

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad |q_j|^2 = q_j^T q_j \\ & \quad = \mathbf{P}^T \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\Phi}_j^T \boldsymbol{\Phi}_j \mathbf{Q} \mathbf{P} \\ & \text{subject to} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_R^T \mathbf{Q} \mathbf{P} = 0$$

위 식에서 $\boldsymbol{\Phi}_R = [\boldsymbol{\phi}_1, \dots, \boldsymbol{\phi}_N]$ 은 j 번째 모드 벡터만을 제외한 $N-1$ 개의 모드 벡터로 이루어진 모달 행렬이다. 그런데, 식 (12)의 구속 조건을 만족하는 이득분포 \mathbf{P} 는 행렬 $\boldsymbol{\Phi}_R^T \mathbf{Q}$ 의 영공간(null space) 안에 존재하게 되므로 \mathbf{P} 는 식 (13)과 같이 영공간의 저차의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\phi}_i \alpha_i = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\alpha} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} m &= \text{nullity of } \boldsymbol{\Phi}_R^T \mathbf{Q} \\ \boldsymbol{\Psi} &= [\boldsymbol{\phi}_1, \dots, \boldsymbol{\phi}_m] = \text{basis of } N(\boldsymbol{\Phi}_R^T \mathbf{Q}) \\ \boldsymbol{\alpha} &= [\alpha_1, \dots, \alpha_m] \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)과 같이 \mathbf{P} 를 표현하면 \mathbf{P} 는 항상 식 (12)의 구속조건을 만족하게 되므로 구속조건이 있는 최적화 문제 (12)을 식 (15)와 같은 구속조건이 없는 최적화 문제로 변환할 수 있게 된다.

$$\text{maximize} \quad \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\Phi}_j^T \boldsymbol{\Phi}_j \mathbf{Q} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\alpha} \quad (15)$$

여기서 $\mathbf{P} = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\alpha}$ 의 크기에 제한을 두지 않으면 위 최적화 문제에서 $\boldsymbol{\alpha}$ 의 크기가 증가할수록 목적함수의 값도 증가하므로 다음과 같은 제한 조건을 둔다.

$$\|\mathbf{P}\|^2 = \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\alpha} = 1 \quad (16)$$

식 (15)와 식 (16)으로 이루어진 구속 조건이 있는 최적화 문제의 해는 Rayleigh의 정리[6]로부터 식 (17)의 고유치 문제를 풀어서 얻을 수 있는 최대 고유치 λ_{\max} 에 해당하는 고유 벡터 $\boldsymbol{\alpha}_{\max}$ 이다.

$$(\boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\Phi}_j^T \boldsymbol{\Phi}_j \mathbf{Q} \boldsymbol{\Psi}) \boldsymbol{\alpha} = \lambda (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi}) \boldsymbol{\alpha} \quad (17)$$

식 (13)으로부터 식 (12)로 표현되는 최적화 문제의 해, 즉 j 번째 모드에 대한 모달 감지기로 작동하기 위해 요구되는 최적이득분포 \mathbf{P} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{P} = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\alpha}_{\max} \quad (18)$$

다중 모드에 대한 모달 감지기는 목적이 되는 각각의 모드에 대한 최적이득분포를 위의 방법으로 구한 후 각각의 최적이득분포를 적절히 선형결합함으로써 구현할 수 있다.

이와 같이 유한요소법을 이용하면 임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2 차원 구조물에서 모달 감지기 구현을 위해 필요한 분극강도분포를 계산할 수 있다.

4. 유한개의 이득을 이용한 모달 변환기 설계

식 (18)에 의해 계산된 최적이득분포를 실제 압

전 변환기에 구현하는 방법으로는 압전 필름을 재분극(repoling)하여 분극강도분포를 조절하는 방법이 있으나, 이는 실제 구현하기가 쉽지 않다. 본 연구에서는 2 차원 구조물에서 모달 감지기를 구현할 수 있는 실용적인 방법으로 일정한 분극강도분포를 가지는 압전 필름의 공간상 영역분할과 각 영역으로부터의 신호에 대한 이득 및 압전 필름의 적층각을 최적화하여 모달 감지기를 설계하는 방법을 제안하였다. 이는 수학적으로 연속적인 값을 가지는 함수를 몇 개의 이산화된 값으로 근사화하는 과정으로 설명할 수 있다.

4.1 최적화 과정

Fig. 1 과 같이 알루미늄과 압전 필름으로 구성된 평판 구조물의 1-4 차 모드에 대한 모달 감지기를 압전 필름의 적층각은 0° 로 고정된 상태에서 전극 형상 및 각 영역에 대한 이득을 최적화하여 설계하였다.

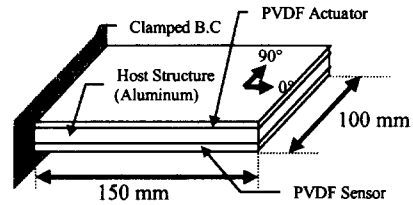


Fig. 1 Construction of specimen

모드축약 시 저차의 8 개 모드만을 고려하였다. 최적화 과정에서 사용된 성능지수는 식 (19)와 같다.

$$PI = \frac{\min(\boldsymbol{\Phi}_c^T \mathbf{Q} \mathbf{P})}{\max(\boldsymbol{\Phi}_{uc}^T \mathbf{Q} \mathbf{P})} \quad (19)$$

위 식에서 $\boldsymbol{\Phi}_c^T \mathbf{Q} \mathbf{P}$, $\boldsymbol{\Phi}_{uc}^T \mathbf{Q} \mathbf{P}$ 는 각각 제어 모드인 1-4 차 모드들과 비제어 모드인 5-8 차 모드로부터 유도되는 전하량이다.

다음과 같은 최적화 과정을 통해 위 성능지수를 최대화 하였다.

Step 1

식 (18)을 이용하여 1-4 차 모드에 대한 모달 감지기를 구현하기 위한 최적이득분포를 구한다.

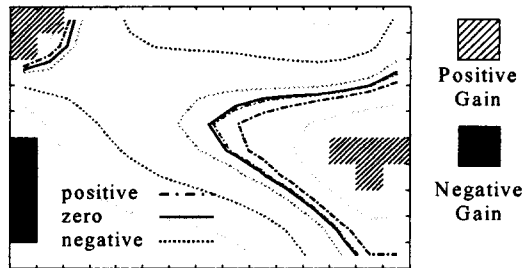


Fig. 2 Optimal gain distribution and initial selection of segments

계산된 최적이득분포를 Fig. 2에 등고선도로 나타내었다.

Step 2

설계시 사용되는 이득의 개수에 따라 최적이득 분포로부터 영역의 초기형상 및 각 영역에 대한 이득의 초기값을 결정한다. 본 연구에서는 양, 음 및 0의 세 개의 이득을 사용하였다. 적절한 초기 영역의 설정을 위하여 최적이득분포로부터 양의 값을 갖는 부분의 평균이득 m_p 와 표준편차 σ_p 를 구하였고, 음의 이득분포를 갖는 영역에 대하여도 마찬가지로 m_n 와 σ_n 을 구하였다. 양의 이득이 적용되는 영역은 최적이득분포가 $m_p+2\sigma_p$ 보다 큰 부분을, 음의 이득이 적용되는 영역은 최적이득분포가 $m_n-2\sigma_n$ 보다 작은 영역을 각각의 초기영역으로 설정하였다. 또한 양의 이득의 초기값은 m_p 으로, 음의 이득의 초기값은 m_n 으로 결정하였다. 각 영역의 초기형상은 Fig. 2에 나타내었고, 각 영역에 대한 초기이득비(양의 이득 과 음의 이득의 비율) 및 각 모드별 유도 전하량은 Table 1과 같다.

Step 3

초기영역에 속하지 않는 부분, 즉 각 초기영역의 경계에 위치한 영역이 어느 쪽에 포함될지를 선택하여 영역분할을 결정한다.

Step 4

Step 3에서 결정된 각 영역에 대해 성능지수 식 (19)를 최대화 하도록 각각의 이득을 최적화한다. 이득의 최적화시 사용한 알고리즘은 **simplex search method** 이고, 초기치는 Step 2에서 계산한 값을 사용한다. 양과 음의 이득을 사용하는 경우 두 이득의 절대적 크기보다 두 이득의 비가 중요하므로 양의 이득은 1로 고정하고 음의 이득만을 변화시켜가며 최적 이득을 결정하였다.

Step 5

Step 3에서 초기영역에 포함되지 않은 부분을 어느 영역에 포함시킬지를 결정함에 있어 다양한 조합이 가능하다. 따라서 초기영역으로부터 Step 3와 Step 4를 반복하며 성능지수를 최적화하는 영역 분할 및 그에 해당하는 최적이득을 구한다. 다양한

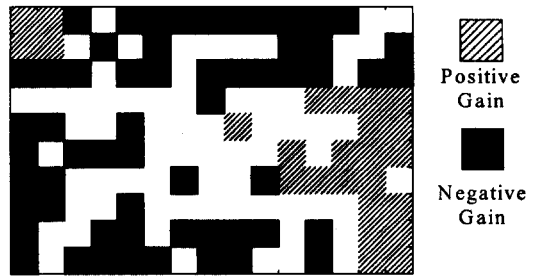


Fig. 3 Optimized segments partition for mode 1-4 sensor (Lamination angle 0°)

영역분할로부터 최적영역분할을 찾는 과정에는 이러한 조합문제에 적합한 유전자 알고리즘[7]을 사용하였다.

Fig. 3은 위의 방법을 통해 최적화된 모달 감지기의 영역분할이고, Table 1에 각 영역에 대한 최적화된 이득비 및 각 모드별 유도 전하량을 나타내었다.

4.2 적층각의 효과

압전필름은 전기적으로 이방성이므로, 같은 형상의 변형에 대하여 유도되는 전하량의 분포는 압전필름의 적층각에 따라 변하게된다. 따라서 적층각에 따라 최적화된 모달 감지기의 영역분할 및 이득도 변하게된다. Table 2에 적층각을 각각 15°, 30°, 45°로 고정한 후 4.1절의 최적화 과정을 통해 얻은 각 압전 감지기의 성능지수, 모드별 유도 전하량 및 이득비를 나타내었다. (0°에 관한 결과는 Table 1 참조)

Table 1과 2로부터 적층각이 15°일때 가장 좋은 성능을 나타냄을 알 수 있다. Fig. 4에 적층각이 15°인 경우의 최적화된 영역분할을 나타내었다

가장 좋은 성능을 보이는 적층각 15°의 경우에 대하여 수치 모사를 통해 주파수 응답 특성을 확인하였다. Fig. 5는 Fig. 4에 표시된 부분을 충격 가진하는 경우 최적화된 감지기의 주파수 응답함수이다.

Table 1. Performance of initial and optimized modal sensor

	Initial	Optimized
mode 1	1.8103e-8	2.2254e-4
mode 2	1.0342e-7	1.7382e-4
mode 3	-1.0388e-7	4.8023e-4
mode 4	3.2104e-7	3.7312e-4
mode 5	-2.3203e-7	1.5149e-6
mode 6	4.0385e-8	-1.1508e-6
mode 7	6.2847e-7	1.5149e-6
mode 8	1.7470e-7	4.5790e-7
Performance Index	0.028805	114.74
Gp/Gn	-0.74416	-0.68035

Table 2. Performance of optimized modal sensors

Lamination angle	15°	30°	45°
mode 1	1.5824e-4	6.5262e-5	6.3261e-5
mode 2	1.2894e-4	1.2659e-4	7.8065e-5
mode 3	1.0445e-4	3.1479e-4	8.0847e-5
mode 4	1.6595e-4	2.4542e-4	1.4379e-4
mode 5	3.7834e-7	-2.8890e-7	-2.2802e-7
mode 6	-4.5403e-7	5.1082e-7	1.1613e-6
mode 7	4.5403e-7	5.1082e-7	-9.7319e-7
mode 8	-7.7882e-8	1.4350e-7	-1.1613e-6
Performance Index	230.05	127.76	54.47
Gp/Gn	-2.1247	-0.9424	-1.0119

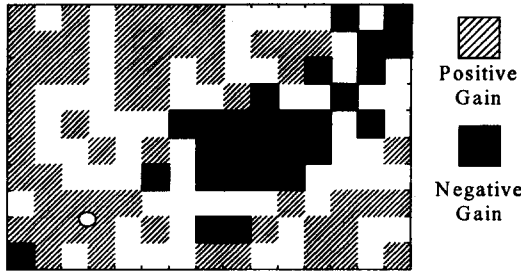


Fig. 4 Optimized segments partition for mode 1-4 sensor (Lamination angle 15°)

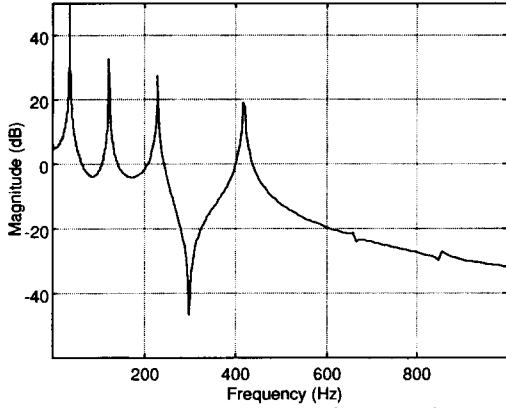


Fig. 5 Frequency response of optimized sensor (Lamination angle = 15°)

위 주파수 응답함수로부터, 설계된 모달 감지기가 1-4 차 모드로부터의 신호에는 잘 반응하는 반면 5 차 이상의 모드로부터의 신호에는 거의 반응하지 않음을 알 수 있다.

4.3 인터페이스 회로

앞 절에서 계산된 최적이득을 실제 구현하기 위하여 0의 이득이 적용되는 부분은 유효전극을 제거하였고, 양의 이득 및 음의 이득이 필요한 부분은 각각 전기적으로 연결한 후 압전필름의 외부에 연결된 인터페이스 회로를 이용하였다. Fig 6은 인터페이스 회로의 구성도이다.

Fig. 6에서 i 번째 영역에서 발생하는 전하 q_i 는 전하 증폭기를 통하여 전압 신호로 변환되고, 이

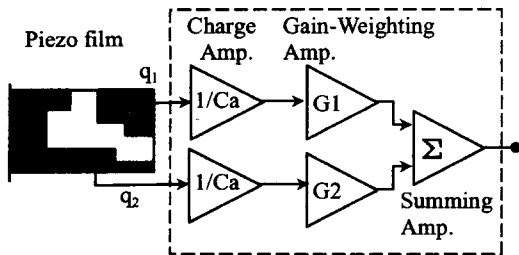


Fig. 6 Interface circuit

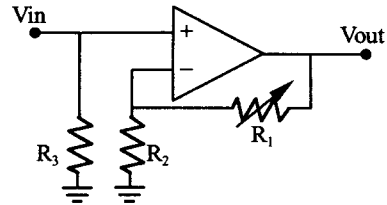


Fig. 7 (a) Non-inverting amplifier

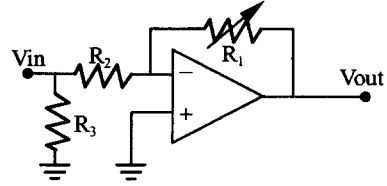


Fig. 7 (b) Inverting amplifier

신호에 다시 전압 증폭기에 의해 모달 감지기를 구현하기 위해 필요한 이득이 가해진다. 양의 이득이 필요한 영역에는 Fig. 7 (a)와 같은 비반전(non-inverting) 증폭기의 가변저항 R_1 의 크기를 조절하여 원하는 이득을 가할 수 있고, 이 때 이득은 식 (20)과 같이 표현된다.

$$V_{out} = (1 + R_1/R_2)V_{in} \quad (20)$$

음의 이득이 필요한 영역에는 Fig. 7 (b)와 같은 반전(inverting) 증폭기의 가변저항 R_1 을 조절하여 원하는 이득을 가할 수 있고, 이 때 이득은 식 (21)과 같다.

$$V_{out} = (-R_1/R_2)V_{in} \quad (21)$$

인터페이스 회로의 구성 예로서, Table 2의 적층각이 15°인 경우 필요한 이득비를 실제 구현하기 위하여 Table 3과 같이 두 전압 증폭기를 설정하였다. 여기서 입력 임피던스인 저항 R_3 는 10M Ω 으로, R_2 는 100k Ω 으로 고정하였다.

Table 3 Gain-weighting amplifier setup

	Amplifier 1	Amplifier 2
Type	non-inverting	inverting
R1	70 k Ω	80 k Ω
Gain	1.7	-0.8
Gp/Gn	-2.125	

5. 결론

임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2차원 구조물에서의 모달 변환기 구현을 위해 요구되는 이득 분포를 유한요소법을 이용하여 구하는 방법을 제시하였다. 2차원 구조물에서 모달 감지기를 구현할 수 있는 실용적인 방법으로 압전 필름의 공간상 영역분할과 각 영역으로부터의 신호에 대한 이득 및 압전 필름의 적층각을 최적화하여 모달 감지기

를 설계하는 방법을 제안하였다. 이는 수학적으로 연속적인 값을 가지는 함수를 몇 개의 이산화된 값으로 근사화하는 과정으로 설명할 수 있다. 영역 분할의 최적화에는 유전자 알고리즘을 이용하였고, 이득의 최적화에는 simplex search method 를 이용하였다. 최적화된 이득은 압전필름의 외부에 연결된 인터페이스 회로를 통해 구현하였다.

설계된 모달 변환기의 성능을 수치 모사를 통해 확인하였으며, 앞으로 실험을 통하여 모달 변환기의 성능을 확인할 예정이다.

6. 참고 문헌

- [1] M. J. Balas, "Feedback Control of Flexible Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.23, No.4, 1978, pp. 673-679.
- [2] L. Meirovitch, and H. Baruh, " The Implementation of Modal Filters for Control of Structures," *Journal of Guidance and Control*, Vol.8, No.6, 1985, pp.707-716.
- [3] C.-K. Lee, "Piezoelectric Laminates: Theory and Experiments for Distributed Sensors and Actuators," *Intelligent Structural Systems*, edited by H. S. Tzou and G. L. Anderson, Kluwer Academic Publishers, 1992, pp.75-167.
- [4] S.E. Burke, and J.E. Hubbard, Jr., "Distributed Transducer Vibration Control of Thin Plates," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.90, No.2, 1991, pp. 937-944.
- [5] J.-K. Ryou, K.-Y. Park, and S.-J. Kim, "Electrode Pattern Design of Piezoelectric Sensors and Actuators Using Genetic Algorithms," *AIAA Journal*, Vol.36, No.2, pp. 227-233.
- [6] G. Strang, *Linear Algebra and It's Application*, Harcourt Brace & Company, 1988.
- [7] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithm in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.

확률영역 제어기의 새로운 설계법에 대한

연구[†]

조운현*, 김대중**, 양재혁**, 허훈*,

A Study on the new design method of a stochastic controller[†]

Yun Hyun Cho*, Dae Jung Kim*, Jae Hyuk Yang**, Hoon Heo*,

요약

일반적인 형태의 동적시스템에서 외란의 형태가 시간에 따라 불규칙하게 변할 때의 그 확률시스템의 특성과 제어기법에 대하여 연구하였다. 연구과정중의 일부로서, 확률영역 제어기 설계와 그 효과를 확률 영역 및 시간영역에서 고찰하였다. 이 확률시스템의 지배방정식은 확률론적인 관점에서 F-P-K 접근법으로 유도되었다. 이때 외란에 대한 제어는 자기 힘 스펙트럼 밀도나 상관힘 스펙트럼 밀도 등의 각 성분별로 설계되었고 이러한 제어기의 제어 효과와 제어기 설계 방법에 대해 검토하였다.

Abstract

Investigation is performed on the characteristics and new control technique for general form of dynamic system under the randomly disturbance. Also, a controller design method in stochastic domain is studied, which is preliminary result in the course of research on the control of stochastic system. The governing equation is derived via F-P-K approach in stochastic sense. A controller is designed in term of auto power density and cross power density.

1. 서론

자연계에서 동적시스템들은 다양한 형태의 외

부가진에 노출되어진다. 특히 불규칙한 외부가진은 가장 빈번하게 발생되는 외부 교란으로 자연적 혹은 파생적인 난류와 지진파등이 대표적인 예라고 할 수 있다. 이런 불규칙한 외란은 복잡화와 대형화로 대두되는 최근의 동적시스템의 변화 때문에 더욱 중요시되어지고 있다. 본 논문을 통해, 이러한 불규칙한 외부가진을 받는 동적시스템의 효과적인 제어를 위해 확률영역의 제어기를 설계하는 과정에서 확률영역에서의 제어가 시간 영역의 실제계에 미치는 효과를 고찰하여 확률영역제어기의 효과적인 설계방법을 모색하고자 하였다.

† 과학재단 특정 기초 연구과제
(96-0200-07-01-3)

* 고려대학교 제어측정공학과 교수
(Professor Dept. of Control and Instrumentation Engineering)

** 고려대학교 제어측정공학과 대학원
(Graduate Students Dept. of Control and Instrumentation Engineering)

2. 시스템 방정식

본 논문은 백색잡음 형태의 불규칙한 가진을 받는 1-자유도 동적시스템의 전형적인 형태로 아래 식(1)과 같은 시스템을 대상으로 삼는다.

$$\ddot{y} + 2\xi\omega \dot{y} + \omega^2 y = p\dot{\eta}(t) + bV(t) \quad (1)$$

여기서 $\eta(t)$: 평균 0, uncorrelated, Gaussian 형태의 백색잡음 기저가진입력
 $V(t)$: 평균 0, uncorrelated, Gaussian 형태의 백색잡음 제어입력

백색잡음은 브라운(Brown) 운동의 미분형태로 나타날 수 있다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는 뵘너(Wiener) 과정으로 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) &= \frac{dB_{\eta}(t)}{dt} \\ E[dB_{\eta}^2(t)] &= 2\pi D_{\eta} \Delta t \end{aligned} \quad (2)$$

$$V(t) = \frac{dB_V(t)}{dt}$$

$$E[dB_V^2(t)] = 2\pi D_V \Delta t$$

여기서 $B_{\eta}(t)$ 와 $B_V(t)$: 브라운운동 과정
 D_{η} 와 D_V : PSD (power spectral density)를 말한다.

식(2)를 (3)과 같은 좌표변화를 거쳐서 Ito의 확률미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다.

$$\begin{aligned} y &= X_1 \\ \dot{y} &= X_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Ito의 확률미분방정식은 Fokker - Planck - Kolmogorov 방정식(4)에 의해서 지배되는 전이 확률밀도 함수(transition probability density function) $P(\underline{X}, \tau)$ 에 따라서 특성화 된다.^{(1),(2)}

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} P(\underline{X}, \tau) &= \\ &- \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial X_i} [a_i(\underline{X}, \tau) P(\underline{X}, \tau)] \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} [b_{ij}(\underline{X}, \tau) P(\underline{X}, \tau)] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 계수 $a_i(\underline{X}, \tau)$: 1st incremental moment

or drift coefficient

$b_{ij}(\underline{X}, \tau)$: 2nd incremental moment

or diffusion coefficient

따라서 본 시스템의 동적모멘트방정식은 식(5)에 의해서 구할 수 있겠다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} E[X_1^i X_2^j] &= \\ \int \int_{-\infty}^{\infty} X_1^i X_2^j \frac{\partial}{\partial \tau} P(\underline{X}, \tau) dX_1 dX_2 \end{aligned} \quad (5)$$

이 결과는 아래 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{10} &= m_{01} \\ \dot{m}_{01} &= -\omega^2 m_{10} - 2\xi\omega m_{01} \\ \dot{m}_{20} &= 2m_{11} \\ \dot{m}_{11} &= -\omega^2 m_{20} - 2\xi\omega m_{11} + m_{02} \\ \dot{m}_{02} &= -2\xi\omega m_{02} \\ &+ 2\pi(p^2 D_{\eta} + b^2 D_V) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 M_{ij} : $E[X_1^i X_2^j]$

위 식을 matrix 형태로 간략화하면

$$\dot{\underline{m}} = \underline{A}_m \underline{m} + \underline{P}_m D_{\eta} + \underline{B}_m D_V \quad (7)$$

여기서 \underline{A}_m : system matrix

\underline{P}_m : 기저 외란 항

\underline{B}_m : 제어입력

D_{η} : 인가된 외란의 PSD

D_V : 제어입력의 PSD

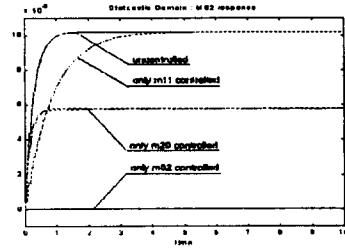
3. 제어기 설계

외란이 평균 0인 백색잡음으로 가정하였으므로 정상상태에서 1차 동적모멘트는 0으로 수렴한다. 제어기 설계는 다음과 같은 2차 동적모멘트만을 사용하여 설정한다. 그러므로 식(7)의 각 계수는 다음과 같은 행렬 값을 갖는다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -\omega^2 & -2\xi\omega & 1 \\ 0 & 0 & -2\xi\omega \end{bmatrix}$$

$$P_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi b^2 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi b^2 \end{bmatrix}$$

본 논문에서는 PI제어기를 사용하였고 각 모멘트에 대한 제어에 따른 시간영역의 반응형태를 관찰하고자 각 모멘트에 대한 PI 이득을 같은 값으로 사용하였다. 제어기의 목표는 입력된 PSD값의 외부가진에 의해 발생하는 시스템의 모멘트 응답의 크기를 최소화하는 방향으로 전개되었다.

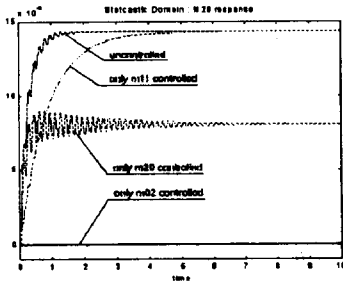


[그림 3] 각 제어방식에 따른 m02 응답

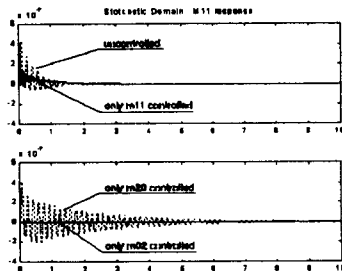
[그림4][그림5]는 시간영역에서의 반응이다.m02에 대한 제어에 의하여 큰 제곱평균(mean square)값의 감소를 볼 수 있다.

4. 결 과

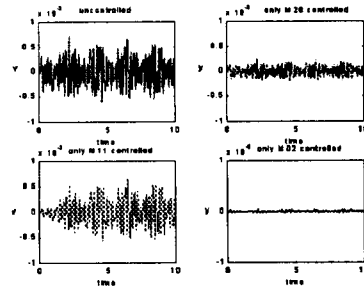
그림1,2,3은 위에서부터 각각 제어하는 경우와 제어하지 않은 경우 m20, m11, m02의 확률영역 응답이다.



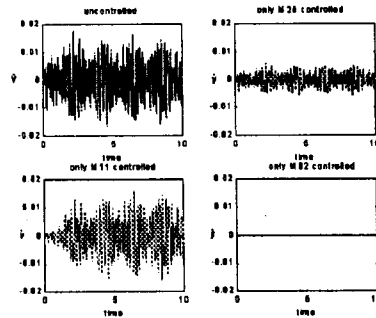
[그림1] 각 제어방식에 따른 m20 응답



[그림 2] 각 제어방식에 따른 m11 응답



[그림 4] 시간영역에서 x1(변위)의 응답



[그림 5] 시간영역에서 x2(속도)의 응답