

진상·지상 보상기를 고려한 반복제어계의 안정성 판별

Stability Criterion of Repetitive Control System Using Phase-Lead and Lag Compensator

서진호(부경대 대학원), 강병철(부경대 대학원), 김상봉(부경대 기계공학과)

Jin-Ho, Suh*, Byeong-Chul Kang*, Sang-Bong Kim**

* Graduate School, PUKYUNG National Univ.

** Department of Mechanical Eng., PUKYUNG National Univ.

Abstract

To design a control system, it is an elementary point that the stability of the system should be guaranteed. Also, the phase of the system plays an important role for its frequency performance. In this paper, we present two stability criterion of repetitive control system with phase-lead and lag compensator. First, the stability criterion for the servo control system with phase-lead and lag compensator is shown by using small-gain theorem. Second, for the repetitive control system with the compensator, the stability criterion, also, is determined by using small-gain theorem. Two stability criterions show the same results that the stability depends on a coefficient of the phase-lead and lag compensator under some condition in servo control system and repetitive control system.

Key Words : Stability Criterion(안정성 판별), Phase-Lead and Lag Compensator(진상·지상 보상기), Servo System(서보계), Repetitive Compensator(반복 보상기), Small Gain Theorem(스몰게인정리), Sensitivity Transfer Function(감도전달함수), Maximum Modulus Theorem(최대절대치정리)

1. 서론

제어계의 설계에 대하여 요구되는 사양은 (1) 안정성 (2) 정상특성 (3) 과도특성 (4) 강인성(Robustness)과 같이 크게 4가지로 나누어질 수 있다. 특히 (1)의 안정성은 제어계의 설계에 있어 가장 기본적인 사양이며, 이것은 평형점 근방의 임의의 초기상태부터 출발해서 궤적이 시간 무한대에서 평형점에 구속되는 것을 의미하는 내부안정성과 유계한 입력에 대해서 유계한 출력이 얻어지는 것을 보증하는 외부안정성(입출력안정성)으로 구분할 수 있다. 일반적으로 내부안정성보다 외부안정성이 약한 개념이다. 그리고 제어계는 대상 시스템에 외란의 모델을 포함한 서보보상기를 결합하여 구성된 확대계를 안정화하는 피드백제어계로 그 목적이 달성된다. 이때, 최적레귤레이터 이론을 이용하여 설계된 제어계는 최적서보계라고 불려지고 이와 관련하여 많은 연구가 행하여져 왔다^[1-6]. 특히 최적제어 문제에 위상진전과 뒤집을 고려해서 설계하는 방법을 제안했다. Anderson^[7-8] 등은 1차지연계만 고려했고, 일반적으로 주파수 특성을 가지는 하중함수에 대한 2차평가함수를 최소화 하는 제어계의 설계는 古田, 未長^[9]의 주파수 의존편차를 고려한 제어계 설계법이 있다.

본 연구에서는 古田, 未長^[9]의 제어 시스템 설계 알고리즘을 수정 제안한 서보계^[10]에 대하여 진상·지상 보상기를 고려한 내부안정성을 해석하였다. 특히 진상·지상 보상기의 각각의 계수들이 페루프 제어시스템의 내부안정성을 만족시키기 위한 충분조건에 대해 해석하고자 한다.

스텝입력에 대한 정상적인 추종(tracking) 또는 스텝외란의 소거를 위해서는 적분보상기를 페루프내에 만들 필요가 있다. 다시 말하면, 적분보상기를 만들어 페루프계를

안정화하면 정상편차없는 서보계가 실현된다. 그러나 이와 같은 적분보상기를 가지는 서보계에 정현파 입력을 가하면 원하는 추종성능은 얻어지지 않으므로 내부모델원리를 참고로 그것의 발생기구를 페루프내에 만들어 놓으면 된다. 이러한 내부모델 원리의 한가지 형태로서 주기함수를 발생시키는 제어기를 고려할 수 있으며 이를 반복보상기라고 하고 이 보상기를 만들어 넣으면 반복보상기는 제어 대상의 처짐에 비해 비교적 큰 지연시간을 가지고, 또한 정제환으로 구성되기 때문에 그때까지는 안정한 특성을 가지는 것이 곤란하게 된다. 그래서 안정한 계를 위하여 안정한 보상기를 삽입해야 하고 이러한 제어계를 반복제어계라고 한다. 본 논문에서는 이러한 반복제어계에 진상·지상 보상기를 고려한 반복제어계의 내부안정성을 판별하고자 한다.

2. 서보계에 대한 안정성 해석

서보계는 내부모델원리를 이용하고 있으므로 큰 의미에 있어서 반복제어계의 한가지 형태로서 볼 수 있다. 따라서 본 절에서는 古田, 未長^[9]의 서보보상기 설계알고리즘을 보다 명확히 하여 얻은 주파수 응답특성을 고려한 서보계 구성 알고리즘^[10]에 진상·지상 보상기를 고려한 경우의 안정성을 해석한다.

2. 1. 서보계 설계 알고리즘^[10]

Davison^[11]이 보였던 적분형 서보계의 구성문제들, 목표 입력과 외란이 각각 서로 다른 동차미분방정식으로 표현되는 경우로 일반화하고 오차함수에 하중함수를 가했을

경우에 대한 서보계 구성 알고리즘을 나타낸다.

가제어 가관측인 m 입력, l 출력의 n 차원 시스템을 다음과 같이 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \varepsilon \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

단, ε 는 n 차원의 외란입력벡터이다.

외란 ε 과 목표 입력 r 은 다음과 같은 동차 미분방정식으로 표현된다.

$$P_d(D)\varepsilon = 0 \quad (2)$$

$$P_r(D)y_r = 0 \quad (3)$$

단, D 는 미분연산자 $D = \frac{d}{dt}$ 를 의미한다.

오차함수에 다음과 같은 하중함수를 가하면,

$$\begin{aligned} w &= q(D)e \\ &= \frac{n(D)}{\delta(D)} e \end{aligned} \quad (4)$$

아래의 식과 같이 되며, 여기서 $n(D) = \sum_{i=0}^m b_i D^i$ 와 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \min\{i \mid CA^{i-1}B \neq 0\} \quad (5)$$

위의 식에서는 $\bar{\sigma}$ 에 대해 $\sigma \leq \bar{\sigma}$ 의 관계를 만족한다^[9]. 식(2)와 식(3)에서 $P_d(D)$ 와 $P_r(D)$ 의 최소공배 다항식을

$$\begin{aligned} P(D) &= l.c.m(P_d(D), P_r(D)) \\ &= D^{(q)} + \alpha_{q-1}D^{(q-1)} + \dots + \alpha_0 \end{aligned} \quad (6)$$

와 같이 정의한다.

$\delta(D)$ 는 $n(D)$ 및 $P(D)$ 와 기약(irreducible)이며, $P(D)$ 및 $\delta(D)$ 의 최소공배 다항식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} P_w(D) &= l.c.m(P(D), \delta(D)) \\ &= D^{(q)} + \beta_{q-1}D^{(q-1)} + \dots + \beta_0 \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)의 $P_w(D)$ 를 식(4)에 작용시키고, 그것을 식(5)의 관계에 적용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{z} = Nz + MP(D)x + LP(D)u \quad (8)$$

단, $z = [w \ w(1) \ \dots \ w(p-1)]^T$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_0 I & \dots & -\beta_{p-1} I & & \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ C^* \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ B^* \end{bmatrix} C^* = Cn(A), \quad B^* = \begin{cases} 0 & (\sigma < \bar{\sigma}) \\ b_i CA^{i-1} B & (\sigma = \bar{\sigma}) \end{cases}$$

식(1)에 $P(D)$ 를 작용시켜서 $P(D)\varepsilon = 0$ 의 관계를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(D)\dot{x} = AP(D)x + BP(D)u \quad (9)$$

식(8)과 식(9)를 이용하면 다음과 같은 확대계를 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= A_e x_e + B_e v \\ w &= C_e x_e \end{aligned} \quad (10)$$

단,

$$x_e = [P(D)x^T \ z^T]^T, \quad v = P(D)u$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ M & N \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B \\ L \end{bmatrix}$$

$$C_e = [0 \ [1 \ 0 \ \dots \ 0]]$$

앞의 식들을 이용하여 z , w 와 e 사이의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{z} = Nz + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} P(D)\delta(D)w = Nz + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} P(D)n(D)e \quad (11)$$

식(10)의 제어측(control law) v 를

$$v = Fx_e \quad (12)$$

와 같이 주어진다고 하고, 여기에 서보보상기 변수를 $\zeta = P(D)^{-1}z$ 와 같이 정의하면 다음과 같이 하중함수, 제어측 및 서보보상기로 구성되는 페루프제^[10]를 구성할 수 있다.

$$\dot{\zeta} = N\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \delta(D)w \quad (13)$$

위의 알고리즘은 다음과 같은 블록선도로 나타낼 수 있다.

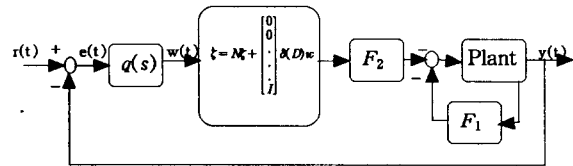


Fig. 1 서보계 블록선도

2.2 서보계에 대한 안정성 해석

2.1절에서 나타내어진 페루프제어계 Fig. 1을 다음과 같이 일반적인 시스템 Fig. 2와 같이 고려할 수 있다.

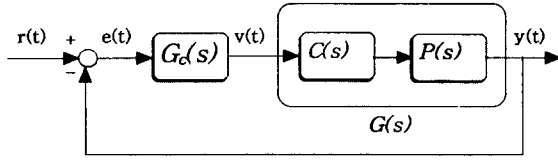


Fig. 2 일반적인 제어계 블록선도

여기서 $G(s) = P(s)C(s)$ 는 안정하다고 하며, 진상·지상 보상기 $G_c(s)$ 를

$$G_c(s) = \frac{k(s-b)}{s-a}, \quad \begin{cases} a, b < 0 \\ k > 0 \end{cases} \quad (14)$$

안정하다고 한다. 제어대상 $G(s)$ 와 진·지상 보상기 $G_c(s)$ 의 초기상태를 0으로 하여 Fig. 2의 제어계를 Laplace 변환하여 계산하면 다음과 같은 $E(s)$ 를 얻을 수 있다.

$$E(s) = R(s) + [G(s)\left(\frac{-k(s-b)}{s-a}\right)]E(s) \quad (15)$$

위의 식(15)에서 얻은 $E(s)$ 를 고려하면 Fig. 2의 등가블록선도를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

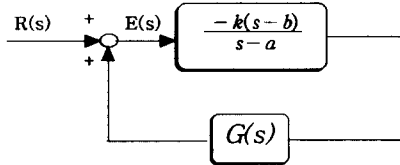


Fig. 3 Fig. 2의 등가블록선도

식(15)을 $E(s)$ 에 관하여 정리하면

$$E(s) = [I + \frac{k(s-b)}{s-a} G(s)]^{-1} R(s) \quad (16)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 위의 식(16)에서 감도전달함수 (sensitivity transfer function) $S(s)$ 를 나타내면

$$S(s) = [I + \frac{k(s-b)}{s-a} G(s)]^{-1} \quad (17)$$

과 같이 나타내어진다. 만약 Fig. 3에서 나타낸 폐루프계의 안정성을 검증하기 위해 식(17)에서 나타낸 감도전달함수 $S(s)$ 에서 유한한 입력 $R(s)$ 에 대해 유한한 $E(s)$ 가 출력으로 되면 폐루프시스템은 안정이라 할 수 있으며, 따라서 감도전달함수를 이용하여 안정성 해석이 가능하다.

먼저 $D(s)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$D(s) = I + \frac{k(s-b)}{s-a} G(s) \quad (18)$$

여기서, 식(18)의 $D(s)$ 는 폐우반평면내의 모든 s 에 대하여 정칙이어야 한다. 위의 식으로부터 임의의 입력 r 과

모든 복소수 s 에 대하여

$$\begin{aligned} \|D(s)r\| &= \|(I + \frac{k(s-b)}{s-a} G(s))r\| \\ &= \|r + \frac{k(s-b)}{s-a} G(s)r\| \end{aligned} \quad (19)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 단, $\|\cdot\|$ 는 표준 Euclidean norm 이다.

삼각부등식을 이용하여 식(19)을 다음과 같이

$$\|D(s)r\| \geq \|r\| - \|\frac{k(s-b)}{s-a} G(s)r\| \quad (20)$$

나타낼 수 있다. 또한 최대특이치(maximum singular value)정리와 유도된 norm의 부분곱셈 특징을 이용하여 식(20)의 우변항을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\frac{k(s-b)}{s-a} G(s)r\| &\leq \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a} G(s)] \|r\| \\ \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a} G(s)] &\leq \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a}] \sigma_{\max}[G(s)] \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)을 식(20)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \|D(s)r\| &\geq \|r\| - \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a} G(s)] \|r\| \\ &\geq \|r\| - \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a}] \sigma_{\max}[G(s)] \|r\| \\ &= (1 - \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a}] \sigma_{\max}[G(s)]) \|r\| \end{aligned} \quad (22)$$

으로 되며, 식(22)의 우측항에 최대절대치정리를 이용하여 나타내면

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}[\frac{k(s-b)}{s-a}] &\leq \sup_{\omega} \sigma_{\max}[\frac{k(j\omega-b)}{j\omega-a}] \\ &= \|\frac{k(j\omega-b)}{j\omega-a}\|_{\infty} \end{aligned} \quad (23)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 위의 식(23)에서 $\|\frac{k(j\omega-b)}{j\omega-a}\|_{\infty}$ 을 계산하면,

$$\frac{k(j\omega-b)}{j\omega-a} = \frac{(k\omega^2+ab)+j(b-k\omega)\omega}{\omega^2+a^2}$$

이므로

$$\begin{aligned} \|\frac{k(j\omega-b)}{j\omega-a}\|_{\infty} &= \sup_{\omega} \sqrt{\frac{(k\omega^2+ab)^2+(b-k\omega)^2\omega^2}{(\omega^2+a^2)^2}} \\ &= \sup_{\omega} k \sqrt{\frac{\omega^2+(\frac{b}{k})^2}{\omega^2+a^2}} \end{aligned} \quad (24)$$

으로 된다. 단, $K = k \sqrt{\frac{\omega^2+(\frac{b}{k})^2}{\omega^2+a^2}}$ 이다.

여기서 식(24)의 ∞ -노름(infinity norm)이 1보다 작기

위한 k 의 영역을 나타내면

- (i) $0 < k < \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = kh$
- (ii) $k = \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = k$
- (iii) $k > \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = k$

으로 된다. 여기서 $h = \sqrt{\omega^2 + (\frac{b}{k})^2}$ 이다.

또한 식(23)의 우변항중에서 $\sigma_{\max}[G(s)]$ 에도 최대절대치 정리를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{\max}[G(s)] \leq \sup_{\omega} \sigma_{\max}[G(j\omega)] = |G(j\omega)|_{\infty} \quad (25)$$

식(24)와 식(25)를 식(22)에 대입하면

$$|D(s)r| \geq (1 - \frac{k(j\omega - b)}{j\omega - a})_{\infty} \cdot |G(j\omega)|_{\infty} |r| \quad (26)$$

으로 되며, 여기서 다음식을 만족하는 적당한 $\epsilon > 0$ 가 존재한다면

$$|D(s)r| \geq \epsilon |r| > 0 \quad (27)$$

식(26)은 다음식을 만족하게 된다.

$$|\frac{k(j\omega - b)}{j\omega - a}|_{\infty} |G(j\omega)|_{\infty} < 1 - \epsilon \quad (28)$$

즉 small gain 정리를 만족하므로 폐루프제어계는 안정하다고 할 수 있다.

Theorem 1 : 안정한 진상지상 보상기 $G_c(s) = \frac{k(s-b)}{s-a}$, ($a, b < 0, k > 0$)를 가지는 서보제어계가 안정하기 위한 충분조건은,

$$|D(s)r| \geq \epsilon |r| > 0$$

을 만족하는 $\epsilon > 0$ 이 존재해야 하며, k 에 대하여 다음의 조건을 만족하여야 한다.

- (i) $0 < k < \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = kh$
- (ii) $k = \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = k$
- (iii) $k > \frac{b}{a}$: $\sup_{\omega} K = k$

단, $K = k \sqrt{\frac{\omega^2 + (\frac{b}{k})^2}{\omega^2 + a^2}}$ 이며, $h = \sqrt{\omega^2 + (\frac{b}{k})^2}$ 이다.

3. 진상·지상 보상기를 고려한 반복제어계의 안정성 판별

진상·지상 보상기 $G_c(s) = \frac{k(s-b)}{s-a}$, ($a, b < 0, k > 0$)와 반복보상기 e^{-Ls} 를 곱으로 해서 이루어진 내부모델

$$H(s) = [\frac{G_c(s)}{e^{-Ls} - G_c(s)} + d(s)]I_p$$

을 지닌 반복제어계를 생각해보자(Fig. 4).

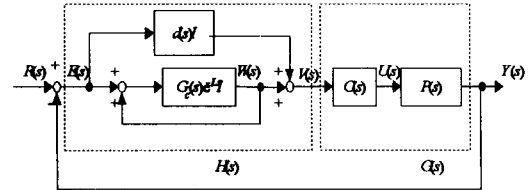


Fig. 4 진상·지상 보상기를 고려한 반복제어계

여기에서 $G(s) = P(s)C(s)$ 는 제어대상과 전치보상기의 전달함수 행렬의 곱으로써, $P(s)$ 와 $C(s)$ 의 사이에는 폐우반평면에서의 극영소거가 없는 것으로 한다. 또한 $R(s)$, $Y(s)$, $E(s)$ 는 각각 목표입력, 제어출력 및 오차의 Laplace 변환이며 $d(s)$ 는 적당히 안정하고 proper한 유리함수로 한다.

제어대상 $G(s)$ 와 지연요소 e^{-Ls} 의 초기상태를 0으로 하여 Laplace 변환을 계산하여 관계식들을 서로 대입하면

$$E(s) + d(s)G(s)E(s) + e^{-Ls}G_c(s) \cdot G(s)[I - G_c(s)e^{-Ls}]^{-1}E(s) = R(s) \quad (29)$$

으로 나타낼 수 있다. 식(29)의 양변에 $[I - G_c(s)e^{-Ls}]$ 를 곱하여 $E(s)$ 를 구하면

$$E(s) = G_c(s)e^{-Ls}[I + d(s)G(s)]^{-1}[I + (d(s) - 1)G(s)]E(s) + [I + d(s)G(s)]^{-1}[I - G_c(s)e^{-Ls}]R(s) \quad (30)$$

으로 되면, 식(30)을 고려하면 다음과 같은 Fig. 4의 반복제어계의 등가블록선도를 나타낼 수 있다.

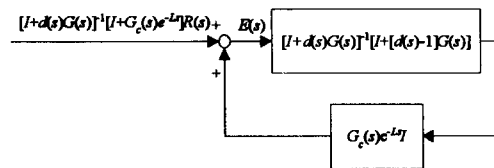


Fig. 5 Fig.4의 등가블록선도

small gain 정리에 의하면, 안정한 요소로 구성된 폐루프

계에 있어서 일순전달함수계인이 1보다 적으면 그 페루프계는 L^2 의 의미에서 임출력 안정, 즉 임의의 L^2 입력에 대해서 출력이 L^2 에 소속되는것이 보증된다^[14].

Lemma 1 : 반복제어계로 구성된 제어계가 안정하기 위한 충분조건은(즉, Fig. 4에서 $G_c(s)=1$ 로 가한 경우)

- (1) $(I + d(s)G(s))^{-1}G(s)$ 는 안정한 유리함수행렬 (31)
 (2) $\| (I + d(s)G(s))^{-1}[I + (d(s)-1)G(s)] \|_{\infty} < 1$ (32)
 이다.

만약 목표입력 $r(t)$ 가 주기함수인 것을 아래와 같이 생각하여 표기하고,

$$r_0(t) = L^{-1}[(1 - G_c(s)e^{-Ls})R(s)] \quad (33)$$

구간 $[0, 1]$ 이외에는 0이고, $[0, 1]$ 에서는 $r(t)$ 에 일치하는 것으로 가정하자. 이와 같은 $r(t)$ 의 전체를 $\varepsilon(L)$ 로 써서 표시하면, 이때의 $r_0(t)$ 도 2승가적분함수이다. 그러므로 $(I + d(s)G(s))^{-1}$ 이 안정이 되면, 입력부인 $[I + d(s)G(s)]^{-1}[I - G_c(s)e^{-Ls}]$ 도 L^2 에 속한다고 할 수 있다.

이것은 Lemma 1에서 나타낸 반복제어계와 동일한 결과를 나타내며, 함수 $d(s)$ 가 정수인 경우(특히 $d(s) = 1$ 인 경우), 스칼라계의 경우에는, $G(s)$ 의 벡터케적이,

- (i) $1 + j \cdot 0$ 를 중심으로 하는 반지름 1의 원의 내부
 ($d(s) = 0$ 의 경우)
 (ii) $1 + j \cdot 0$ 를 중심으로 하는 반지름 1의 원의 외부
 ($d(s) = 1$ 의 경우)
 (iii) 개우반평면내
 ($d(s) = \frac{1}{2}$ 의 경우)

에 존재하여야 한다. 그리고 임의의 ω 에 대하여

$$\begin{aligned} \| G_c(s)e^{-Ls}I \|_{\infty} &= \| G_c(s)e^{-\lambda(L\omega)}I \|_{\infty} \\ &= \| G_c(s) \|_{\infty} \end{aligned} \quad (34)$$

이 성립한다. 그러므로 식(32)과 식(34)에 의하여 진상·지상 보상기를 고려한 반복제어계에서도 서보계의 안정성과 같이 스물개인정리에 의하여 페루프계의 안정성이 해석되며, 이때 진상·지상 보상기 $G_c(s)$ 가 반복제어계의 안정성 판별에서도 서보계 안정성 판별에서 나타낸 Theorem 1과 같은 조건을 만족함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 古田, 未長^[9]의 제어계 설계 알고리즘을 수정 제안한 서보계 설계^[10]에 대해 진상·지상 보상기를 고려한 서보계의 안정성을 스물개인정리를 이용하여 판별하였고, 이러한 페루프계의 안정성은 진상·지상 보상기의 계수들에 의하여 결정될 수 있음을 나타내었다. 또한 진

상·지상 보상기를 고려한 반복제어계에서도 서보계의 안정성 해석과 같이 페루프계의 안정성이 판별됨을 보였다.

5. 참고문헌

- [1] Davison, E. J., "The Output Control of Linear Time Invariant Multivariable System with Unmeasurable Arbitrary Disturbances", IEEE Tran. Auto. Control, Ac-17, No. 5, pp. 423 ~ 427, 1987.
- [2] Furuta, K., "Alternative Robust Servo-Control System and Its Digital Control", Int. J. Control, Vol. 45, No. 1, pp. 183 ~ 194, 1987.
- [3] Johnson, C. D., "Accommodation of External Disturbances in Linear Reegulator and Servomechanism Problems", IEEE Trans. Auto. Control, AC-16, No. 6, pp. 635 ~ 644, 1971.
- [4] Wolovich, W. A. and Ferreira, P., "Output Regulation and Tracking in Linear Multivariable Systems", IEEE Trans. Auto. Control, Ac-24, No. 3, pp. 460 ~ 465, 1979.
- [5] Ackermann, J., "Design of Robust Controllers by Multi-Model Methods", 7th International Symposium on the Mathematical Theory of Networks and System" Stockholm, June 10 ~ 14, 1985.
- [6] 安田, 野原, 池田, "最適ロベトサーボ系の構成", 計測自動制御學會論文集, Vol. 24(8), pp. 817 ~ 822, 1988.
- [7] Anderson, B. D. O., Gibson, J. A. and Sirisena, H. R., "Phase Lag and Lead Weighting in Linear Quadratic Control", Optimal Control Applications & Methods, Vol. 6, pp. 249 ~ 263, 1985.
- [8] Anderson, B. D. O., Moore, J. B. and Mingori, D. L., "Relations between Frequency Dependent Control and State Weighting in LQG Problems", Optimal Control Applications & Methods, Vol. 8, pp. 109 ~ 128, 1987.
- [9] 古田, et al, "周波數依存偏差に基づくサボコントロラの設計", 計測自動制御學會論文集, Vol. 25, No. 4, pp. 406 ~ 410, 1989.
- [10] 김상봉, 박순실, "강인한 서보계설계와 R/C헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터 제어에의 응용", 대한기계학회 논문집, 제15권, 제2호, pp. 497 ~ 506, 1991.
- [11] William S. Levine, "The Control Handbook", IEEE Press, Vol. 1, pp. 526 ~ 528, 1996.
- [12] 中野道雄, et al, "繰返し制御", 計測自動制御學會, 1989.
- [13] John C. Doyle, Bruce A. Francis, Allen R. Tannenbaum, "Feedback Control Theory", 1992.
- [14] R. Hamming, "デジタルフィルタ", 第7章, 科學技術出版社, 1980.