

T-S 퍼지 모델과 GA를 이용한 강인한 비선형 제어기의 설계에 관한 연구

A Study on the Robust Nonlinear Controller Design Using T-S Fuzzy Model And GA

강 형진*, 권 철*, 이양희*, 박 민용*

* 연세대학교 전자공학과

Abstract

In this paper, we propose a new fitness function of GA for slowly time-varying plant. Previous Takagi-Sugeno model based controller is used as basic control scheme and Controller parameters are tuned by GA with the proposed fitness function. The proposed fitness function includes the information of model parameter variation and has better performance robustness than the previous ones. We illustrate the effectiveness of the proposed fitness function by simple simulation example.

I. 서론

대부분의 실제적인 제어 대상들은 시간이 지남에 따라 점차 그 특성이 변화하며 이는 수학적으로 모델의 파라미터가 slowly time-varying하는 형태로 표현된다. 본 논문은 이와 같이 모델의 파라미터가 slowly time-varying하는 경우에 있어서 Takagi-Sugeno 퍼지 모델과 유전 알고리즘을 이용하여 비선형 제어기를 설계하는 방법에 대하여 다루고 있으며 기본적인 설계 방법은 이전의 연구[1]에 근간을 두고 있다. 이전의 연구에서는 유전 알고리즘의 평가함수가 공칭(nominal) 모델만을 고려하도록 설정되었다. 이 때문에 모델의 파라미터가 변하는 경우에는 상당한 성능 저하가 발생할 가능성이 있었다. 하지만 본 연구에서는 파라미터 변화에 따른 성능 저하를 최소화할 수 있는 유전 알고리즘의 평가 함수를 제시하고 있다. 따라서 이전의 연구에 비해 파라미터 변화에 대한 개선된 성능 강인성을 가지게 된다.

II. 플랜트에 대한 Takagi-Sugeno 퍼지 모델 표현

본 논문에서는 n차 비선형 SISO 시스템을 플랜트로 다루고 있으며 플랜트 모델로는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 사용하고 있다. 본 논문에서 사용된 퍼지 모델은 아래와 같이 IF-THEN 형태 또는 입출력 형태로 표현이 가능하다.

◎ IF-THEN 형태의 표현

i 번째 플랜트 규칙 :

$$\begin{aligned} \text{IF } x \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dot{x} \text{ is } M_{i2} \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)} \text{ is } M_{im} \\ \text{THEN } x^{(n)} = (a_i + \Delta a_i(t))^T \cdot x + (b_i + \Delta b_i(t))u, \\ i=1,2,\dots, \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 이고 M_{ij} 는 퍼지 집합이다. $\Delta a_i(t)$, $\Delta b_i(t)$ 는 제어대상의 slowly time-

-varying하는 특성을 표시하며 다음의 범위를 만족한다고 가정한다.

$$\frac{\Delta a_{ij}}{\Delta b_i} \leq \Delta a_{ij}(t) \leq \frac{\Delta a_{ij}}{\Delta b_i}, \quad \forall i, j$$

◎ 입출력 형태의 표현

$$x^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x}) (\mathbf{a}_i + \Delta \mathbf{a}_i(t))^T \cdot \mathbf{x} + (b_i + \Delta b_i(t)) u}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x})}$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) (\mathbf{a}_i + \Delta \mathbf{a}_i(t))^T \cdot \mathbf{x} + (b_i + \Delta b_i(t)) u \quad (2)$$

여기서 $w_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n M_{ij}(x^{(j-1)})$ 이고

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{w_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x})} \text{ 이다.}$$

III. 제어기 설계

본 논문에서 사용된 제어기는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 이용하여 플랜트가 가지고 있던 본래의 동력학적 특성을 제거한 후 새로운 동력학적 특성을 제공하는 방식을 사용하고 있으며 다음과 같은 제어식으로 표현되어 진다.

$$u = \frac{- \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) \widehat{\mathbf{a}}_i^T \cdot \mathbf{x}}{\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) b_i} \quad (3)$$

식 (3)으로 표현된 제어기는 퍼지 제어기와 간단한 비선형 제어기에 의해 그림 1과 같이 구현된다.

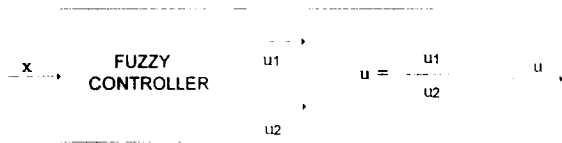


그림 1. 본 논문에서 제안한 제어기의 구조

퍼지 제어기의 i 번째 제어 규칙 :

$$IF \ x \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dot{x} \text{ is } M_{i2} \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)} \text{ is } M_{in}$$

$$THEN \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\widehat{\mathbf{a}}_i - \mathbf{a}_i)^T \cdot \mathbf{x} \\ b_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, r$

식 (4)의 퍼지제어기 파라미터 $\widehat{\mathbf{a}}_i$ 는 퍼지모델의 파라미터 변화 범위를 고려하여 아래와 같은 적합도 함수(fitness function)를 최대화하도록 유전 알고리즘으로부터 설정할 수 있다.

적합도 함수

$$= \frac{1}{\left[\sum_{L=1}^N \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}} w_x x^2(\Delta a_{ij}, \Delta b_i, t) + w_u u^2(\Delta a_{ij}, \Delta b_i, t) dt \right\} \right]}$$

$$\text{여기서 } \Delta a_{ijk}^L = \frac{k^L}{N} (\overline{\Delta a_{ij}} - \underline{\Delta a_{ij}}) + \underline{\Delta a_{ij}}$$

$$\Delta b_{ik}^L = \frac{k^L}{N} (\overline{b_i} - \underline{b_i}) + \underline{b_i}, \quad \forall i, j$$

$$M = (i \times j + i) \quad (5)$$

여기서 w_x 와 w_u 는 최적 제어 가중치이다.

유전 알고리즘으로는 Simple GA를 사용하였으며 유전자 하나의 길이는 $(n \times r \times 16)$ bits 이다.

IV. 시뮬레이션 예제

◎ 대상 플랜트 및 퍼지 모델

시뮬레이션에 사용된 플랜트는 다음과 같은 동력학 방정식을 가지는 질량-스프링-감쇠기 시스템이다.

$$\ddot{x} + \dot{x} + c(t)x = (1 + 0.13 \dot{x})u \quad c(t) \in [0.5 \ 1.81]$$

$\dot{x} \in [-1.5 \ 1.5]$ 인 범위에서 위식의 플랜트는 다음과 같은 2개의 플랜트 규칙을 갖는 Takagi-Sugeno 퍼지모델에 의해 모델링될 수 있다.

$$IF \ \dot{x}(t) \text{ is } F_1^1 \text{ then } \dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1(t)) \dot{x}(t) + B_1 u(t)$$

$$IF \ \dot{x}(t) \text{ is } F_1^2 \text{ then } \dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2(t)) \dot{x}(t) + B_2 u(t)$$

여기서 파라미터 행렬들과 멤버십 함수는 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{x}(t) = [x(t) \ \dot{x}(t)]^T$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.155 & -1.0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4387 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.155 & -1.0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5613 \end{bmatrix}$$

$$F_1^c(x(t)) = 0.5 + \frac{x^3(t)}{6.75}, \quad F_1^s(x(t)) = 0.5 - \frac{x^3(t)}{6.75},$$

$$x \in [-1.5, 1.5]$$

◎ GA를 이용한 제어 파라미터 설계

제어기 설계에 적용된 유전 알고리즘에서 교차확률은 0.7, 돌연변이확률은 $\cos(0.1 \times \text{세대수})$, 한 세대의 유전자수는 50, 유전자의 길이는 64 bits를 사용하였다. 표 1에는 비선형 파라미터의 공칭 수치를 $\alpha(t) = 1.155$ (중간값)로 결정하고 설계한 제어기 파라미터와 $\alpha(t)$ 의 변화에 따른 강인성을 고려하여 fitness에 적용하여 구한 퍼지 제어기 파라미터 \hat{a}_i 를 나타내고 있다.

표 1 공칭 설계와 강인 설계 제어 파라미터

설계기준 파라미터 \hat{a}_{ij}	공칭 설계	강인 설계
\hat{a}_{11}	5.086747e-01	7.194324e-00
\hat{a}_{12}	2.515785e-00	-6.255344e+00
\hat{a}_{21}	-3.162737e-00	-9.925841e+00
\hat{a}_{22}	-5.761959e-00	4.105745e+00

여기서 i 는 규칙 번호이고 j 는 j 번째 상태변수를 말한다. 즉, \hat{a}_{ij} 는 i 번째 규칙의 j 번째 상태변수에 곱해지는 제어 파라미터이다.

◎ 실제 플랜트 모델의 파라미터가 공칭 수치와 일치한 경우 [$\alpha(t) = 1.155$]

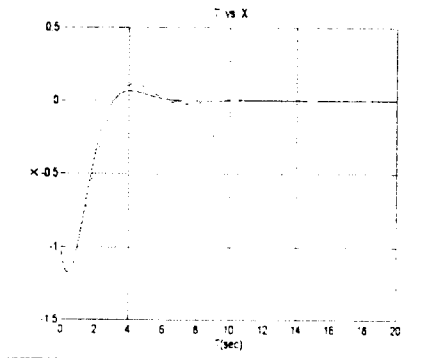


그림 2 공칭 수치에서 전체 시스템 응답
solid line : 강인 설계
dashed line : 공칭 설계

이 경우 공칭 수치에 대하여 설계한 제어기가 보다 우수한 성능을 보이며, 제어 가격함수는 공칭설계의 2.2446과 강인 설계의 2.2565를 보인다. 여기서 가격함수는 $\int_0^t x^2 + u^2 dt$ 로 정의한다. 이러한 결과는 강인 설계의 경우 제어기가 하나의 수치뿐 아니라 불확실한 파라미터의 범위내에서 전체 GA 평가함수가 최대가 되도록 설정되었기 때문에 $\alpha(t) = 1.155$ 에서 최적으로 설계된 공칭 설계 제어기에 비해 성능이 저하되는 것으로 보인다.

◎ 여러 플랜트 파라미터에 대한 전체 시스템 응답

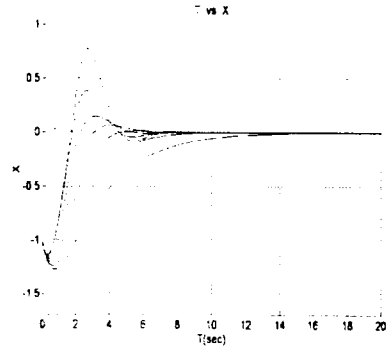


그림 3(a) 여러 계수에 대한 시스템 응답
[공칭 설계의 경우]

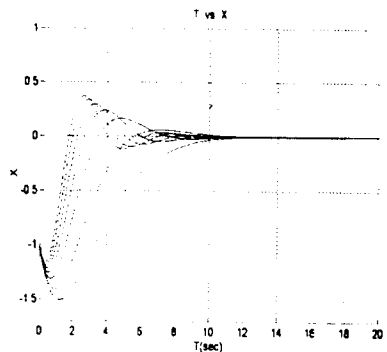


그림 3(b) 여러 계수에 대한 시스템 응답
[강인 설계의 경우]

표 2 시뮬레이션에 적용된 $c(t)$

공칭 설계	강인 설계
0.3	0.3
0.5	0.5
0.8275	0.8275
1.155	1.155
1.4825	1.4825
1.81	1.81
1.85	2.1375

그림 3으로부터 파라미터의 변화에 대하여 강인 설계의 경우가 응답특성의 변화가 적은 것을 알 수 있으며, 따라서 성능 강인성의 측면에서 보다 강인하다고 할 수 있다. 즉 공칭 설계의 경우 경계 근방($c=1.81$)으로 파라미터가 증가하면 응답이 크게 변동하는 것을 볼 수 있으며, 불확실한 파라미터가 경계치 1.81을 넘어서면 바로 시스템이 불안정해져 응답이 발산하게 된다. 반면, 강인설계의 경우 파라미터 변화에 따른 응답의 변화가 완만한 것을 알 수 있으며, 상당히 큰 값의 $c(t)$ 에 대하여도 안정한 응답을 보여주고 있다. 결론적으로 강인 설계의 경우가 보다 안정성에 여유도를 부여할 수 있다.

이러한 성능 강인성이 보장되는 제어기는 초기 제어기 설계시 모델링 오차에 의해 생기는 문제에 대처할 수 있으며, 또한 시스템의 노화나 변형에 의해 생기는 파라미터의 변화에도 거의 일정한 성능을 보이도록 함으로써 변화에 따른 제어기의 재동조 과정이 필요없다는 장점이 있다.

◎ 플랜트의 불확실한 파라미터가 서서히 변하는 경우 [$c(x(t)) = 1.155 + 0.8\cos(\omega_c t)$]

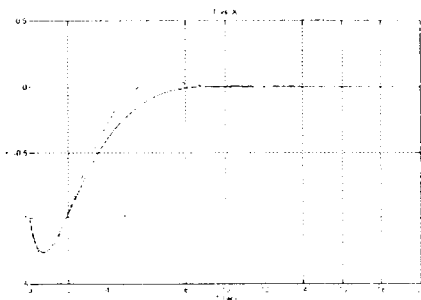


그림 4 서서히 변하는 파라미터에 대한 시스템 응답
solid line : 강인 설계
dashed line : 공칭 설계

강인 설계의 경우가 보다 좋은 응답은 보이는 것을 볼 수 있으며, 이는 공칭 설계에서 4.3380과 강인 설계에서 3.9802의 제어 가격을 고려할 때 위의 사실을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 비선형 SISO 플랜트에 대해서 Takagi-Sugeno 퍼지모델을 이용하는 비선형 제어기를 유전 알고리즘을 이용하여 설정할 때, 모델 불확실성에 대하여 성능 강인성을 부여하기 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 GA 알고리즘에서 평가함수를 불확실성에 대하여 시험하도록 설계되었으며, 이러한 시도는 모델에 의하여 제어기를 설계해야하는 본 논문의 제어기 설계 방식에 있어서 매우 중요하다. 왜냐하면, 제어기를 설계하기 위하여 사용되는 모델은 실제 시스템과의 사이에 많은 모델링 오차를 가지고 있기 때문에 본 논문에서 제안된 제어기와 설계 방법이 실제 적용 가능하게 하기 위해서는 성능 강인성이 필수적이기 때문이다. 제안된 방법은 어느정도의 영역내에서 일정한 성능을 유지하는 것을 시뮬레이션을 통해 보이므로써 그 유효성을 확인할 수 있었다.

VI. 참고문헌

- [1] Kang, Kwon, Shim, Kim, Park, "A Study on the Nonlinear Controller Design Using T-S Fuzzy Model and GA," Proc. of KFIS Fall Conf., pp310-312, 1996.
- [2] P. P. Kargonekar, I. R. Petersen, and K. Zhou, "Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic Stabilizability and H^∞ control theory," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 35, no. 3, pp356-361, 1990.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 15, no. 1, pp 116-132, 1985.
- [4] M. Sugeno, "퍼지 제어 시스템", 대영사, 1990
- [5] 심한수, "유전자 알고리즘을 이용한 강인한 비선형 퍼지 제어기의 설계", 석사학위논문, 연세대학교, 전자공학과, 1997.