보 制振 프레임의 振動應答解析

Vibration Response Analysis of frames with energy absober installed in Beams

李 晧[1)]
Lee, Ho

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to derive a theoretical model of the hysteretic resistance of the visco-elastic damper based on test results of harmonic excitation and to investigate on the basis of theory and experiment the effect of vibration control and response characteristics of portal frames degree vibration systems provided with the damper. The behaviour of a visco-elastic damper under dynamic loading is idealized by a model of the theory of visco-elasticity, i.e. a four-parameter model formed as a parallel combination of Maxwell fluid and Kelvin-Voigt models and its constitutive equation is derived. The model parameters are determined for a tested damper from the datas of harmonic excitation tests.

The theoretical model of the damper is incorporated in equation of motion of single degree of freedom. A computer program for solving the equation is written using Runge-kuttas's numerical integration scheme. Using this analysis program test cases of the earthquake excitation are simulated and the results of the simulation are the results of the simulation are compared with the test results.

1. 序論

制振建築의 一環으로써 提示된 보제진라멘은 보의 中央웨브 部分에 開口部를 두어 그 位置에 댐퍼(damper)를 設置하여 開口部의 剪斷變形에 의해 댐퍼의 上下運動이 作用하여 振動에너지를 吸收하도록 하는 制振構造이다. 프레임에 水平力이 가해질 境遇에 開口部의 플랜지(flange)는 하나의 部材로서 휨변형이 생기고 그 結果 開口部는 全體 剪斷變形이 일어나 兩端部에서 上下 方向의 相對變位가 생긴다. 댐퍼는 開口部의 上,下의 相對變位에 의해서 作動되고 프레임의 橫振動에 의해 생기는 에너지를 消費시켜 진동감쇄력을 發生시킨다. 本 硏究에서는 보의 開口部에 設置한 댐퍼로서 粘彈性댐퍼를 使用하였다. 本 論文에서는 이 粘彈性 댐퍼의 實驗結果로부터 댐퍼저항의 理

1) 상주산업대학교 건축공학과 전임강사, 정회원

論모델을 完成시켜 1質点系에 粘弾性댐퍼를 適用시켰을 때 制振効果와 振動特性을 理論的으로 明確히 把握하는데 있다.

2. 振動系의 모델

粘弾性댐퍼의 抵抗特性은 線型 粘弾性理論에 의한 Kelvin-Voigt모델과 Maxwell 流體모델의 4要素複合모델을 適用시킨 履歷曲線과 거의 같은 履歷性狀을 나타내는데 있다. 本節에서는 粘弾性댐퍼를 1質点系에 附加시킨 振動系의 應答解析을 행한다. 應答解析은 Maxwell형 모델의 振動系 應答解析法을 使用하고 振動方程式은 Runge- Kutta 法으로 수치시뮬레이션을 한다. 1質点系에 Kelvin-Voigot모델과 Maxwell流體의 4要素 複合모델(粘弾性댐퍼)를 適用시킨 境遇 振動系의 모델은 그림 2.1과 같다.

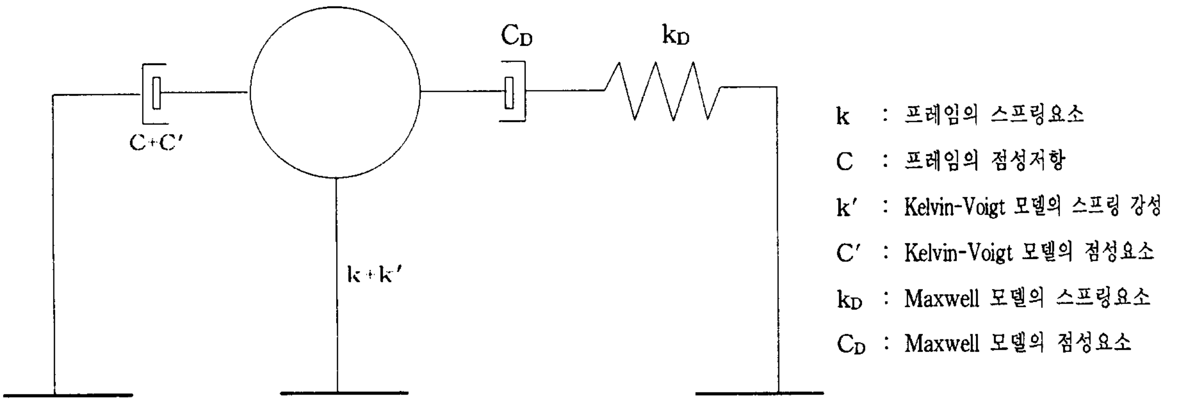


그림 2. 1 4要素複合모델을 適用시킨 境遇의 振動系

振動方程式의 數値積分에 있어서 Maxwell 모델의 抵抗力의 予測式은 아래와 같다.

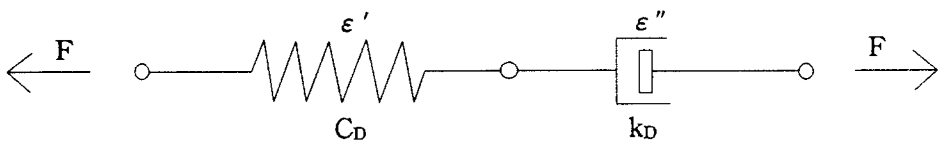


그림 2. 2 Maxwell 流體 모델

그림 2. 2에 나타난 Maxwell 型 모델의 全變形 x 는

$$x = x' + x'' \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.1)$$

여기서　　x' : 스프링의 변형
　　　　　x'' : 점성요소의 변형

스프링變形 x' 는

$$x' = F / k_D \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.2)$$

또한, 粘性要素의 變形速度 $\dot{x}''$ 는 式(2. 3)으로 나타낼 수 있다.

$$C_D \cdot \dot{x}'' = F \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.3)$$

(2. 1)式을 微分하면

$$\dot{x} = \dot{x}' + \dot{x}'' \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.4)$$

(2. 4)式에 (2. 2), (2. 3)式을 代入하면

$$F(t) + \frac{K_D}{C_D} F(t) = K_D \cdot \dot{x}'(t) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.5)$$

로 나타낼 수 있어 $x(t)$는 댐퍼의 全變位量이 된다.
時刻 t_{n-1}과 t_n間의 時間差는 $\Delta t = t_n - t_{n-1}$이므로 時刻 t_n , t_{n-1}에 있어서 節點力을 各各 F_n F_{n-1}로 놓으면 F_n의 推定値를 (2. 6)式으로 나타낼 수 있다.

$$F_n = F_{n-1} + \frac{\Delta t}{2}(F_n + F_{n-1}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.6)$$

(2. 5)式에서

$$F_n = K_D \cdot \dot{x}_n - \frac{K_D}{C_D} \cdot F_n \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.7)$$

$$F_{n-1} = K_D \cdot \dot{x}_{n-1} - \frac{K_D}{C_D} \cdot F_{n-1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.8)$$

(2. 7)(2. 8)式을 (2. 6)式에 代入하면 (2. 9)式으로

$$F_n = \alpha \dot{x}_n + \alpha \dot{x}_{n-1} + \gamma F_{n-1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.9)$$

나타낼 수 있다.

여기서

$$\alpha = \frac{\Delta t \ K_D \ C_D}{2C_D + \ \Delta t \ K_D}, \quad \gamma = \frac{2C_D - \ \Delta t \ K_D}{2C_D + \ \Delta t \ K_D} \qquad \cdots (2.\ 10)$$

(2. 9)式은 Maxwell型 모델의 復原力을 離散時間系로 表現한 것이다. (2. 9)式의 右辺의 第1項은 2次 微分方程式으로 나타낸 系의 振動方程式에 감쇄항을 添加시킨 것이고 前段階의 應答値에서 計算된 項을 附加抵抗力으로 考慮하면 Maxwell型 모델을 包含한 1質点系의 振動方程式은 (2. 11)式으로 表現할 수 있다.

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + K_1 x = -m\ddot{z} - \alpha\dot{x}_{n-1} - \gamma P_{n-1} \qquad \cdots (2.\ 11)$$

以上의 過程에서 4要素 複合모델의 Maxwell型 모델의 附加抵抗力이 算出되고 Kelvin-Voigot모델의 k' 와 c' 는 그림 2. 1에 나타난 바와 같이 프레임의 粘性要素 c 와 스프링要素 k에 부가된다.

k' 는 $k\ /\ m = w^2$에서 k 에 k' 를 附加시켜 (2. 12)式과 같이 된다.

$$w = \sqrt{(k + k')\ /\ m} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 12)$$

(2. 12)式에서 프레임의 固有振動數를 구할 수 있다.

c' 는 $c\ /\ m = 2hw$ 에서 c 에 c' 를 附加시켜 (2. 13)式과 같이 된다.

$$h = (c + c')\ /\ (2wm) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 13)$$

(2. 13)式에서 프레임의 감쇄정수를 구할 수 있다.

3.1 Runge-Kutta法

3.1.1 粘性감쇄를 가진 1質点系의 線形振動方程式의 解法

地震應答의 計算法으로서 Taylor 展開法을 利用한 近似計算法 즉, 一般微分方程式의 計算에 依한 數値解釋法 中 하나인 Runge-Kutta法을 使用한다.

一質点系의 線形方程式은 다음식을 利用한다.

$$\ddot{x} + 2hw\dot{x} + w^2 x = \ddot{z} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 1)$$

여기서 x=y로 놓으면 (3. 2)式으로 나타낼 수 있다.

$$x' = f(t,x,y) = y$$
$$y' = g(t,x,y) = -2hwy - w^2x - \ddot{x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 2)$$

初期條件을 (3. 3)式과 같이 나타내면

$$x(t_o) = x_o$$
$$y(t_o) = \dot{x}(t_o) = y_o \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 3)$$

$$x(t_o + \Delta t) = x_o + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6$$
$$\dot{x}(t_o + \Delta t) = \dot{x}_o + (L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4) / 6$$

로 된다. 上記式에서 t_o를 消去하고, t_o의 값에 $n-1$, $t_o + \Delta t$의 값에 n을 代入하면

$$x_n = x_{n-1} + \Delta t \cdot x_{n-1} + \Delta t(L_1 + L_2 + L_3)/6 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 4)$$
$$\dot{x}_n = \dot{x}_{n-1} + (L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4)/6 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 5)$$
$$\ddot{x}_n = -\{ 2hw\dot{x}_n + w^2x_n + \ddot{z}_n\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 6)$$

應答의 結果로서 (3. 4)式에서 應答變位, (3. 5)式에서 應答速度를 얻을 수 있고 應答加速度는 相對加速度를 나타내는 (3. 6)式과 振動加速度 $\ddot{z}_n$의 合으로 얻을 수 있다.

3. 2. 1 Maxwell型 모델을 附加시킨 1質点系의 振動方程式의 解法

Maxwell型 모델을 附加시킨 1質点系의 振動方程式은 Runge-Kutta法과 다소 다르게 결과가 나타난다. Maxwell型 모델을 附加시킨 1質点系 振動方程式은 다음식을 利用한다.

$$\ddot{x} + 2hw_o \cdot \dot{x} + w_o^2 \cdot \dot{x} = -\ddot{z} - (A_1 \cdot \dot{x}_{n-1} + B_1 \cdot P_{n-1}) \quad \cdots\cdots (3.\ 8)$$

식 (3. 8)에서 $x = y$로 놓으면 (3. 9)式으로 나타낼 수 있다.

$$x' = f(t,x,y) = y$$
$$y' = g(t,x,y) = -2hwy - w^2 \cdot x - \ddot{z} - (A_1 \cdot y_{n-1} + B_1 \cdot P_{n-1})$$

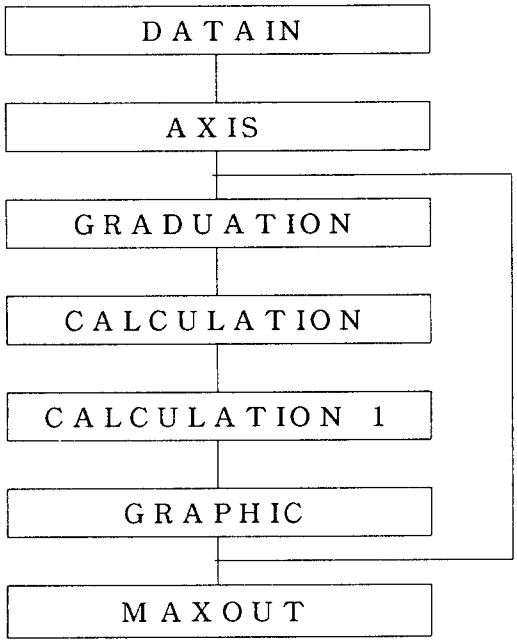
$$x_n = x_{n-1} + \Delta t \cdot x_{n-1} + \frac{\Delta t(L_1 + L_2 + L_3)}{6} \quad \cdots\cdots\cdots (3.\ 9)$$
$$\dot{x}_n = \dot{x}_{n-1} + \frac{(L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4)}{6} \quad \cdots\cdots\cdots (3.\ 10)$$
$$\ddot{x}_n = -\{2hw\dot{x}_n + w^2x_n + \ddot{z}_n + (A_1 \cdot \dot{x}_{n-1} + A_2 \cdot P_{n-1})\} \quad \cdots\cdots (3.\ 11)$$

4. 振動應答解析 프로그래밍

4. 1 프로그래밍의 槪要

댐퍼가 附着된 제진보 構造의 振動應答을 시뮬레이션하기 위한 프로그래밍은 振動方程式을 時間에 따른 數値積分을 行하였다. 數値積分의 方法으로서 Runge-Kutta法을 使用하였다. Flow chart를 表4. 1에 나타낸다.

表 4. 1 Flow chart



4. 2 理論解와의 比較에 依한 應答解析 프로그래밍의 檢證

4. 2. 1 점성감쇄를 가진 一般的인 1質点系振動方程式의 境遇

프레임의 自由振動 理論式과 프로그래밍에 依한 解析結果를 比較한다. (4. 1)式에 理論式을 나타낸다.

$$X = \frac{X_0}{\sqrt{1-H^2}} e^{-hwt} \sin(\sqrt{1-h^2}\, w t + \phi) \quad \text{----------------} \quad (4.\ 1)$$

X_0 : 初期變位

h : 감쇄정수

w : 固有振動數(rad/sec)

ϕ : $\tan^{-1} \sqrt{1-h^2} / h$

(4. 1)式과 같은 條件으로 프로그램에 데이터를 入力한 解析結果를 그림4. 1에 나타낸다.

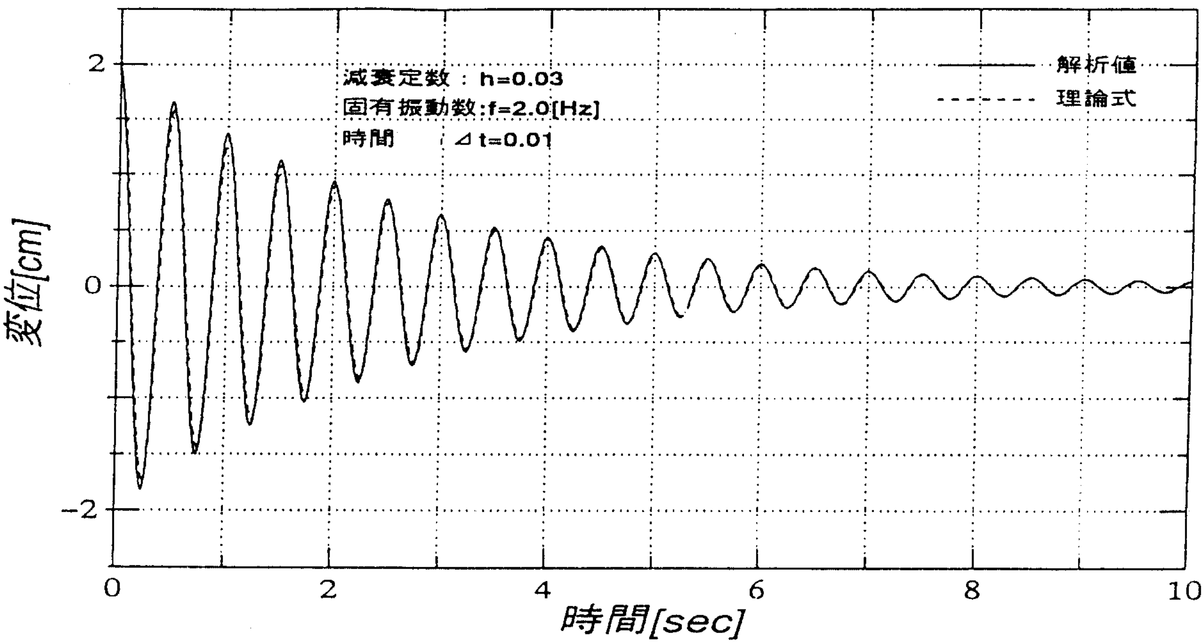


그림4. 1 自由振動의 理論値와 解析値의 比較

4. 2. 2. Maxwell流體의 댐퍼를 附加시킨 振動方程式의 境遇.

Maxwell모델을 附加시킨 1質点系의 振動方程式을 利用하여 試驗體를 對象으로 解析을 行한다. 프로그래밍을 實行할시 다음점을 考慮해야한다. 댐퍼의 抵抗力은 보의 剪斷力 形態로서 프레임에 전해지지만 프레임을 스프링 一質点系로써 모델화하는 境遇 平衡條件으로부터 水平抵抗力 Q는 댐퍼抵抗力 F_L에 (스팬/층고)의 比를 곱한 것이 된다. 解析對象 試驗體는 댐퍼가 設置되지 않은 유공보 프레임과 粘彈性 댐퍼가 附着된 프레임의 自由振動實驗에 의해서 얻어진 各 固有振動數에서 水平剛性을 算出한다. 各 水平剛性의 差가 粘彈性댐퍼의 스프링정수이다.

① 댐퍼가 없는 유공보 프레임.
수평강성 K′ = 564(kg/cm)

② 댐퍼가 설치된 프레임
수평강성 K″ = 1152.9(kg/cm)

①, ②에서 댐퍼의 스프링定數 K는 (4 .2)式으로 나타낸다.

$$K = K'' - K' \qquad \cdots\cdot(4.\ 2)$$

(4. 2)式에서 K는 588.9(kg/cm)가 된다. 그 結果 댐퍼가 없는 유공보 프레임의 境遇 水平變位에 對한 開口部 相對變位의 倍率比가 1.64가 되는데 比해 粘彈性 댐퍼가 設置된 프레임의 境遇 1.03까지 내려갔다. 이것은 댐퍼 自體가 가진 剛性이라고 思料된다. 表 4 .2에 1層 1스팬 프레임의(柱脚 Pin을 가진 라멘의 境遇) 構成部材와 프레임 解析結果를 나타낸다.

表 4. 2 프레임 構成部材

彈性係數	$E = 2.1 \times 10^6 (kg/cm^2)$
프레임높이	H = 125 cm
스팬	L = 225 cm
開口部幅	αL = 50 cm
充腹部의 2次모멘트	I_B = 664 cm^4
開口部의 2次모멘트	I_F = 0.42875 cm^4
기둥의 斷面 2次모멘트	I_C = 383 cm^4
댐퍼 스프링 定數	K_D = 588.9 (kg/cm)

5. 結論

댐퍼스프링을 考慮한 시스템의 水平剛性은 1406.1(kg/cm), 單位 水平變位에 對한 댐퍼 變位의 倍率β는 1.03으로 나타났다. 이와 같이 粘彈性댐퍼의 理論모델(Kelvin-Voigt모델과 Maxwell流體모델의 4要素複合모델)이 添加된 振動方程式을 時間에 따라 數値積分하는 方法을 利用한 解析프로그래밍에 댐퍼프레임의 變數를 入力하여 地震波加振에 의한 解를 比較한 結果 粘彈性 댐퍼의 理論모델을 利用한 解析프로그래밍이 粘性댐퍼가 附着된 프레임의 擧動을 把握하는데 適合하다는 것을 確認할 수 있었다.

6. 참고문헌

1. R. Ivan Skinner, William H. Robinson, Graeme H. Mcverry, "An Introduction to seismic Isolation" John willy & Sons, 1992. 6
2. 免震構造入門, 日本免震溝造協會編, 1995. 9
3. 免震構造設計指針, 日本建築學會, 1993. 12