

## 구형 유체 저장 Tank의 Rocking 응답 The Rocking Response of Rectangular Fluid Storage Tank

김재관\*                      박진용\*\*                      진병무\*\*\*  
Kim, Jae Kwan              Park, Jin Yong              Jin, Byeong Moo

### ABSTRACT

A dynamic fluid-structure-soil interaction analysis method is developed to investigate the effects of rocking motion on the seismic response of the 3-D flexible rectangular liquid storage tanks founded on the deformable ground. The governing equation of 3-D rectangular tanks subjected to the translational and rocking motions is obtained by Rayleigh-Ritz method. The dynamic stiffness matrix of the rigid surface foundation resting on the surface of a stratum are calculated by hyperelement method. The seismic responses of a 3-D flexible tank model founded on the deformable ground is calculated by combining the governing equation of the structural motion with the dynamic stiffness matrix of the rigid surface foundation.

### 1. 서론

대형 액체 저장 탱크의 지진 응답은 구조물과 내부 유체와의 상호 작용에 의해서 큰 영향을 받는다. 저장 탱크가 연약한 지반 위에 기초되어 있을 경우에는 지반과 구조물간의 상호 작용이 일어나게 되고, 그 효과는 일반적으로 지반이 연약할수록 증가하게 된다. 따라서, 저장 탱크의 내진 설계에서는 유체-구조물-지반 시스템의 상호 작용이 고려되어야 할 필요가 있다 [1-3]. 액체 저장에는 원통형 탱크가 널리 사용되고 있는 관계로 액체 저장 탱크의 지진 응답에 관한 연구도 주로 원통형 저장 탱크를 대상으로 한 것이 주종을 이루고 있다 [1-5]. 그러나 사용 후 핵연료 중간 저장 시설 등에 사용되는 구형 평면을 갖는 대형 액체 저장 탱크에 관한 연구는 극히 드물고, 그나마, 구조물을 강체로 가정한 것이었다 [6,7]. 최근에 들어서 구조물의 유연성을 고려한 유체-구조물 상호 작용이 구형 평면 유체 저장 탱크의 지진 응답에 미치는 영향을 일부 연구자들이 규명하였으나 [8], 유체-구조물-지반 시스템의 상호 작용에 대해서는 연구가 이루어지지 않고 있다.

이 논문에서는 아직까지 충분한 연구가 이루어지지 않은 구형 평면 유체 저장 탱크의 유체-구조물-지반 계의 상호 작용에 관한 연구 결과를 제시하고자 한다. 먼저 비점성, 비압축성의 이상 유체로 가정된 내부 유체의 비회전 운동을 표현하는 Laplace 방정식의 해를 구조물의 벽체 변위

\* 서울대학교 조교수, 정회원

\*\* 서울대학교 박사과정, 학생회원

\*\*\* 서울대학교 박사과정, 학생회원

의 함수로 나타내었다. 그 다음 구조물의 거동을 Plate 진동 모드의 선형 중첩으로 가정하고서 Rayleigh-Ritz 방법을 적용하여 구조물과 유체 운동의 지배 방정식을 유도하였다. Hyperelement 방법을 사용하여 강체 기초의 동적 강성 행렬을 구하여 유체-구조물 계의 지배 방정식과 결합하여 유체-구조물-지반 계의 운동 방정식을 구하였다.

## 2. 운동방정식

지진 하중을 받는 유체 저장 탱크의 벽면에 작용하는 동압력은 구조물과 같이 가속되는 Impulsive 압력 성분과 유체 표면의 출렁임에 의한 Convective 압력 성분으로 나눌 수 있다 [6]. 기존의 연구 결과에 의하면 Convective 압력 성분은 전체 압력의 극히 일부분에 불과한 것으로 알려져 있으므로, 이 연구에서는 유체 표면의 출렁임에 의한 Convective 압력 성분을 고려하지 않는 단순화된 경계 조건을 유체의 자유 표면에 부과하였다. 유체-구조물 계의 지배 방정식을 유도하기 위하여 선정된 대상 구조물은 그림 1에 묘사되어 있다. 비점성, 비압축성 이상 유체의 비회전 운동은 Laplace 방정식을 만족하는 속도 포텐셜로 표현될 수 있다. 이 포텐셜은 자유 표면에서 압력이 대기압과 같고, 구조물과의 접촉면에서는 유체 입자 속도가 벽체의 속도와 동일한 운동 조건을 만족시켜야 한다. 이를 위해서 구조물의 운동을 그림 2, 3, 4에 주어진 세 가지 형태의 조합으로 가정하고 각 운동 형태에 대한 포텐셜  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ 를 각각 구하여 중첩함으로써 최종해를 도출하였다.

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \quad (1)$$

여기서,  $\Phi_1$ 은  $x$ -축 방향으로의 병진 운동, 벽체의 강체 회전 운동과 벽체의 상대 운동에;  $\Phi_2$ 는 바다의 강체 회전 운동에;  $\Phi_3$ 는  $y$ -축 방향으로의 벽체의 상대 운동에 각각 관련된 속도 포텐셜이다.

이렇게 얻어진 속도 포텐셜로부터 구조물에 작용하는 동압력을 구하고, 유체-구조물 계의 포텐셜 에너지와 운동 에너지를 구조물 변위의 함수로 표현한 후 Hamilton의 Principle을 적용하면 유체-구조물 계의 운동 방정식이 얻어질 수 있다. 그러나 식 (2)에 주어진 이산화된 방정식은 구조물의 변형을 판의 진동 모드의 중첩으로 가정하는 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 얻어졌다 [8].

$$\mathbf{M} \begin{Bmatrix} \{\ddot{f}_{ab}\} \\ \ddot{u}_x \\ \ddot{\phi}_y \end{Bmatrix} + \mathbf{M}^A \begin{Bmatrix} \{\ddot{f}_{pq}\} \\ \ddot{u}_x \\ \ddot{\phi}_y \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \{\dot{f}_{pq}\} \\ \dot{u}_x \\ \dot{\phi}_y \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \begin{Bmatrix} \{f_{pq}\} \\ u_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_x \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{M}, \mathbf{M}^A, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 는 각각 질량 행렬, 유체의 수압에 의해서 발생하는 부가 질량 행렬, Rayleigh 감쇠 행렬, 강성 행렬을 나타내고,  $\{f_{pq}\}$ 는 벽체의 운동 모드의 일반 좌표벡터,  $u_x$ 는 기초의  $x$ -축 방향 수평 지반운동,  $\phi_y$ 는 기초의  $y$ -축 회전 지반운동,  $P_x, M_y$ 는 기초에 작용하는  $x$ -축 방향의 힘과 모멘트를 의미한다. Hyperelement를 사용하여 구한 강체 기초의 동적 강성 행렬을 식(2)와 주파수

영역에서 결합하면 유체-구조물-지반 계의 지배 방정식이 다음과 같이 얻어진다[9].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sb} \\ \mathbf{S}_{bs} & \mathbf{S}_{bb} + \mathbf{S}_{bb}^g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{f_{pq}\} \\ \{u'_b\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \mathbf{S}_{bb}^g \{u_b^g\} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{S}_{bb}^g$ 는 강제 기초의 동적 강성 행렬,  $\{u'_b\} = \{u_x, \phi_y\}^T$ 는 기초의 자유도,  $\{u_b^g\}$ 는 지면에서의 자유장 운동을 의미하고,  $\mathbf{S}_{ss}, \mathbf{S}_{bs}, \mathbf{S}_{bs}, \mathbf{S}_{bb}$ 는 식(2)의 좌변으로부터 아래와 같이 얻어지는 구조물-유체 계의 동적 강성 행렬의 부분 행렬이다.

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}$$

식(3)에서  $x$ -축 방향 수평 지반운동에 대한 전달 함수는 아래와 같이 정의된다.

$$\{H(\omega)\} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sb} \\ \mathbf{S}_{bs} & \mathbf{S}_{bb} + \mathbf{S}_{bb}^g \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \mathbf{S}_{bb}^g \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

### 3. 예 제

개발된 방법을 검증하고 지반의 강성이 저장 탱크의 지진 응답에 미치는 영향을 알아보기 위하여 그림 1에 주어진 형상의 구형 저장 탱크의 응답을 해석하였다. 이 구조물 모델은 철근 콘크리트로 만들어진 것으로 가정하였고, 그 치수와 물성치는 다음에 주어진 바와 같다: 유체의 밀도,  $\rho_l = 1000\text{kg/m}^3$ ; 철근 콘크리트의 밀도,  $\rho_s = 2300\text{kg/m}^3$ ; 탄성계수,  $E = 20.776\text{GN/m}^2$ ; 콘크리트의 포아송비,  $\nu = 0.17$ ; 벽체의 높이,  $H_s = 12.3\text{m}$ ; 유체의 깊이,  $H_l = 11.2\text{m}$ ; 벽체의  $y$ -축 방향 길이,  $2L_y = 50\text{m}$ ; 벽체의  $x$ -축 방향 길이,  $2L_x = 20\text{m}$ ; 벽체와 바닥의 두께,  $t_x = t_y = t_z = 1\text{m}$ . 이 탱크는 기반암까지 깊이가 40m인 지층의 표면에 놓여 있으며, 지반 매질의 포아송비  $\nu = 0.4$ 로 가정하였고, 전단파 속도,  $V_s = 400\text{m/sec}$ ,  $200\text{m/sec}$ 의 두 가지 경우를 고려하였다.

지반의 강성이 지반-구조물 계에 미치는 가장 현저한 영향 중 하나는 고유 진동수의 변화이다. 그림 5에서 벽체의 변형에 관련된 모드의 일반좌표  $f_{11}$ 의 전달 함수를 계산하여 고정 지반 구조물 모델의 경우와 비교하였다. 그림에서 Fixed Base는 고정 지반을,  $V_{s,400}$ 은 전단파 속도가  $400\text{m/sec}$ ,  $V_{s,200}$ 은 전단파 속도가  $200\text{m/sec}$ 인 지반 모델을 각각 의미한다. 진폭이 최대값을 갖는 주파수는 고정 지반 모델의 경우  $3.64\text{Hz}$ ,  $V_s = 400\text{m/sec}$ 인 지반에서는  $3.54\text{Hz}$ ,  $V_s = 200\text{m/sec}$ 인 지반에서는  $3.17\text{Hz}$ 로서, 지반의 강성이 낮아질수록 주파수가 낮은 쪽으로 이동하고 있으며, 최대값도 저하되고 있음을 볼 수 있다. 이러한 현상은 지반-구조물 상호 작용에 관한 지금까지 알려진 거동 특성과 일치하고 있다.

다음으로는 유체 동압력 분포에 대한 지반-구조물 상호 작용의 영향을 조사하였다. 자유장은 연직으

로 전파하는 전단파에 의해서 발생한다고 가정하였으며 지표면에서의 수평 방향 입력 지반운동으로는 El Centro Earthquake Accelerogram(1940, N-S Component, PGA=0.319g)를 사용하였다. 그림 6은  $V_s = 200\text{m/sec}$ 인 지반에 기초한 탱크의 우측 장변 벽체에 발생한 압력 분포를 압력의 합이 최대가 되는 시점에서 나타낸 것이고, 동일한 시점에서 배면 단변 벽체에 발생한 압력 분포를 그림 7에 나타내었다. 이 때 우측 장변 벽체와 배면 단변 벽체의 변형이 그림 9와 10에 각각 나타나 있다. 지반의 강성에 따른 유체 압력의 변화를 조사하기 위하여 우측 장변 벽체 중앙의 연직선 상에 발생한 각 지반 모델별 압력 분포를 그림 10에서 비교하였다. 각 곡선은 연직선 상 단위폭 당 압력의 합이 최대가 되는 순간의 압력 분포도이다. 그림에서 지반의 강성이 낮아질수록 압력의 크기가 감소함을 보여주고 있다. 같은 시점에서  $x=L_x/2$ 의 배면 단변 벽체에 발생한 압력 분포는 그림 11에 주어져 있다. 그림 12에는 시간 변화에 따른 우측 장변 벽체에 작용하는 압력의 합을 나타내었다.

#### 4. 결론

유연한 지반에 기초한 구형 유체 저장 탱크의 지진 응답 특성을 조사하였다. Rayleigh-Ritz 방법에 의해서 구한 구조물의 운동 방정식과 Hyperelement 방법에 의해서 계산된 강체 기초의 동적 강성 행렬을 결합하여 지반-구조물 계의 운동 방정식을 도출하였다. 지반-구조물 상호 작용에 의해서 유체-구조물-지반 계의 고유 진동수가 낮아지고, 유체 동압력도 작아지는 경향을 나타냄을 확인하였다. 그러나, 연약한 지반에서는 지표에서의 지반 운동이 경암 지반에 비하여 증폭되고, 주파수 영역의 운동 성분이 증가하는 현상이 일어날 수 있으므로 지반의 유연성을 고려할 시 응답이 반드시 작아지는 것은 아니다.

#### 참고문헌

- [1] Haroun, M. A., and Housner, G. W. (1981a). "Earthquake response of deformable liquid storage tanks." *J. Appl. Mech.*, 48, 411-418.
- [2] Haroun, M. A. (1984). "Stress analysis of rectangular walls under seismically induced hydrodynamic loads." *Bull. Seismological Soc. of Am.*, 74(3), 1031-1041.
- [3] Haroun, M. A., and Ellaithy, H. M. (1985). "Model for flexible tanks undergoing rocking." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 111(2), 143-157.
- [4] Housner, G. W. (1957). "Dynamic pressures on accelerated fluid containers." *Bull. Seismological Soc. of Am.*, 47, 15-35.
- [5] Kim, J. K., and Koh, H. M., and Kwahk, I. J. (1996). "Dynamic response of rectangular flexible fluid containers." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 122(9), 807-817.
- [6] Veletsos, A. S. (1984). "Seismic response and design of liquid storage tanks." *Guidelines for the seismic design of oil and gas pipeline systems*, Tech. Council on Lifeline Earthquake Engrg., ASCE, New York, N.Y., 255-370.
- [7] Veletsos, A. S., and Tang, Y. (1985). "Dynamics of vertically excited liquid storage tanks." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 112(6), 1228-1246.
- [8] Veletsos, A. S., and Tang, Y. (1990). "Soil-structure interaction effects for laterally excited liquid storage tanks." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 19, 473-496.
- [9] Wolf, J. P. (1985). *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, New Jersey.

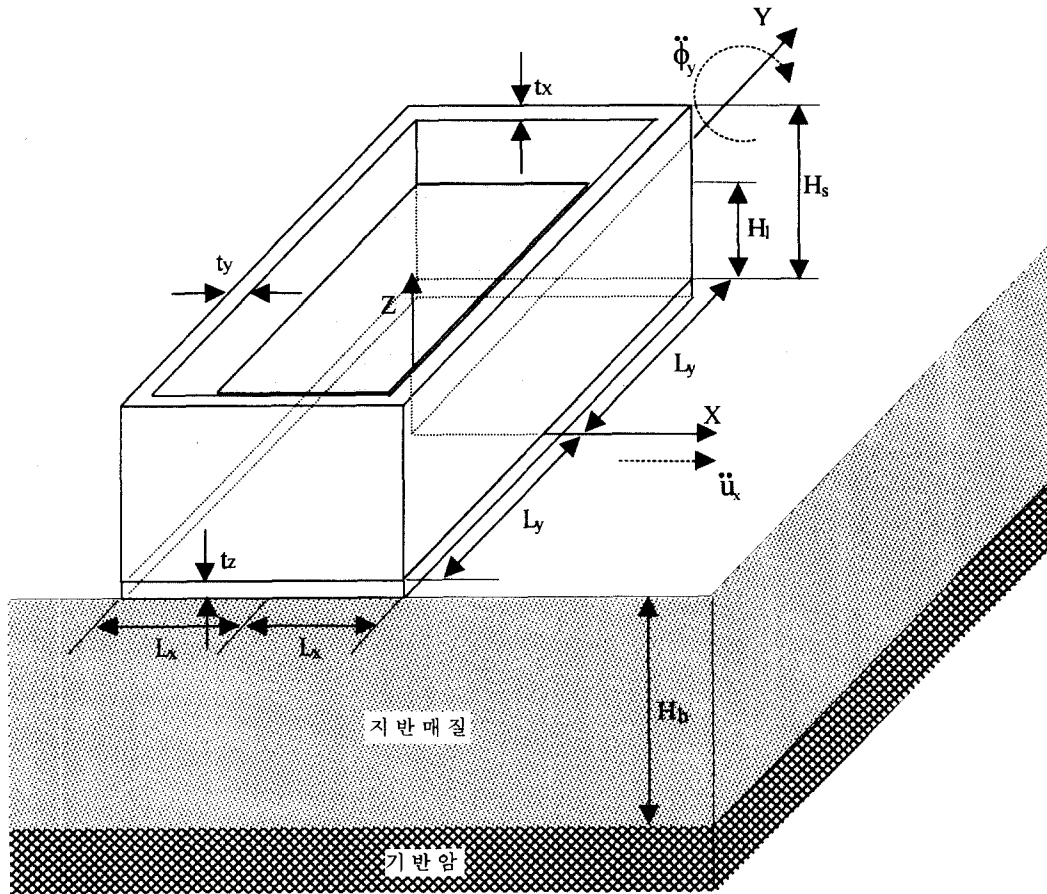


그림 1. 해석 구조물

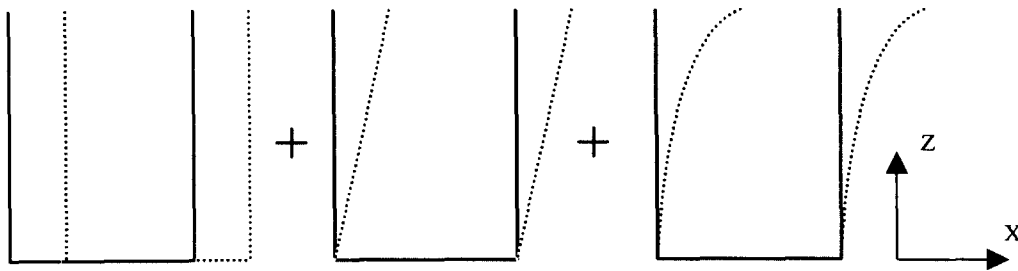


그림 2. 속도 포텐셜  $\Phi_1$

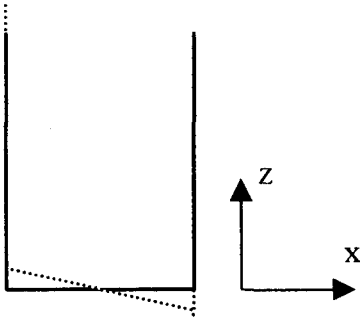


그림 3. 속도 포텐셜  $\Phi_2$

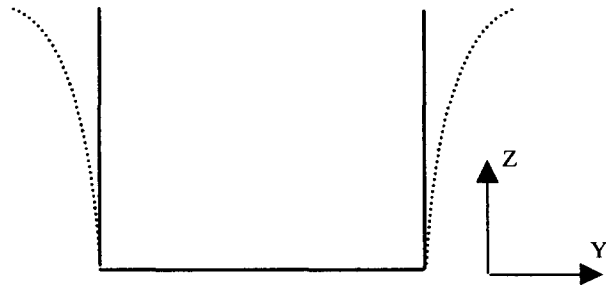


그림 4. 속도 포텐셜  $\Phi_3$

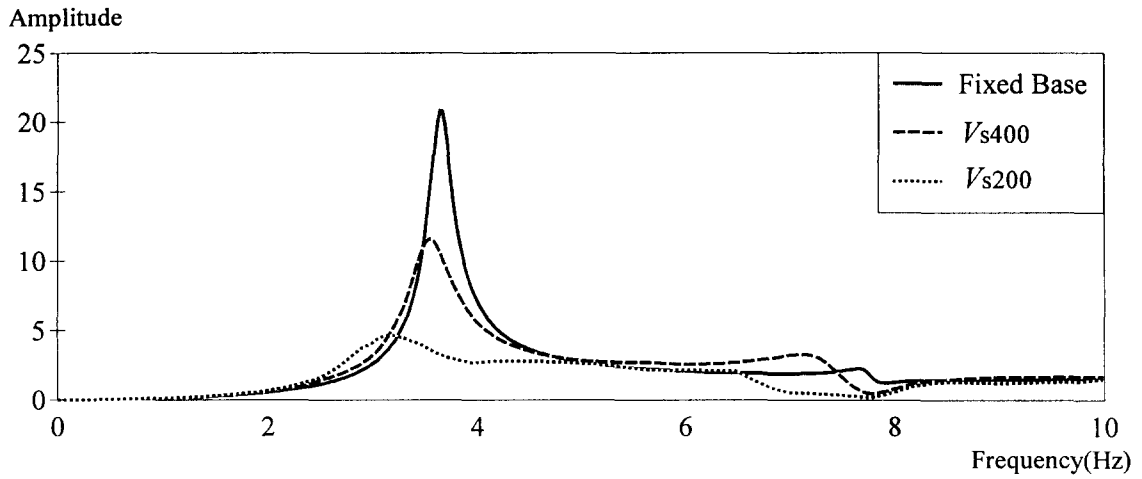


그림 5. 고정 지반과 전단파 속도 ( $V_s$ )가 400, 200m/sec일 때의  $f_{11}$ 의 전달 함수

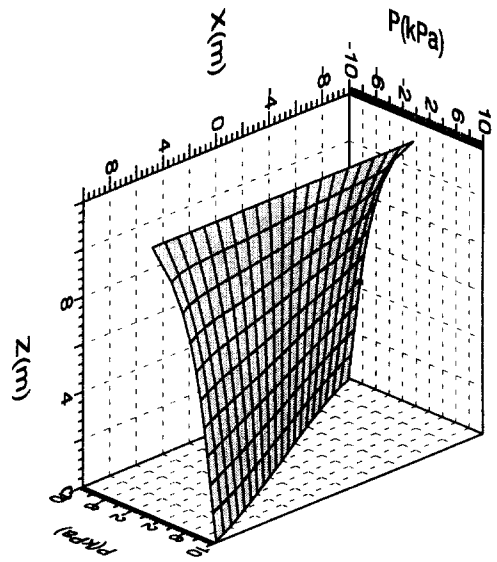
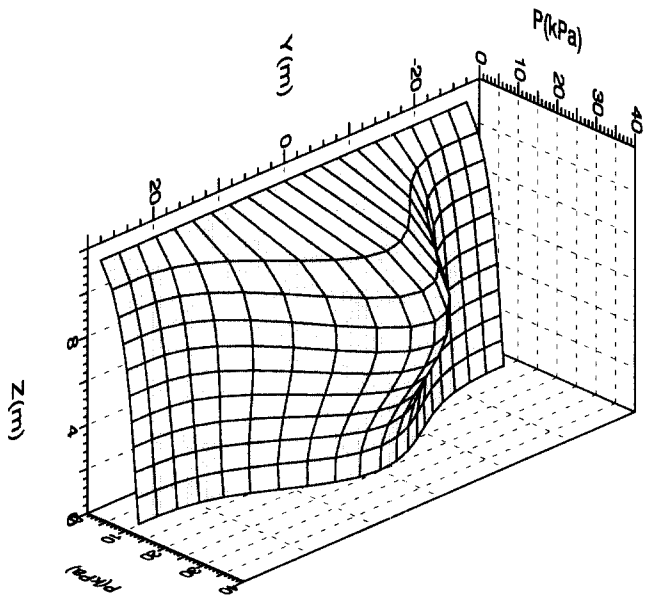


그림 6. 우측 장변 벽체의 수압 ( $V_s = 200\text{m/sec}$ )    그림 7. 배면 단변 벽체의 수압 ( $V_s = 200\text{m/sec}$ )

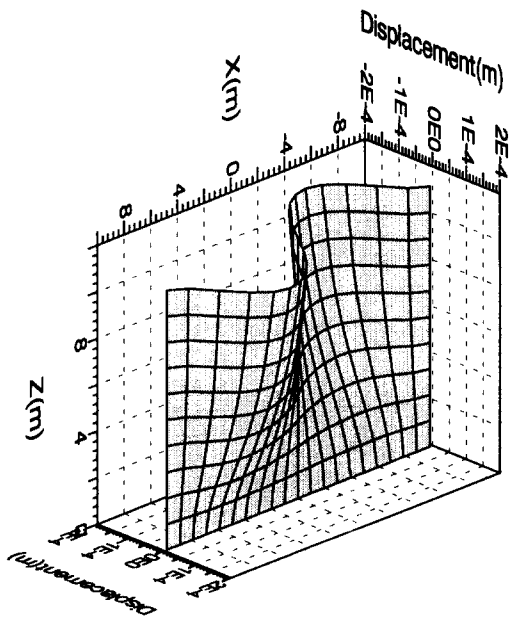
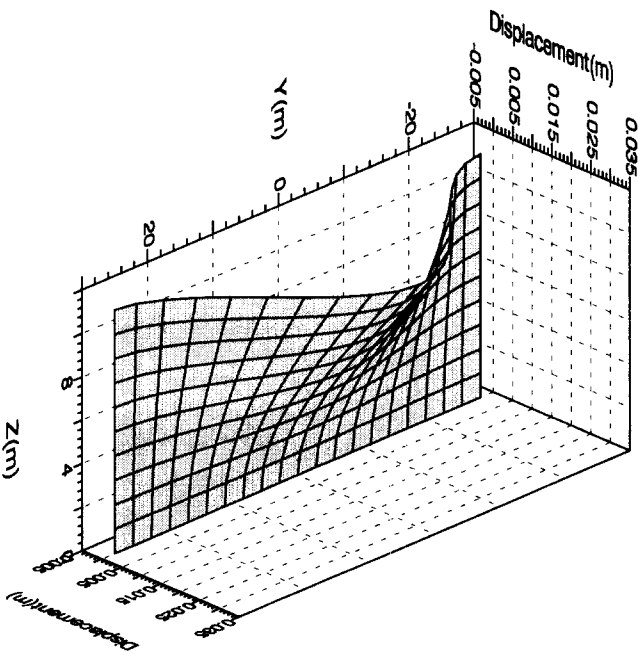


그림 8. 우측 장변 벽체의 변위 ( $V_s = 200\text{m/sec}$ )    그림 9. 배면 단변 벽체의 변위 ( $V_s = 200\text{m/sec}$ )

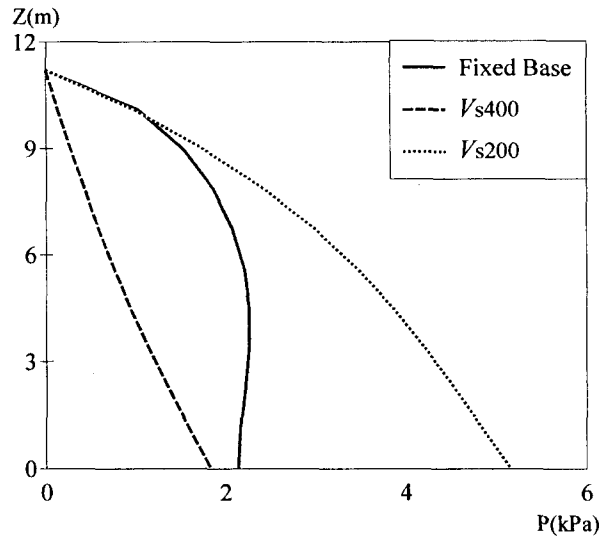
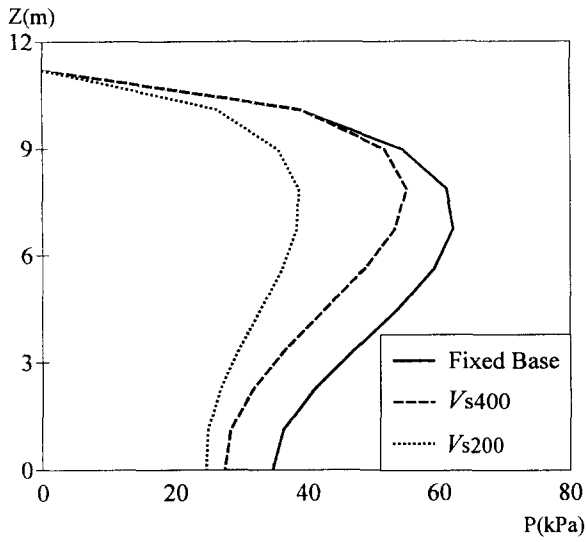


그림 10. 우측 장변 벽체 중앙의 수압분포      그림 11. 배면 단변 벽체  $x=L_x/2$ 에서의 수압분포

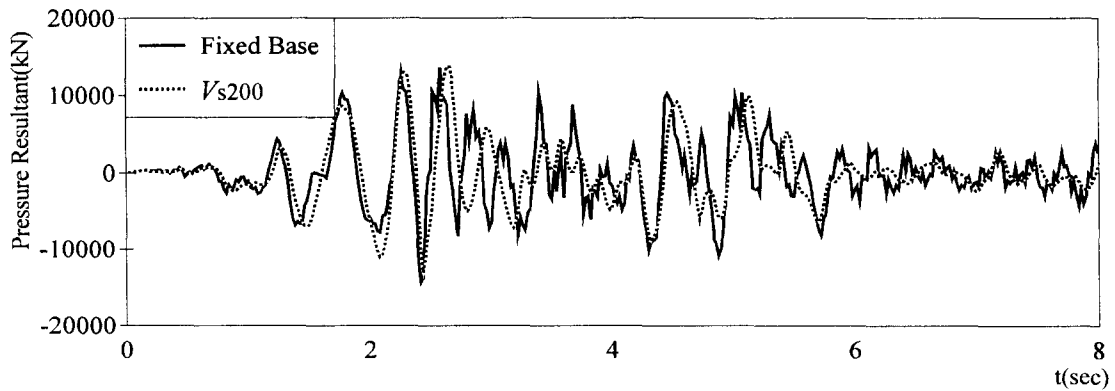
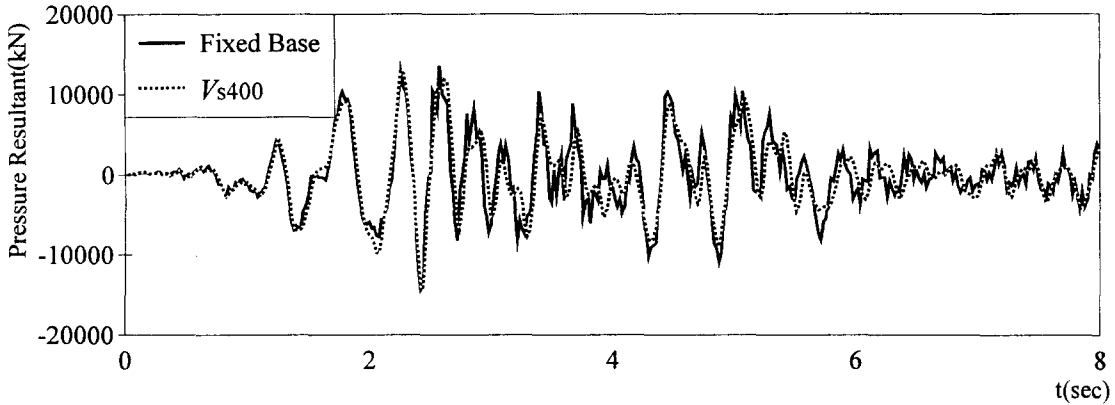


그림 12. 시간 변화에 따른 우측 장변 전체의 압력