

Fig. 1 The photograph of the proposed bowl parts feeder

하였고, 해석을 위한 전처리/후처리 프로그램으로는 PATRAN 을, 해석기로는 ANSYS 프로그램을 각각 이용하였다.

각 부분에 사용된 재질로는 보울부분은 SUS304, 판스프링부분은 강철, 전달부에는 알루미늄합금이 사용되었고, 작동기로 사용된 압전 재료는 PZT-5H 가 사용되었다. 각각의 재질에 대한 물성치는 SUS304 의 경우 탄성계수  $200\text{GN/m}^2$ , 프와송비 0.3, 밀도  $7750\text{kg/m}^3$  의 값이 사용되었으며, 강철의 경우는 탄성계수  $210\text{GN/m}^2$ , 프와송비 0.28, 밀도  $7800\text{kg/m}^3$  의 값이, 알루미늄합금의 경우 탄성계수  $73\text{GN/m}^2$ , 프와송비 0.33, 밀도  $2700\text{kg/m}^3$  의 값이 각각 해석에 이용되었다. 압전재료의 경우 밀도는  $7600\text{kg/m}^3$  의 값이 해석에 사용되었다. z 축 방향으로 압전재료를 극화(poling) 시켰다고 할 때, 압전 응력 상수로서의 인자로는  $e_{x5}$  는 17,  $e_{z1}$  은 -6.5,  $e_{z3}$  는 23.3 이 사용되고, 절연상수 행렬의 인자로는  $\epsilon_{xx}^S / \epsilon_0$  은 1700 이,  $\epsilon_{zz}^S / \epsilon_0$  는 1470 의 값이, 강성 행렬에는  $c_{11}$  은  $12.6\text{E}10$ ,  $c_{33}$  는

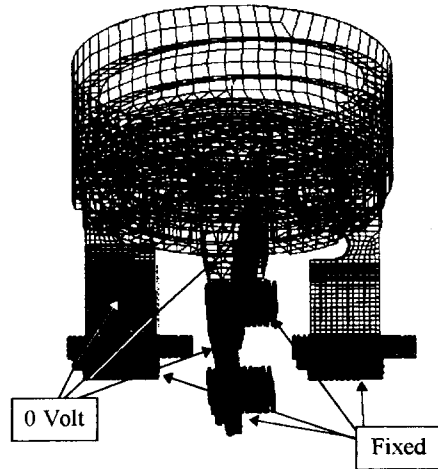


Fig. 2 The mesh generation of the model

$11.7\text{E}10$ ,  $c_{44}$  는  $2.30\text{E}10$ ,  $c_{12}$  는  $7.95\text{E}10$ ,  $c_{13}$  는  $8.41\text{E}10$  의 인자가 사용되었다.  $\epsilon_0$  는 진공에서의 절연상수로서  $8.854 \times 10^{-12} \text{farads/m}$  이다.

각 부분에 사용된 요소로는 압전소자는 coupled-field 의 성질을 가지고 있으므로 이를 구현하기 위해 압전 고체요소가, 압전작동기가 부착된 부분의 판 스프링은 고체요소가, 그리고 나머지 부분을 크기에 비해 두께가 상대적으로 작기 때문에 판요소가 사용되었다.

Fig.2는 유한요소해석을 위해 만들어진 모델을 보여주고 있다. 사용된 경계조건으로는 기본 모델에서 하부베이스와 판스프링과 연결된 부위의 경계조건은 보울의 무게보다 하부베이스 부분의 무게가 상대적으로 크기 때문에 고정되었다고 보고, 판스프링의 하단부 8mm 정도의 범위 내에 있는 모든 절점에 대해 6 자유도 ( $U_x, U_y, U_z, ROTX, ROTY, ROTZ$ ) 모두를 고정시켰으며, 압전재료의 양 전극에 입력되는 전압은 모두 0V를 입력하였다.

해석을 위해 총 6188 개의 절점과 4677 개의 요소들이 사용되었으며, 총 자유도의 수는

32520 이다. 이를 해석한 결과 중 모드 주파수결과들은 Table 1 에, 그에 상응하는 모드형상결과들은 Fig.3(a)에서 도시하고 있다.

#### 4. 모달특성실험

실험적으로 모델의 모드해석을 수행하기 위해 FFT와 3축가속도계를 가지고 자료를 얻고, 이를 다시 모드해석프로그램인 STAR 프로그램에서 해석하여 최종 결과값을 얻는 과정을 거쳤다.

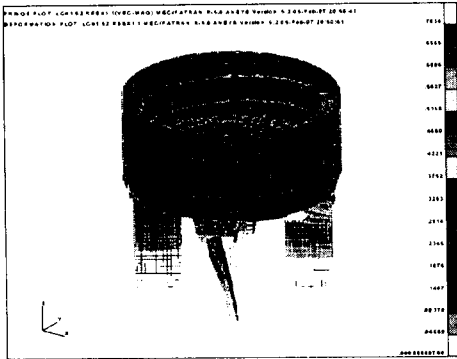
실험절차와 방법으로는 먼저 FFT(HP35665A)에서 0.5V<sub>peak</sub>의 전압을 가지고 주파수는 0에서 3200 Hz까지 랜덤으로 가진 시킨 다음 100회의 평균화를 시켰다. 이 전압은 증폭기(Trek model 50/750)를 통해 100배 증폭된 다음, 압전 작동기에는 사인함수의 형태로 최대 50V의 전압이 입력되었는데, 전원부위에서 발생하는 노이즈의 영향을 줄이기 위해서 모든 전원 공급은 노이즈필터를 거쳐 입력되도록 하였다. 이 입력 신호로 구동된 보울파트피더를 3축 가속도계(Kistler type 8690C5)를 사용하여 보울부만을 중점적으로 측정하였다. 측정지점은 보울 외측면에서 70개, 내부 트랙에선 52개 그리고 내부 바닥부위에선 12개의 지점을 각각 선정하여, 총 134개의 측정점을 잡아 자료를 얻었다. 이렇게 얻은 자료들은 Coupler (Kistler type5134)를 통해 다시 FFT로 들어가 최종 자료(총 402개)들을 얻었다. 이 모든 자료들을 STAR 프로그램에서 해석을 수행하여 최종 결과를 얻었는데, Table 1에는 실험적으로 구한 모드주파수들의 결과를 정리하였으며, 그에 상응되는 모드 형상 결과는 Fig.3(b)에서 보여 주고 있다.

#### 5. 결과 및 결론

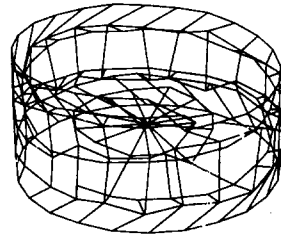
Table 1 The modal frequencies of the bowl parts feeder

| unit : Hz            |         |            |
|----------------------|---------|------------|
| Method<br>Mode       | F.E.M.  | Experiment |
| 1 <sup>st</sup> Mode | 176.811 | 179.9      |
| 2 <sup>nd</sup> Mode | 327.809 |            |
| 3 <sup>rd</sup> Mode | 337.219 |            |
| 4 <sup>th</sup> Mode | 596.374 | 576.40     |
| 5 <sup>th</sup> Mode | 747.951 | 747.35     |
| 6 <sup>th</sup> Mode | 822.628 |            |
| 7 <sup>th</sup> Mode | 882.685 |            |

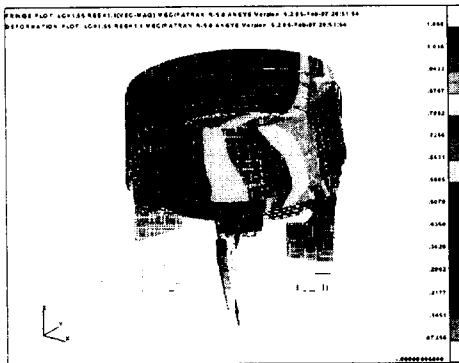
Fig.3 중 1<sup>st</sup> 모드는 보울이 좌우로 왕복 회전 운동을 하는 형상이며, 4<sup>th</sup> 모드는 보울이 시소처럼 한쪽이 올라가면 한쪽이 내려가는 운동을 보이고 있으며, 5<sup>th</sup> 모드는 보울의 외판이 Breathing 하는 것처럼 움직이는 것을 나타낸다. Table 1에서 유한요소방법으로 해석을 수행한 결과와 실험을 통한 모드해석 결과를 비교해 보면 실험에서는 나타나지 않고 있는 모드들이 해석에서는 나타나고 있는데, 우선 실험결과에서 2<sup>nd</sup> 모드와 3<sup>rd</sup> 모드가 나오는 이유는 실험상의 오차보다는 F.E.M 모델링에 있어 솔리드요소로 모델을 구성한 판 스프링과 셸요소로 구성된 보울 부분의 경계에서의 요소를 모델링함에 있어 오차로, 실제 모델에서는 이 부분이 상당히 높은 강성을 가지도록 설계되어 있으나 F.E.M 모델링의 경우 모델이 복잡해지는 것을 막기 위해서 이 부분의 모델링을 생략하였다. 따라서, 이 영향이 F.E.M 해석 두 번째, 세 번째 모드에서 발생하는 것으로 보여진다. 그리고, 높은 주파수 영역에서는



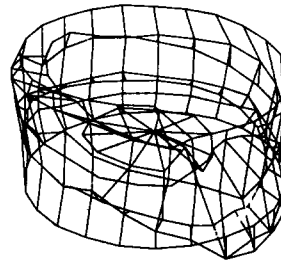
1<sup>st</sup> Mode



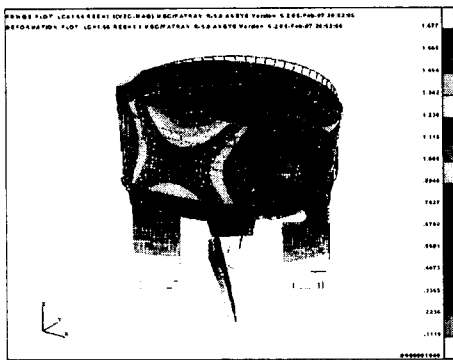
1<sup>st</sup> Mode



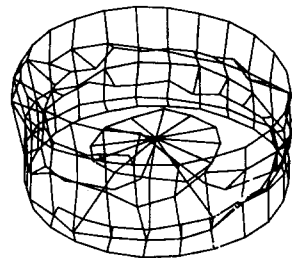
4<sup>th</sup> Mode



4<sup>th</sup> Mode



5<sup>th</sup> Mode



5<sup>th</sup> Mode

(a) simulation results

(b) experimental results

**Fig.3 Comparison of mode shapes between simulated and measured results**

실험상의 어려움으로 인해 나타나지 않는 모드들이 있었다. 그러나, 이 모드 값을 제외하고는 약간의 오차가 존재하지만 해당하는 모드에 대한 모드형상의 결과는 비교적 잘 맞고 있다는 것을 알 수 있다. 즉, 이 자료들을 통해 다른 모델을 제시 하여도 그 결과의 신뢰성을 가질 수 있을 것이다. 참고로 실제 보울파트피더에서 부품 공급을 위해 필요한 모드는 1<sup>st</sup> 모드이다.

결과에서 보면 알 수 있듯이 각 모드들의 값이 비교적 높은 주파수 영역에서 나타나고 있는데, 기존의 모델은 높은 주파수에서 반복된 작동으로 인해 시간이 지남에 따라 이음쇠 부분이 느슨해 지는 등 비선형성으로 인한 부품의 급송이 불규칙적으로 변하는 것을 막고, 급송에 사용된 모드가 일정하여 그 구조가 강체와 같이 견고하게 제작되는 것이 유리했다[5]. 이는 기존의 전자석을 사용한 보울파트피더의 경우 타당한 모델이었지만, 발생하는 모드들이 굉장히 높은 주파수 대역에서 발생하여 압전재료가 작동기로 사용될 경우 압전재료의 장점을 충분히 활용하는 데 오히려 방해하는 요인으로 작용될 수도 있다. 그리고, 모드 형상에서도 볼 수 있듯이 부품의 수송에 사용 가능할 것으로 보이는 모드 형상은 첫번째 모드를 제외한 나머지는 나타나지 않는 것을 알 수 있다.

향후 연구과제로는 압전작동기의 장점을 보이기 위해 기존의 개루우프 시스템이 아닌, 외관과 공급되는 파트의 변화에도 능동적으로 대처할 수 있는 페루우프 시스템을 개발하고자 한다. 또한 기존의 보울파트피더에서 발생하는 소음문제를 해결할 수 있는 방안도 연구될 예정이다.

## 6. 참고 문헌

1. 심수섭, 1991, "자동조립기술", pp.227-270.
2. Choi, S.B. and Lee, C.H., 1997, "Force Tracking Control of a Flexible Gripper Driven by a Piezoceramic Actuator", ASME J. of Dynamic Systems, Measurements and Control, Vol.119, No.3, pp.439-446
3. Allik, J. and Hughes, T.Jr., 1970, "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration", Int.J.Numer. Methods Eng.2, pp.151-157.
4. Kim, J.W., Varadan, V.V. and Varadan, V.K., 1995, "Finite Element-Optimization Methods for the Active Control of Radiated Sound From a Plate Structure", J. Smart Mater. Struc. pp.318-326.
5. Erdman, A.G., 1982, "Dynamics of Mechanisms : Advanced Concepts", Vol.2, pp.406-411.

# 탄성적층보의 진동해석을 위한 스펙트럴요소 모델

°김주홍\*, 이우식\*\*

## Spectral Element Model for the Vibration Analysis of Elastic Layered Beams

Joohong Kim and U. Lee

### ABSTRACT

In this paper, the axial-bending coupled equations of motion for an elastic layered beam are derived. From this equation of motion, the spectral element is formulated for the vibration analysis by use of the spectral element method (SEM). The modal analysis methodology for the present coupled field equations of motion is then developed. As an illustrative example, a cantilevered beam is considered. The correctness of the equations of motion developed herein is verified by gradually reducing the thickness of upper elastic layer to converge to the single layered elastic beam solutions. Also, the accuracy of spectral element is confirmed by comparing its results with the result by modal analysis.

### 1. 서론

일반적으로 복합소재는 두 가지 이상의 소재로 구성되며, 이러한 복합소재를 이용한 보 구조물의 동특성 해석은 복합소재를 이루고 있는 개별소재의 물성치로부터 계산되어진 등가물성치를 사용하여 기존의 오일러 보 모델에 대해 수행되는 경우가 대부분이다. 이러한 경우, 해석과정이 단순해지고 기존의 해석이론을 적용할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 등가물성치를 이용한 해석은 복합소재의 특성으로부터 발생하는 연성효과를 보 구조물의 동특성 해석과정에서 완전히 반영할 수 없을 뿐만 아니라, 기존의 해석기법을 이러한 구조물에 적용할 경우 실제의 상황과는 틀린 해석을 수행할 수 있다. 그러나, 유한요소법과 컴퓨터의 발달에 따라 이러한 문제점 중에서 일부분은 해결되었고 할 수 있으나, 근본적으로 복합소재에 대한 적절한 모델링과 이러한 모델링을 높은 정확도로 해석할 수 있는 해석기법은 많은 연구가 수행되지

않았다. 따라서, 복합소재로 구성된 보 구조물의 정확한 해석을 위해서는 복합소재의 특성을 적절히 표현할 수 있는 운동방정식과 이러한 운동방정식을 높은 정확도로 해석할 수 있는 해석기법이 요구된다.

Timoshenko<sup>(1)</sup>는 서로 다른 재질을 가지는 두 종류의 금속을 맞붙여서 사용하는 바이메탈에 대해서 가열에 의한 보의 변형에 대한 고찰을 수행하였다. 이와 같은 유형의 문제에 대해 Hess<sup>(2,3)</sup>는 보의 끝이나 측면에 외력이 가해질 때 일반해를 유도하였다. 탄성소재가 적층된 형태가 아닌 경우에는 탄성소재 위에 점탄성 소재를 붙여서 사용하는 경우가 가장 많이 사용되고 있다. Kerwin<sup>(4)</sup>은 점탄성소재의 부착에 따른 굽힘파의 감쇠특성을 고찰하였다. DiTaranto<sup>(5)</sup>는 유한한 길이를 갖는 점탄성 적층보에 대해서 축방향과 굽힘방향의 운동을 연성시킨 축방향 운동에 대한 6차 운동방정식을 유도하였다. Mead와 Markus<sup>(6)</sup>는 DiTaranto의 연구결과에 기초해서 굽힘방향으로 표현된 6차 운동방정식을 유도하였다. Lu와 Douglas<sup>(7)</sup>는 실험을 통해서 Mead와 Markus<sup>(6)</sup>의 연구결과를 검증하였다. Yan과 Dowell<sup>(8)</sup>은 가상일의 원리를 이용해서 보와 평판에

\* 인하대학교 대학원 기계공학과

\*\* 정회원, 인하대학교 기계공학과

적용할 수 있는 다섯 개의 식으로 이루어지는 운동방정식을 유도하였다. Rao와 Nakara<sup>(9)</sup>는 축방향, 굽힘방향, 회전에 의한 관성효과를 모두 고려한 운동방정식을 유도하였다. Mead<sup>(10)</sup>는 DiTaranto<sup>(5)</sup>, Mead와 Markus<sup>(6)</sup>, Yan과 Dowell<sup>(8)</sup>의 연구결과를 비교하고 각각의 특징을 분석하였다. Bai와 Sun<sup>(11)</sup>은 비선형 굽힘변형과 적층보의 불완전한 접착면에 대한 효과를 고려하였다. Baz<sup>(12)</sup>는 3층으로 구성된 적층보의 가장 위층을 압전소자로 구성한 능동적층보(Active Constrained Layer Damping : ACLD)에 대한 개념을 제안하였다. Nostrand와 Inman<sup>(13)</sup>은 능동적층보에 대한 유한요소법을 적용한 해석기법을 소개하였다. 이상에서 알 수 있듯이 탄성적층보의 동특성에 대한 연구는 그리 많은 연구가 진행되지 않았다.

따라서, 본 연구에서는 적층된 보 형태의 구조물 중에서 서로 다른 물성치를 가지는 2단 탄성적층보에 대해서 (1)운동방정식을 유도하고, (2)모달해석을 수행하였으며, (3)유한요소법의 편리함과 고주파수에서의 높은 정확도를 보장하는 스펙트럴요소법<sup>(14,15)</sup>(Spectral Element Method : SEM)을 위한 스펙트럴요소를 개발하였다.

## 2. 운동방정식

Fig. 1에 나타낸 바와 같이 위층과 아래층사이의 관계는 다음과 같다.

$$u_b = u_a - \frac{(h_a + h_b)}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

식 (1)을 이용하여, 윗 층과 아랫 층에 대한 운동 에너지와 위치에너지는 다음과 같다.

$$V_a = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ E_a A_a \left( \frac{\partial u_a}{\partial x} \right)^2 + E_a I_a \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx$$

$$V_b = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ E_b A_b \left( \frac{\partial u_b}{\partial x} \right)^2 + E_b I_b \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx$$

$$V = V_a + V_b$$

$$T_a = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_a A_a \left\{ \left( \frac{\partial u_a}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dx$$

$$T_b = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_b A_b \left\{ \left( \frac{\partial u_b}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dx$$

$$T = T_a + T_b$$

식 (2)에 확장된 Hamilton의 원리를 적용한다.

$$\int_0^L (\delta T - \delta V) dt = 0 \quad (3)$$

여기서,  $L$ 은 보의 길이이다. 또한, 다음과 같은 변수들을 도입하여,

$$\alpha \equiv \rho_a A_a + \rho_b A_b, \quad \varepsilon \equiv \frac{E_b A_b h}{2}$$

$$\beta \equiv E_b A_b + E_a A_b, \quad \eta \equiv E_a I_a + E_b I_b + \frac{E_b A_b h^2}{4} \quad (4)$$

$$\gamma \equiv \frac{\rho_b A_b h}{2}, \quad \tau \equiv \frac{\rho_b A_b h^2}{4}$$

운동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

$$\alpha \ddot{u}_a - \beta u_a'' - \gamma \dot{w}'' + \varepsilon w'''' = 0 \quad (5)$$

$$\alpha \ddot{w} + \eta w'''' - \tau \dot{w}'' + \gamma \dot{u}_a' - \varepsilon u_a'' = 0 \quad (6)$$

$$N = \beta u_a' - \varepsilon w'' \quad (7)$$

$$M = \eta w'' - \varepsilon u_a' \quad (8)$$

$$S = -\eta w''' + \varepsilon u_a'' - \gamma \dot{u}_a - \tau \dot{w}' \quad (9)$$

## 3. 스펙트럴요소

운동방정식으로부터 스펙트럴요소를 유도하기 위해서 식 (5)~(6)의 분산관계(Dispersion Relation)와 모우드형상함수(Modal Shape Function)를 유도해야 한다.

우선, 운동방정식의 해를 다음과 같이 조화해로 가정한다.

$$\begin{aligned} u_a(x, t) &= u_0 e^{kx/L + i\omega t} \\ w(x, t) &= w_0 e^{kx/L + i\omega t} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)를 식(5)~(6)에 대입하여 다음과 같은 주파수와 파수(Wave Number)의 분산관계식을 구할 수 있다.

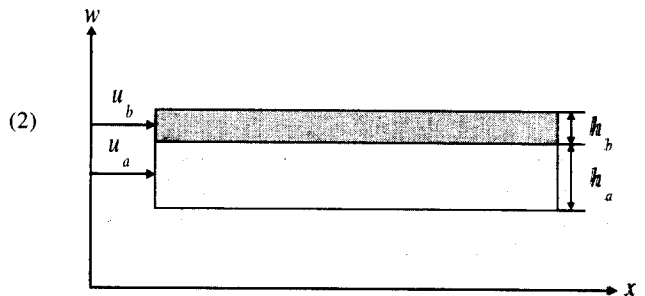


Fig. 1 Geometry of Layer Beam