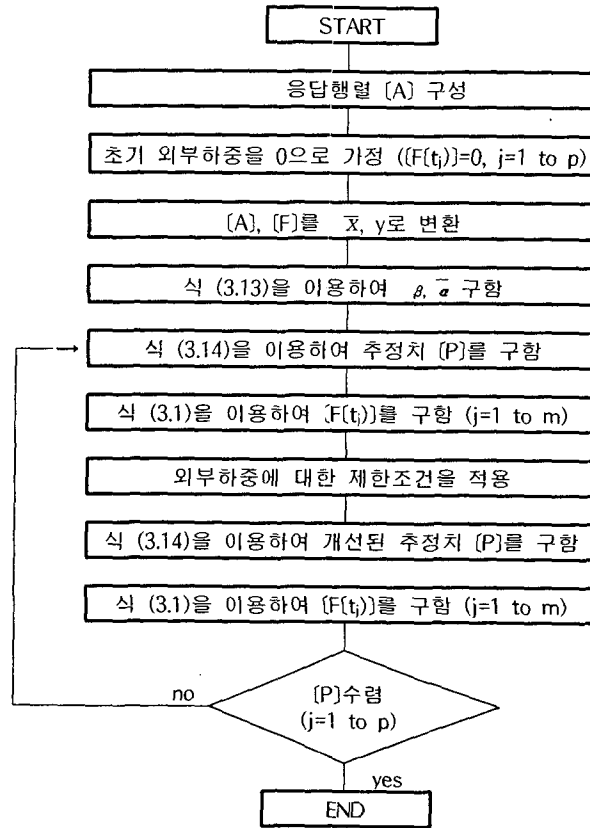


그림 3.1 제안된 SI기법의 흐름도

4. 적용예제

본 연구에서 제안된 방법을 수치모형에 적용하여 결과에 대한 신뢰도를 확인해 본 후 실제실험을 수행하였다.

4.1 수치모형의 구조계수 추정

우선 2DDOF를 갖는 2층 전단빌딩(shear building)모형에 대해서 제안된 방법을 적용하였으며 모형은 그림 4.1에 제시하였다. 이때 수치적 모형의 실제 구조계수는 다음과 같다.

$$m_1 = 13.6 \text{ kg sec}^2/m, \quad m_2 = 6.6 \text{ kg sec}^2/m,$$

$$c_1 = 307 \text{ kg sec}/m, \quad c_2 = 443 \text{ kg sec}/m,$$

$$k_1 = 30,700 \text{ kg}/m, \quad k_2 = 44,300 \text{ kg}/m, \quad F(t) = 10,000 \sin(20t)$$

실험방법은 구조계에 외부하중 $F(t)$ 가 주기적으로 작용할 때 샘플링 시간간격(Δt)을 0.1(sec)로 하여 총 50개의 샘플링 시간에 대하여 가속도, 속도 및 변위를 측정하였다. 그리고 구조계에 작용하는 외부하중 $F(t)$ 를 미지의 입력값으로 가정하고, 측정된 50개의 구조계의 동적응답치를 10개씩 5쌍으로 나누었다. 각각의 경우에 대하여 처음 2회의 시간에 대해 작용한 외부하중은 '0'으로 가정하고 제안된 방법을 적용하여 강성 및 감쇄비를 추정하였고 실제 작용한 외부하중 $F(t)$ 를 추정하여 실제 구조계수 및 외부하중 $F(t)$ 와 비교검토 하였다.

이외에 실제측시 발생하는 노이즈를 고려하기 위해서 동적응답치의 RMS(Root - Mean -

Square)의 1%와 5%의 값을 노이즈로 추가시킨 경우에 대해서도 마찬가지로 제안된 방법을 적용하여 구조변수 및 외부하중 $F(t)$ 를 추정하였다.

모형실험에 대한 결과를 표 4.1에 나타내었다.

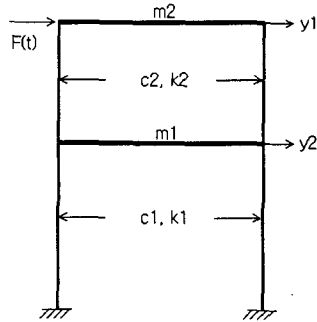


그림 4.1 2층 전단빌딩 모형

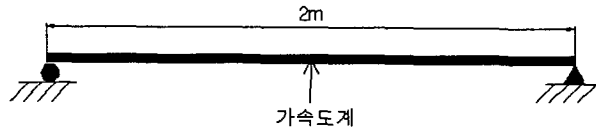


그림 4.2 1경간 단순보

표 4.1 수치모형의 구조계수 추정결과

	강성 (k)		감쇄비 (c)	
	k1 = 30700	k2=44300	c1=307	c2=443
No noise	30706.05	44317.79	309.219	445.316
(% error)	(0.02)	(0.04)	(0.72)	(0.52)
1% noise	30767.31	44467.90	312.319	452.134
(% error)	(0.22)	(0.38)	(1.73)	(2.06)
5% noise	31267.50	45061.31	318.065	455.605
(% error)	(1.85)	(1.72)	(3.60)	(2.85)

표 4.1에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제안한 방법은 수치모형 실험에 있어서 비교적 정확히 강성 및 감쇄비와 같은 구조계수를 추정하므로 Tj 만족할 만한 결과를 나타내고 있다.

4.2 실제모형의 구조계수 추정

본 연구를 통해 제안된 방법을 실구조물에 적용하기에 앞서 실험실내에서 단순화된 1경간 단순보에 대해서 1계 자유도를 갖는 구조물로 모델링하여 실험을 수행하였다.

실험에 사용된 재료는 철재 보로서 구조계수는 다음과 같으며 그림 4.2에 나타내었다.

$$m = 4.8 \text{ kg sec}^2/m, \quad c = 0.350 \text{ kg sec/cm} \text{ 이고 } k = 290.33 \text{ kg/cm}$$

동적응답치는 충격해머(impact hammer)를 이용하여 미지의 충격력을 가하여 동적응답치를 측정하였다. 그리고 충격력은 1차 실험에서 3차 실험까지 충격의 세기를 점차로 감소시키며 3번의 반복실험을 행하였으며 샘플링 시간간격(Δt)을 0.01(sec)로 하여 각각 500개의 가속도를 측정하였다. 측정된 가속도는 계측기에 의한 오차나 수치처리에 의한 오차를 최소화하기 위해서 측정된 가속도를 FFT분석 후 푸리에 변환의 성질을 이용하여 주파수 영역에서 속도 및 변위를 구하였다. 그리고 속도 및 변위를 역변환하여 시간영역 디지털데이터로 변환하여 실제 속도 및 변위를 구하였다.^[8]

측정된 응답데이터를 최근 제안된 미지의 입력치를 이용한 반복최소자승제곱 SI기법과 본 논문에서 제안한 Backward Decomposition기법을 적용하여 개선시킨 반복최소자승제곱 SI기법을 각각 적용하여 구조계수(강성 및 감쇄비)를 추정하였으며 각각의 결과를 비교 검토하여 표 4.2에 나타내었다.

표 4.2 1경간 단순보에 대한 구조계수 추정결과

	강성 (k = 290.33)		감쇄비 (c = 0.350)	
	기존의 반복최소자승제곱법	Decomposition기법의 반복최소자승제곱법	기존의 반복최소자승제곱법	Decomposition기법의 반복최소자승제곱법
1차 실험 (% error)	315.748 (8.75)	299.748 (3.24)	0.417 (19.14)	0.358 (2.28)
2차 실험 (% error)	336.579 (15.92)	313.628 (8.2)	0.449 (28.28)	0.372 (6.29)
3차 실험 (% error)	372.499 (28.30)	327.363 (12.75)	0.520 (48.5)	0.392 (12.0)

실제모형을 통한 실험에서는 기존의 반복최소자승제곱법을 사용하였을 경우에는 응답치에 포함되어 있는 기계적 오차나 수치처리상의 오차에 따라 추정정도(精度)의 변화가 상당히 크거나 구조계수의 추정이 불가능한 반면 제안된 방법은 비교적 정확히 구조계수를 추정할 수 있었다.

5. 결론

Time - Domain 측면에서 Backward Decomposition기법을 적용하여 미지의 입력자료와 측정된 동적응답치만을 가지고 구조물의 손상도를 추정할 수 있는 반복최소자승제곱을 제안하였다. 제안된 방법을 수치모형과 실제모형에 대해서 적용하여 본 결과, 최근 제안된 반복최소자승제곱법^[2]에 비해 결과의 신뢰도가 높으며 효율적임을 알 수 있었다. 본 논문에서 제안한 방법이 수치모형과 실제 단순화된 실험에 있어서 비교적 만족할 만한 결과를 나타내고 있으므로 다자유도계에 대한 실험 및 실제 구조물의 손상도 추정에 대해 연구가 진행중이다.

6. 참고문헌

1. Steve S. Niu, Lennart Ljung, and Ake Bjorek, "Decomposition Methods for Solving Least - Squares Parameter Estimation," IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 44, No. 11, pp. 2847~2851, November 1996.
2. Duan Wang, "Element Level Time Domain System Identification Techniques with Unknown Input Information," Ph.D Dissertation, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics University of Arizona, 1995.
3. 이 형진, "대형구조물의 손상도 평가를 위한 부분구조 추정법", 한국과학기술원 박사학위 논문, 1997.
4. Wang, Zhen-ni., and Fang, Tong., "A Time-Domain Method for Identification Modal Parameters," Journal of Applied Mechanics Transaction of ASME, Vol. 53, pp. 28~32, March 1986.
5. Chen, H. L., Spyrakos, C. C., and Venkatesh, G., "Evaluating Structural Deterioration by Dynamic Response," Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 8, pp. 1197~1204, August, 1995.
6. Ibrahim, S.R., "Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures," ASME 18th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, March, 1977.
7. Roger Ghanem and Masanobu Shinozuka, "Structural-System Identification. I:Theory," Journal of Eng. Mech., ASCE, Vol.121, No.2, pp. 255~264, February, 1995
8. 이 선구, 이 성우, "교량의 동적 특성 분석을 위한 가속도 데이터 해석", 한국전산구조공학회 가을 학술발표회 논문집, 제8권 제2집, pp. 111~121, 1995.