

# 반구형 공기동압베어링의 정적 특성 및 설계

김승곤 · 김준영 · 최환영

삼성전자(주) 기술총괄 기반기술센타

## Static Characteristics and Design of Hemispherical Aerodynamic Bearing

S.G. Kim · J.Y. Kim · H.Y. Choi

**Abstract**-Static characteristics of hemispherical aerodynamic bearing is studied theoretically. In this paper nonlinear equation of second order considering compressibility and slip effect of air is calculated by Newton-Raphson method. Results indicate that axial load capacity has maximum value when the inclination angle of groove is about  $30^\circ$ , the ratio of groove clearance to ridge clearance is two. We also present the design method of hemispherical Aerodynamic bearing based on it's load capacity taking into account manufacturing and assembling viewpoint.

**Keywords** : Hemispherical, Aerodynamic Bearing, Grooved, Static load Capacity

### 1. 서론

#### 1.1 개요

최근의 정보기계(Computer Mechanics)제품의 고성능화가 진행됨에 따라 회전체와 베어링으로 이루어진 스피드-모터는 고속화, 고정도화, 우수한 진동특성 그리고 상품화를 위한 저가격화 등이 요구되고 있다.

이러한 고성능의 요구 조건들을 만족시키기 위해 일찍부터 일본 및 미국을 비롯한 선진 연구기관에서는 고속 스피드-모터용 Hydrodynamic Fluid/Air Bearing에 대한 연구와 개발이 왕성하게 이루어져 왔다. [1-3]

특히 디지털 복사기용 레이저 스캐닝모터의 경우 초고속 · 고성능화 추세이므로 Aerodynamic bearing의 수요를 창출 할 것으로 예견된다. 그림1은 이러한 추세를 베어링의 Map으로 표현한것이다.

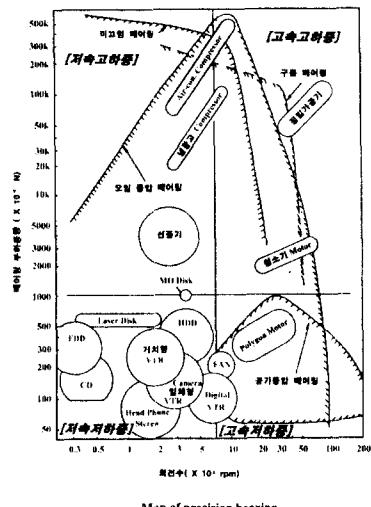


그림1 정밀 베어링의 사용특성

반구형 베어링은 반경방향 하중과 축방향 하중을 동시에 지지할 수 있기 때문에 레이저 스캐닝모터처럼 고속으로 회전하며 회전축이 수직인 회전계 지지에 장점이 있다.

본논문에서는 공기의 압축성과 slip effect를 고려한 비선형방정식을 수치해석하여 반구형 공기동압베어링의 정적 부하특성을 구했으며 그에 의한 설계방법을 제시하였다.

## 2. 해석

### 2.1 개요

반구형 공기동압베어링은 다음의 두 가지 유동에 의해 부하를 지지한다.(그림2 참조) 첫째는 서로 상대 운동하는 두 구면의 원주 방향으로 좁아지는 틈새에 따른 원형 유동에 의한 것이고, 둘째는 Groove의 Pumping 작용에 의해 원주로부터 중심으로 향하는 자오선 방향의 유동에 의해 축 방향 부하를 지지한다. 또한 자오선 방향의 유동은 원주 방향의 유동과 중첩되어 반경방향의 부하를 지지한다.

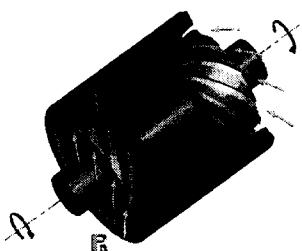


그림2 반구형 베어링의 작동 원리

### 2.2 이론해석

베어링 간극의 공기가 Isothermal이라 가정할 때 공기의 압축성을 고려한 질량유량 (mass flow rate)은 다음과 같다.

$$Q_\chi = -qP \left\langle A_1 \frac{\partial P}{\partial \chi} \cos \chi + B_1 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right. \\ \left. + \Lambda C_1 \cos^2 \chi + \varepsilon D_1 P \sin \zeta \cos \chi \right. \\ \left. + S E_1 (\theta_1 \dot{E} P + \theta_2 \dot{P}) \right\rangle$$

$$Q_\zeta = -qP \left\langle A_2 \frac{\partial P}{\partial \chi} \cos \chi + B_2 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right. \\ \left. + \Lambda C_2 \cos^2 \chi + \varepsilon D_2 P \sin \zeta \cos \chi \right. \\ \left. + S E_2 (\theta_1 \dot{E} P + \theta_2 \dot{P}) \right\rangle \quad (1)$$

식 (1)을 용이하게 다루기위해 좌표변환을 통하여 좌표계를 groove방향의 좌표계( $\xi$ ,  $\eta$ )로 변환시키기 위한 관계식은 다음과 같다.

$$\xi = \zeta - \frac{\tan \psi}{\sin \chi} \ln \left( \frac{1}{\cos \chi} \right) \quad (2)$$

$$\eta = \zeta + \frac{\cot \psi}{\sin \chi} \ln \left( \frac{1}{\cos \chi} \right)$$

그림3은 반구형좌표계와 groove좌표계의 상호 관계를 나타낸다.

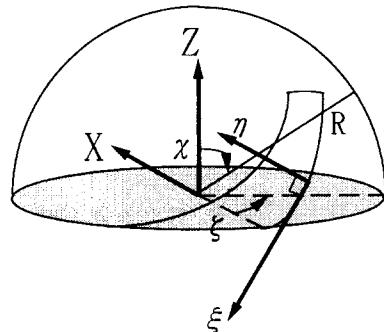


그림3 반구형 좌표계와 groove 좌표계

식 (2)로 변환된 질량유량을 이용하여 그림4와 같이 Groove-ridge pair로 이루어진 검사체적(control volume)에 질량보존법칙을 적용하여 반구형상 면의 압력분포를 나타내는 지배방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial \chi} \cos \chi + \frac{\partial Q_z}{\partial \zeta} \cos \chi \quad (3)$$

$$+ 2S\Lambda_o \frac{\partial Q_z}{\partial \tau} (\vartheta_o \varepsilon_2 P) \cos^2 \chi = 0$$

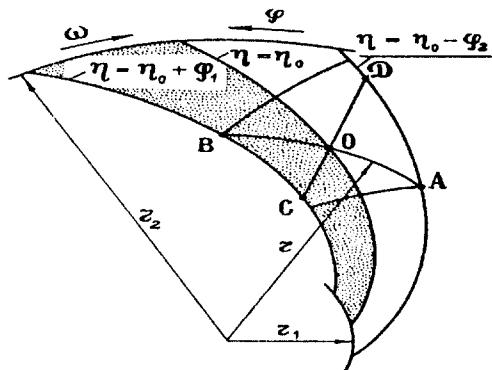


그림4 검사체적

또한 경계조건은 다음과 같다

$$p = p_a \quad \text{at} \quad \chi = \chi_o$$

$$p = p_a \quad \text{at} \quad \chi = \chi_2 \quad (4)$$

$$p = p' \quad \text{at} \quad \chi = \chi_1$$

여기서 상첨자 ‘\*’은 plane zone에서의 값을 나타낸다. 식 (1)을 식(3)에 대입하여 구한 2차의 비선형 Reynolds equation을 Newton-Raphson Method를 이용하여 선형화한후 압력분포를 계산하였다.

따라서 발생한 베어링부의 무차원 반력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_x^* = - \frac{j}{\pi} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \cos^2 \chi d\chi \int_0^{2\pi} P(\chi, \zeta) \cos \zeta d\zeta$$

$$F_y^* = - \frac{j}{\pi} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \cos^2 \chi d\chi \int_0^{2\pi} P(\chi, \zeta) \sin \zeta d\zeta \quad (5)$$

$$F_z^* = \frac{j}{\pi} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \cos \chi \sin \chi d\chi \int_0^{2\pi} P(\chi, \zeta) d\zeta$$

상기 수치해석의 순서도(flow chart)는 다음과 같다.

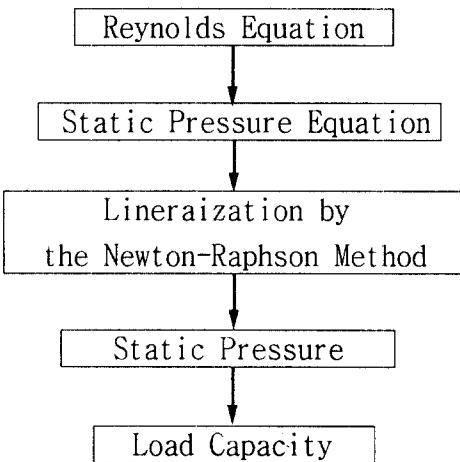


그림5 순서도

### 2.3 결과 및 고찰

우선 수치해석 결과의 타당성을 검증하기 위해 SATO와 TAMURA[3]의 정특성 해석 결과와 비교하였다. SATO와 TAMURA는 많은 수의 groove를 갖는 반구형 공기동압베어링을 반경방향으로 중심위치에 있을 때 축방향 미소 변위에 대해 perturbation Method를 이용하여 해석하였다. 그림6은 축방향 편심율( $\varepsilon_z$ )이 0일때 groove의 profile 각도( $\chi_1$ )의 변화에 따른 무차원 축방향하중( $F_z^*$ )의 변화를 비교하였다.

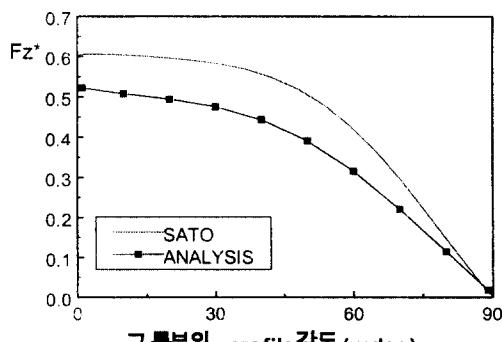


그림6  $\chi_1$ 의 변화에 따른  $F_z^*$

본 해석 결과 SATO와 TAMURA의 해석 결과 보다 작은 값을 나타내는데, 이는 본 해석에서 knudsen number에 따른 공기의 slip 현상을 고려했기 때문이라 생각되며, 따라서 본 해석 방법의 타당성이 간접적으로 입증된다.

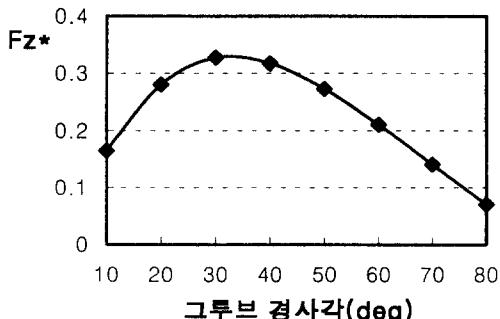


그림7  $\psi$ 의 변화에 따른  $F_z^*$

그림7은 groove의 경사각( $\psi$ )에 따른  $F_z^*$ 를 나타낸다.  $\alpha=30^\circ$  부근에서  $F_z^*$ 가 최대임을 확인할 수 있다.

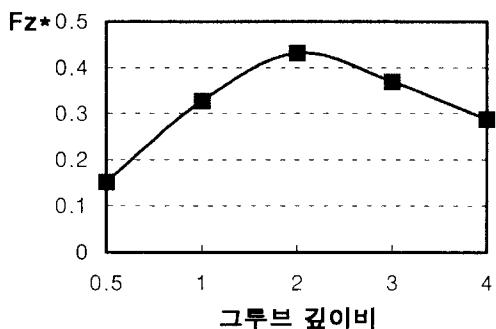


그림8 H의 변화에 따른  $F_z^*$

그림8은 groove와 ridge의 간극비(H)의 변화에 따른  $F_z^*$ 를 나타낸다.  $Hg=2$ 에서  $F_z^*$ 가 최대임을 확인할 수 있다

### 3. 베어링 설계

#### 3.1 설계 flow

반구형 공기동압 베어링의 설계 인자 중 부하용량(load capacity)에 큰 영향을 미치는 변수가 중요설계 인자로서 다음과 같다.

- Radius of Hemisphere
- Clearance
- Inclined angle of groove
- Depth of groove

이중 반지름이 커질 수록 베어링 작용면이 증가하므로 베어링의 부하용량은 증가할 수 있으나, 베어링이 적용되는 회전계의 구조에 제약을 받으므로 무조건 크게 설계할 수 없다. 틈새는 작을 수록 부하용량이 증가하지만, 반면에 진구도(Out of sphericeness) 등의 형상공차와 표면조도를 보다 정밀하게 관리해야 하므로 베어링의 단가를 상승시키며 조립을 어렵게 하는 요인으로 작용하게 된다. 따라서 본 설계에서는 베어링의 가공성과 조립성을 주된 지표로 하여 설계하였다. 즉 회전계에 적용 가능한 최대의 반지름을 정함으로써 부하용량의 설계 마진을 확보하고, 이 설계 마진을 이용하여 틈새, 그루브의 경사각, 그루브의 깊이의 제작 가능한 공차를 정하고, 이를 공차 범위에서 발생할 수 있는 최소의 부하용량이 베어링에 요구되어지는 최대 부하용량을 만족하도록 설계하였다.

#### 3.2 레이저 스캐닝모타용 반구형 공기동압 베어링의 설계

회전부의 자중은 33gf이며, 안전율(safety factor)3을 곱한 값을 베어링이 요구하는 최대 부하용량(100gf)으로 하여 고속회전시 발생하는 windage loss등의 추가하중을 베어링 정하중의 개념에 포함시켜 베어링이 지지해야 할 하중으로 정했다. 반구의 반지

름을 6.2mm로 하였으며 그루브의 경사각과 그루브의 깊이 변화에 따른 축방향의 최대 베어링 반력과 반경방향의 최대 베어링 반력을 그림9와 그림10에 나타내었다.

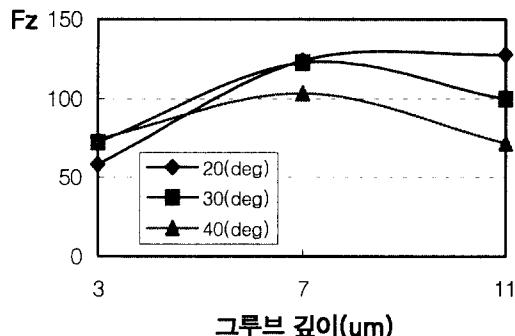


그림9 h와  $\psi$ 의 변화에 따른  $F_z$

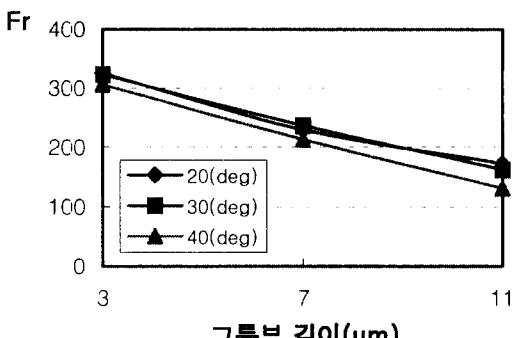


그림10 h와  $\psi$ 의 변화에 따른  $F_r$

그림9와10에 의하여 그루브의 깊이는  $7 \pm 4 \mu\text{m}$ 으로, 그루브의 경사각은  $30^\circ$ 로 설계하였다. 그 밖의 설계인자는 표1과 같다. 상기의 설계인자를 가지는 베어링의 축방향과 반경방향의 편심율에 따른 Load capacity를 그림11과 그림12에 나타내었는데, 이들 그림에서 볼 수 있듯이 베어링의 minimum clearance에서 요구되어진 최대 부하용량을 만족시킴을 확인하였다.

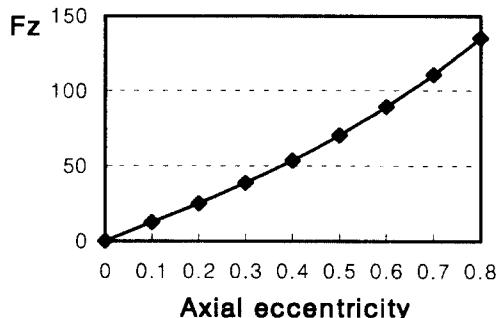


그림11 축방향 편심율의 변화에 따른  $F_z$

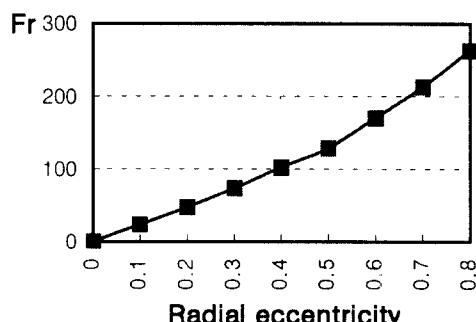


그림12 반경방향 편심율의 변화에 따른  $F_r$

표1 반구형 공기동압베어링의 설계 인자

항 목	Spec.
Radius of hemisphere	6.2 mm
Clearance	$3.5 \pm 0.5 \mu\text{m}$
Depth of groove	$7 \pm 4 \mu\text{m}$
Inclined angle of groove	$30^\circ$
Number of groove	10
Relative width of groove	0.5
angle of pole	$42^\circ$
profile angle of groove	$48^\circ$
maximum coverage angle	$90^\circ$

#### 4. 결론

- (1) 공기의 압축성과 베어링 틈새와 공기분자사이의 거리의 비에 따른 Sliding Effect를 고려한 2차의 비선형 Reynolds equation을 수치해석하여 반구형 공기동압베어링의 정적 부하특성을 해석하였다.
- (2) 그루브의 profile 각은 0일 때, 그루브 경사각은  $30^\circ$  부근에서, 그루브 깊이비는 2에서 베어링의 축방향 반력이 최대임을 확인하였다.
- (3) 반구형 공기동압 베어링의 축방향, 반경방향 부하특성과 베어링의 가공성과 조립성을 고려한 설계 방법을 제시하였다.

#### 참고문헌

1. J. Bootsma, "Spherical and Cornical Spiral Groove Bearing-Part1 & Part2", Journal of Lubrication Technology, April, 1975, pp.236-249
2. S. Murata, Y. Miyake and N. Kawabata, "Exact Two-Dimensional Theory of Spherical Spiral Groove Bearing", Journal of Lubrication Technology, October, 1980, pp.430-438
3. Y. Sato, H. Nikino and A. Tamura, "Characteristics of Gas-Lubricated Spherical Spiral Groove Bearings", Journal of JSLE International Edition, 1984, pp.53-58
4. Burgdorfer. A., "The Influence of the Molecular Mean Free Path on the Performance of Hydrodynamic Gas-Lubricated Bearings," J. of Basic Eng., Trans. ASME, Series D, Vol. 80, 1959, pp94-100

#### APPENDIX

위 수식에 적용된 변수는 다음과 같다.

$$\rho = \frac{e_p}{c}, \quad \epsilon = \frac{e_e}{c}$$

여기서  $c$ 는 clearance이고,  $e_p$ 는 축방향(Z방향) 편심량을,  $e_e$ 는 반경방향 편심량(XY방향)을 의미한다.  $\rho, \epsilon$ 는 각각 무차원 축방향과 반경방향 편심률이다.

$$\gamma_o = \frac{a}{c_o + a}, \quad \Lambda_o = \frac{6\mu\omega R^2}{p_a c_o^2}$$

여기서  $c_o$ 는 nominal clearance이고  $\gamma_o$ 는 normalized depth of groove이다.  $a$ 는 depth of groove이고  $\Lambda_o$ 는 compressibility number,  $p_a$ 는 대기압,  $\mu$ 는 공기의 동점성 계수를 의미한다.

$$m = \frac{l_a}{c_o}, \quad v_o = 1 - \gamma_o$$

여기서  $m$ 은 normalized Knudsen number이고,  $l_a$ 는 공기의 molecular mean free path를 의미한다.

$$g = \rho \sin \chi - \epsilon \cos \chi \cos \zeta$$

여기서  $g$ 는 dimensionless thickness of gas layer를 의미한다. 이와 같은 관계식을 사용하여 다음을 정의한다.

$$\epsilon_1 = 1 + \gamma_o g, \quad \epsilon_2 = 1 + g,$$

$$\gamma = \frac{\gamma_o}{\epsilon_1}, \quad v = 1 - \gamma$$

$\epsilon_1$ 은 groove의 무차원 gas layer thickness를 의미하고,  $\epsilon_2$ 는 ridge의 무차원 gas layer thickness를 의미한다.

$$\dot{E} = \frac{d\rho}{dt} \sin \chi - (\epsilon \frac{d\phi}{dt} \sin \zeta + \frac{d\epsilon}{dt} \cos \zeta) \cos \chi$$

이고, 여기서  $\varphi$ 는 XY면상의 압력에 의한 Resultant Force와 X축이 이루는 각을 의미한다.

$$\Lambda_\varepsilon = \frac{\pi\Lambda}{nP} \sin^2 \psi \cos^2 \chi$$

여기서  $\Lambda_\varepsilon$ 는 local dynamic parameter를 의미한다.  $n$ 은 groove의 갯수를  $\psi$ 는 groove의 경사각을 의미한다.  $\Lambda$ 는 dynamic parameter로서 compressibility number와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Lambda_\varepsilon = \Lambda_o \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}$$

다음과 같은 수식을 정의하면,

$$S_1 = 2\alpha_1 \frac{m}{\varepsilon_2 P}, \quad S_2 = 2\alpha_2 \frac{m}{\varepsilon_2 P}$$

$$\alpha_1 = 1.1466, \quad \alpha_2 = 1.7018$$

이고,

$$\sigma_1 = \frac{1}{1 + 3\nu S_1 (1 + \nu S_2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{1 + 3S_1 (1 + \nu S_2)}$$

이다.

상기와 같은 정의를 이용하여 다음을 구할 수 있다.

$$\beta = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad \beta_o = \beta \nu^3,$$

$$\delta = \beta(1 - \alpha)\nu^2,$$

$$\lambda_1 = 1 + \delta \Lambda_\varepsilon, \quad \lambda_o = \beta \nu^2 \frac{\Lambda_\varepsilon}{3\varepsilon_1 \lambda_1}$$

$$\theta_o = \alpha + \frac{1 - \alpha}{\nu}$$

$$\theta_1 = (1 - \alpha) + \beta_o \alpha$$

$$\theta_2 = \alpha + \beta_o (1 - \alpha)$$

$$\theta_3 = \alpha^2 - \beta_o (1 - \alpha)$$

$$\theta_4 = \alpha^2 - \delta (1 - \alpha)$$

$$\theta = \frac{3 + \alpha(\alpha + \delta)\Lambda_\varepsilon + \delta\theta_4 \Lambda_\varepsilon^2}{3\theta_2 + (\alpha + \delta)\Lambda_\varepsilon + \delta(\alpha^2 - \nu\delta^2)\Lambda_\varepsilon^2}$$

$$\Delta_1 = \alpha^2 (\theta - 1)$$

$$\Delta_2 = \beta_o (1 - \alpha)^2 \theta$$

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$$

$$q = \frac{\varepsilon_2^3}{\sigma_1 \nu^3}$$

$$\eta_o = 1 - \beta_o \theta$$

$$\eta_1 = \theta_1 - \beta_o \theta$$

$$\eta_2 = (1 - \alpha) \lambda_1 + 2(1 - \theta) \theta_2$$

$$\eta_3 = \lambda_1 \Delta$$

$$\eta_4 = \lambda_1 (\nu \Delta_1 - \Delta_2)$$

$$\theta_o = j \left( 1 - 2kS \frac{d\varphi}{dt} \right) - \sin^2 \psi$$

$$\theta_1 = \lambda_o \nu [ (1 - \alpha) \eta_2 + \eta_3 ]$$

$$\theta_2 = \lambda_o \varepsilon_2 [ (1 - \alpha) \eta_1 + \eta_{42} ]$$

$$\theta_3 = \delta \gamma [ \eta_o - \lambda_o \varepsilon_2 ( \eta_2 - \lambda_1 \nu \delta \theta ) ]$$

여기서

$$S = \frac{\omega_1}{\omega}$$

$\alpha$ 는 relative width of ridge이다.  $\omega_1$ 은 베어링 회전부의 주기적인 움직임을 나타내

는 주파수(frequency)이고,  $\omega$ 는 회전속도이다.  $i, j, k$ 는 -1과 1의 두 값중 어느 한 값을 지닌다.  $i$ 는 그루브방향이 오른나사 방향이면 +1을 반대이면 -1을 지니며,  $j$ 는 groove가 없는 부분이 회전하면 +1, groove가 있는 부분이 회전하면 -1을 부여한다.  $k$ 의경우 회전부가 반시계방향으로 회전하면 +1, 시계방향으로 회전하면 -1을 부여한다.

따라서 식(1)의 계수는 다음과 같다.

$$A_1 = \beta_o \theta + \eta_1 \sin^2 \psi + \theta_2 \cos^2 \psi$$

$$B_1 = i(\eta_1 \sin^2 \psi + \theta_o \theta_2) \cot \psi$$

$$C_1 = -ijk\theta_3 \sin \psi \cos \psi$$

$$D_1 = iD_2 \cot \psi$$

$$E_1 = iE_2 \cot \psi$$

$$A_2 = i(\theta_2 - \eta_1) \sin \psi \cos \psi$$

$$B_2 = \theta_o \theta_2 - (\beta_o \theta + \eta_1 \cos^2 \psi)$$

$$C_2 = \beta_o \theta_o \left( k - 2S \frac{d\phi}{dt} \right) - jk\theta_3 \sin^2 \psi$$

$$D_2 = (2j-1)\theta_1$$

$$E_2 = 2jk$$

그밖에 부차원변수는 다음과 같다.

$$H = \frac{c+\alpha}{c} \quad (\text{groove와 ridge의 간극비})$$

$$P = \frac{p}{p_a} \quad (\text{무차원 압력})$$