

2.3 동강성계수 및 보정벡터의 전달식

임의의 시간 t_k 에서의 절점 j 양단의 변위벡터 및 힘벡터 사이의 관계는 다음식으로 정의한다.

$$\begin{aligned} \bar{f}_j(t_k) &= \bar{S}_j \bar{d}_j(t_k) + \bar{e}_j(t_k) \\ f_j(t_k) &= S_j d_j(t_k) + e_j(t_k) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 \bar{S}_j , S_j 및 $\bar{e}_j(t_k)$, $e_j(t_k)$ 는 시간 t_k 에서의 강성계수 매트릭스 및 힘 보정벡터를 나타낸다.

절점 j 에서 매트릭스 형태의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_j \ddot{\bar{d}}_j(t_k) + C_j \dot{\bar{d}}_j(t_k) + K_j \bar{d}_j(t_k) + \\ \bar{f}_j(t_k) - f_j(t_k) = q_j(t_k) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} M_j &= \text{diag} [m_x \quad m_y \quad J]_j \\ C_j &= \text{diag} [\hat{c}_x \quad \hat{c}_y \quad \hat{C}]_j \\ K_j &= \text{diag} [\hat{k}_x \quad \hat{k}_y \quad \hat{K}]_j \\ q_j(t_k) &= {}^t [q_x(t_k) \quad q_y(t_k) \quad q_\theta(t_k)]_j \end{aligned} \quad (4)$$

식(1)과 식(3)로부터,

$$P_j d_j(t_k) = Q_j(t_k) + f_j(t_k) - \bar{f}_j(t_k) \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} P_j &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} M_j + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \hat{C}_j + \hat{K}_j \\ Q_j(t_k) &= q_j(t_k) - M_j H_{aj}(t_k) - \hat{C}_j H_{wj}(t_k) \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)에서 $H_{aj}(t_k)$ 및 $H_{wj}(t_k)$ 는 시간 t_{k-1} 에서의 변위, 속도, 가속도로 결정되는 벡터이고, 시간 t_k 에서는 기지의 양이다.

$$H_{aj}(t_k) = -\frac{1}{\beta \Delta t^2} \cdot$$

$$\left\{ d_j(t_{k-1}) + \Delta t \dot{d}_j(t_{k-1}) + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{d}_j(t_{k-1}) \right\}$$

$$\begin{aligned} H_{wj}(t_k) &= \dot{d}_j(t_{k-1}) + \\ &\Delta t \cdot \{ (1-\gamma) \ddot{d}_j(t_{k-1}) + \gamma H_{aj}(t_k) \} \end{aligned} \quad (7)$$

절점 $j-1$ 의 좌측에서 절점 j 까지의 힘과 변위의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_j(t_k) \\ f_{j-1}(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} d_j(t_k) \\ d_{j-1}(t_k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_j &= F_j, & B_j &= -F_j L_j^t \\ C_j &= L_j F_j, & D_j &= -L_j F_j L_j^t \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_j &= \begin{bmatrix} \frac{l}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l^3}{3EI} + \frac{1}{GKA} & \frac{l^2}{2EI} \\ 0 & \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{EI} \end{bmatrix}_j^{-1} \\ L_j &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l & 1 \end{bmatrix}_j \end{aligned} \quad (10)$$

식(2)와 식(8)의 관계로부터 다음과 같은 필드 전달식을 구한다.

$$\begin{aligned} \bar{S}_j &= A_j + B_j V_j \\ \bar{e}_j(t_k) &= -B_j G_j^{-1} e_{j-1}(t_k) \\ (j &= 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} G_j &= S_{j-1} - D_j, \\ V_j &= G_j^{-1} C_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (12)$$

절점 j 의 좌측에서 절점 j 의 우측으로 전달하는 포인트 전달식을 구하기 위해 식(2)와 식(5)의 관계로부터

$$S_j = \bar{S}_j + P_j$$

$$e_j(t_k) = \bar{e}_j(t_k) - Q_j(t_k) \quad (13)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

식(11)과 식(13)의 관계에 의해 필드·포인트 전달식을 구할 수 있다.

$$S_j = A_j + B_j V_j + P_j$$

$$e_j(t_k) = -B_j G_j^{-1} e_{j-1}(t_k) - Q_j(t_k) \quad (14)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

강성계수 매트릭스 및 보정 벡터의 식은 전달식의 형태로 정리되어 있기 때문에, 계산을 시작하는 절점 0에서의 동강성계수 및 보정 벡터 S_0 와 e_0 를 구해야 한다.

Fig. 1에서와 같이 계의 좌단의 경계조건 ($\bar{f}_0 = 0$)과 식(2)와 식(5)의 관계로부터

$$S_0 = P_0$$

$$e_0(t_k) = -Q_0(t_k) \quad (15)$$

그러므로 식(14)와 식(15)으로 계의 좌단에서 우단까지의 강성계수와 보정벡터를 연속적으로 계산할 수 있다.

2.6 좌표변환

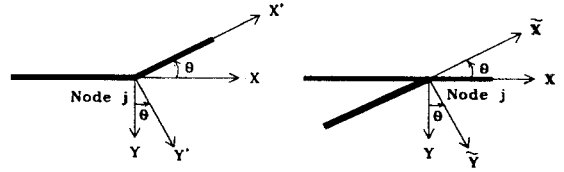
Fig. 3 (a)와 같이 굴곡부와 분기계가 있는 경우 R_j 를 사용하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$d_j(t_k) = R_j d_j'(t_k), \quad f_j(t_k) = R_j f_j'(t_k)$$

$$R_j = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_j \quad (16)$$

식(16)과 전달강성계수법의 기본식인 식(2)의 관계로부터 다음의 식을 구한다.

$$S_j' = {}^t R_j S_j R_j, \quad e_j'(t_k) = {}^t R_j e_j(t_k) \quad (17)$$



(a) Crooked point (b) Connection of subsystem

Fig. 3 Coordinate transformation at node j

2.7 분기계에 대한 취급

분기계의 좌단으로부터 우단, 즉 주계와 결합하는 단으로 2.3절의 전달계산을 행하면 우단(주계의 절점 j)에서는 다음의 관계가 성립한다.

$$\tilde{f}_j(t_k) = \tilde{S}_j d_j(t_k) + \tilde{e}_j(t_k) \quad (18)$$

$$= \tilde{P}_j d_j(t_k) + \tilde{e}_j(t_k)$$

여기서 $\tilde{f}_j(t_k)$ 는 분기계 우단의 힘벡터이고 주계가 분기계로부터 받는 반력벡터로 볼 수 있고, 방향은 $\bar{f}_j(t_k)$ 와 동일하다. 따라서 분기계가 존재하는 절점에서 식(5)는 다음식과 같이 변경된다.

$$(P_j + \tilde{P}_j) d_j(t_k) = Q_j(t_k) + \tilde{e}_j(t_k) + f_j(t_k) - \bar{f}_j(t_k) \quad (19)$$

식(19)에서 $(P_j + \tilde{P}_j)$ 및 $Q_j(t_k) + \tilde{e}_j(t_k)$ 를 새로운 P_j 및 $Q_j(t_k)$ 로 정의하면 분기계가 없는 경우와 동일하게 계산을 할 수 있다.

2.8 상태량 벡터의 전달

계의 우단의 경계조건 ($f_n = 0$)과 식(2)로부터

우단의 변위벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{d}_n(t_k) = -\mathbf{S}_n^{-1} \mathbf{e}_n(t_k) \quad (20)$$

식(20)으로부터 구한 \mathbf{d}_n 과 식(2), 식(5), 식(8)로부터 계의 우단에서 좌단까지의 상태벡터를 다음식으로부터 연속적으로 계산할 수 있다.

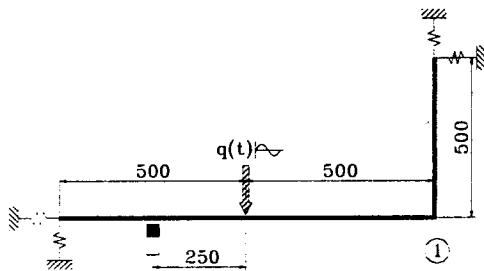
$$\mathbf{d}_{j-1}(t_k) = \mathbf{V}_j \mathbf{d}_j(t_k) - \mathbf{G}_j^{-1} \mathbf{e}_{j-1}(t_k) \quad (21)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

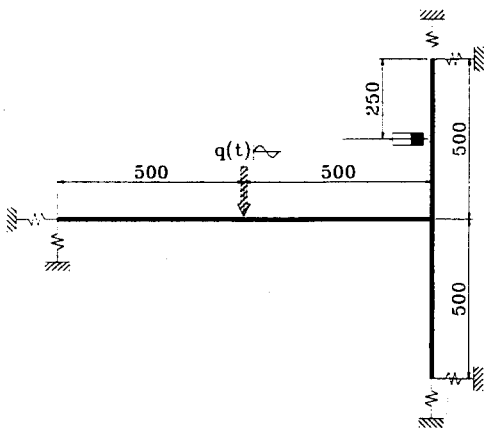
3. 수치계산 결과 및 검토

본 장에서는 2장에서 정식화한 알고리즘을 토대로 하여 실제 수치계산 모델에 적용한다. 축차적분의 차분상수는 $\beta=1/4$, $\gamma=1/2$ 로 대입하였다.

3.1 수치실험 모델



(a) Model 1



(b) Model 2

Fig. 4 Analytical model

해석대상으로 한 구조물은 Fig. 4와 같이 두가지 모델을 대상으로 하였다.

Fig. 4에서 구조물의 전체길이는 1.5 m, 직경 10 mm의 강재 중실축이고, 기초지지 및 강제력이 존재하는 부분에는 반드시 절점이 되도록 하여 0.5 m씩 부재를 3개로 분할하여 직렬결합하였다.

그리고 각 부재는 동일하게 10개의 집중질량으로 이산화하였다. 기초지지요소는 스프링에 의해 기초로부터 지지되고 있는 것으로 모델링하였다.

그리고 강제력은 그림과 같이 좌단으로부터 0.5m인 지점에 조화 강제력 $q_y(t) = q \cos \omega t$ ($q = 10$, $\omega/2\pi = 20$ [Hz])을 가하는 것으로 한다. 그리고 시간간격 Δt 는 강제외력의 주기를 분할수 n 개로 등분할하는 것으로 한다.

3.2 수치실험 결과 및 검토

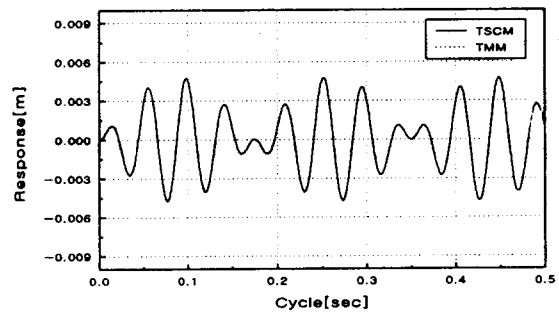


Fig. 5 Time response of model 1

Fig. 5는 모델 1을 대상으로 하여 수치계산한 결과로서, Fig. 4 (a)와 같이 양단에 전단 스프링 ($k_x=k_y=10^{10}$ [N/m])으로 기초지지되어 있고, 회전 스프링과 감쇠의 값은 모두 0으로 하였다. 그리고 시간간격은 1주기를 100등분 하여, 구조물의 좌단으로부터 0.25 m인 위치에서 전달강성계수법과 전달매트릭스법으로 10주기까지의 응답을 나타낸 그림으로 두 기법이 일치하는 결과를 나타내고 있다.

Fig. 6은 모델 1에서 ① 이라고 표시된 부분에, 양단에 설치된 스프링과 동일한 스프링으로 지지하고 있는 경우를 나타낸다. Fig. 5와 동일한 조건으로 하여 1주기를 300 등분의 시간간격으로 나누었을 경우에 대한 전달강성계수법과 전달매트릭스

법의 결과를 나타낸다.

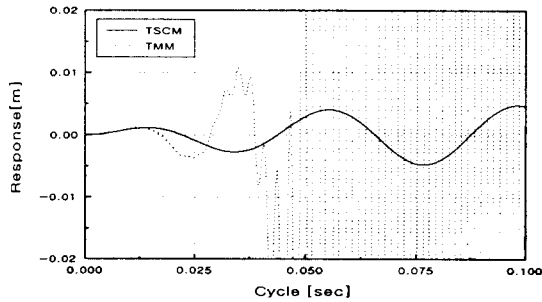


Fig. 6 Time response of model 1

그림에서와 같이 전달강성계수법으로 계산한 결과는 안정한 결과를 나타내는 반면에, 전달매트릭스로 계산한 결과는 시간이 증가할수록 정상적인 응답을 얻을 수 없음을 알 수 있다.

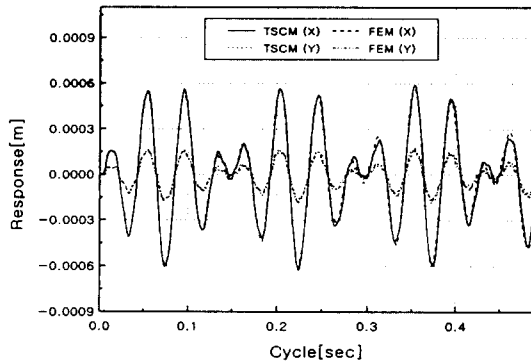


Fig. 7 Time response of model 2

Fig. 7은 모델2를 대상으로 하여 수치계산한 결과를 나타낸 것으로서, 그림과 같이 기초지지 스프링($k_x=k_y=10^5$ [N/m])으로 지지되어 있고, 회전 스프링과 감쇠값은 모델 1에서와 마찬가지로 0으로 하여 기초지지되어 있는 구조물의 우측상단으로부터 0.25 m인 지점에서 응답을 얻었다. 이 때 전달강성계수법과 유한요소법으로 1주기를 100 등분하여 응답을 계산한 그림이다. 그림에서와 같이 두 기법이 비교적 잘 일치하고 있다.

이상의 결과로부터 보다 정확한 결과를 얻기 위해 전달강성계수법은 시간간격을 작게 설정해도 유용한 응답을 얻을 수 있었던 반면에, 전달매트릭

스법의 경우에는 계 내부에 중간지지기가 있거나, 시간간격을 작게 설정하면 계산불능이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 연구에서는 PC에 적합한 분기형 구조물의 진동해석에 대한 시간이력응답 해석기법을 제시하였다.

이 기법은 공간상의 전달개념은 전달강성계수법에 시간이력응답은 축차적분법을 적용하여 새로운 알고리즘을 정식화하였다.

간단한 수치실험을 통해서 시간응답 계산을 수행한 결과, 전달매트릭스법의 결과는 계 내부에 중간지지기가 있거나, 엄밀한 해를 구하기 위해 시간간격을 작게 설정하여 계산을 수행했을 경우에 정확한 계산을 수행할 수 없었던 반면에, 전달강성계수법의 결과는 정확한 계산을 수행하여 안정된 결과를 얻을 수 있었다.

참고문헌

1. 浪田方郎·川畑淳一·市橋一郎·福田俊彦, "彈塑性ダンパ支持配管系の耐震設計手法の開発", 日本機械學會論文集(C編), 61卷590号, pp. 3881~3888, 1995
2. 小林正生·山内進吾·大鍋壽一·船渡川治, "ブレード破損時の回傳軸系の非線型過渡應答解析", 日本機械學會論文集(C編), 59卷557号, pp. 85~92, 1993
3. 문덕홍·최명수·홍승수, "강성계수의 전달에 의한 보형 구조물의 진동해석 기법", 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 316~321, 1996
4. 문덕홍·최명수, "강성계수의 전달에 의한 보형 구조물의 강제진동 해석", 한국박용기관학회 추계학술강연회 초록집, pp. 128~234, 1996
5. 문덕홍·최명수·강화중·강현석, "강성계수의 전달에 의한 격자형 구조물의 자유진동 해석", 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 169~175, 1997
6. 문덕홍·최명수·강화중·강현석, "동강성계수의 전달에 의한 격자형 구조물의 강제진동 해석", 대한기계학회 부산지부 춘계학술대회 논문집, pp. 242~246, 1997

압전작동기로 구동 되는 원통형 Parts Feeder 의 모드 해석

최승복*, *이동호**, 김재환*, 정재천*

Modal Analysis of Bowl Parts Feeder Activated by Piezoactuators

S.B.Choi*, *D.H.Lee**, J.H.Kim*, C.C.Cheong*

ABSTRACT

This paper presents modal characteristics of bowl parts feeder featuring piezoelectric actuators. As well-known, the piezoelectric materials develop an electric charge proportional to a mechanical stress and vice versa. This generic phenomenon allows us to use the piezoelectric materials as sensors and actuators. Using the actuating property, we can device effective bowl parts feeder. The parts feeder activated by the piezoceramic actuators provides a large degree of freedom of controlling excitation magnitude and frequency, and thus accurate and fast feeding of various parts. As a first phase to demonstrate these advantages, a finite element model of the bowl parts feeder is constructed and analyzed using commercial software packages. In addition, the simulated modal characteristics are compared with the measured ones to validate the proposed model

1. 서론

파트피더란 진동수송의 원리에 의해서 부품을 급송하는 기기인 진동피더중 가장 일반화된 모델이다. 파트피더라는 명칭은 최초로 보울피더를 개발한 Syntron 사의 상품명으로써, 최근에는 진동호퍼피더는 모두 파트피더라고 생각해도 좋을 만큼 널리 사용되고 있다. 이러한 보울파트피더는 기계가공 라인이나 조립 라인에서 고장도 부품공급 시스템을 구성 하는 것이 가능하기 때문에 자동차, 전기 및 그 외 여러 분야에

서 응용되고 있다[1].

현재 산업현장에서 가장 많이 사용되고 있는 파트피더의 작동기는 전자석(electromagnet)이다. 전자석 작동기에 의한 파트피더의 역사는 매우 오래되었지만 이에 대한 이론적 혹은 정량적 해석은 매우 드물다. 특히, 보울파트피더는 구조가 복잡하고 공급되는 부품의 수송원리가 정확히 규명되지 않아 해석과 응용에 있어 많은 어려움이 있다. 이러한 보울파트피더의 문제점으로서 직접적으로는 소음, 비선형 움직임의 발생등과 같은 것을 들 수 있으며, 간접적으로는 공급되는 부품에 대해서 능동적인 대처가 힘들어 사람의 수동적 조작이 필요하게 되어 자동화에 장애요인이 된다는 것이다.

* 인하대학교 기계공학과

** 인하대학교 기계공학과 대학원

최근 이러한 단점들을 보강하기 위해 여러 방향으로 연구가 진행되어 오고 있으며, 그 개선된 한 형태로 압전작동기로 구동되는 보울파트피더를 들 수 있다. 압전작동기란 구동부로 압전재료가 사용되는 작동기를 말하는데, 여기서 압전재료란 재료의 극전하 현상을 통해 기계적 변형을 일으키면 전압이 발생하고, 역으로 전기장이 부가되면 기계적 변형을 발생하는 압전효과를 가진 재료로서, 변형량은 적지만 큰 힘을 발생시키고, 응답속도가 매우 빠르며 넓은 주파수 대역과 감지 및 작동의 이중능력, 그리고 변위 분해능이 우수하여 nm 단위의 미동을 얻을 수 있어 정밀 위치제어나 진동제어등과 같은 제어에 우수한 성능을 발휘 할 수 있다[2].

본 연구에서는 압전작동기로 구동되는 보울파트피더의 가진 크기 및 주파수 제어등 최종연구 목적을 위해서 필요한 시스템의 동적모델을 구축하고자 한다. 이를 위하여 유한요소모델을 이용 고유주파수와 모드형상을 해석하고 모델의 타당성을 검증하기 위해서 모달특성실험을 수행한다.

2. 유한요소모델

이방성이고 탄성영역이 전기장에 영향을 받는 압전재료의 경우 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = C^E S - h^T E \quad (1-a)$$

$$D = hS + b^S E \quad (1-b)$$

여기서 T 는 응력 텐서(stress tensor), D 는 전기적변위(electric displacement), S 는 변형률텐서(strain tensor), h 는 압전 응력 상수(piezoelectric stress constant) 행렬, E 는 전기장, b^S 는 일정한 변형률 하에서의 절연상수(dielectric constant) 행

렬이고, C^E 는 일정한 전기장 상태에서 측정된 강성행렬이다. 덧붙여 T 는 전치행렬을 뜻한다.

이러한 압전재료의 구성지배방정식을 이용하여 압전재료와 연계된 유연구조물 시스템의 운동방정식은 최소 포텐셜 에너지 (minimum potential energy)원리를 사용하여 유도할 수 있으며, 그 일반적 형태는 다음과 같다[3][4].

$$[M_{uu}]\{\ddot{u}\} + [K_{uu}]\{u\} + [K_{u\phi}]\{\Phi\} = \{F\} \quad (2-a)$$

$$[K_{u\phi}^T]\{u\} + [K_{\phi\phi}]\{\Phi\} = \{Q\} \quad (2-b)$$

여기서, $[M_{uu}]$ 는 $\int \rho N_u^T N_u dV$ 으로 질량 행렬을 의미하며, $[K_{uu}]$ 는 $\int B_u^T C^E B_u dV$ 로 탄성 강성 행렬, $[K_{u\phi}]$ 는 $\int B_u^T h^T B_\phi dV$ 로 압전 coupling 행렬을, $[K_{\phi\phi}]$ 는 $\int B_\phi^T b^S B_\phi dV$ 로 절연 강성 행렬) $\{F\}$ 는 $\int_V N_b^T f_b dV + \int_{S_1} N_{S_1}^T f_S dS_1 + N_u^T f_c$, $\{Q\}$ 는 $-\int_{S_2} N_{S_2}^T q_s dS_2 - N_\phi^T q_c$ 로 각각 기계적 힘 과 전기적 전하를 의미한다. 이들 각 행렬에서, f_b 는 체적력(body force), f_s 는 표면력(surface force), f_c 는 절점력(concentrated force), q_s 는 표면전하(surface charge), q_c 는 점전하(point charge)이다. N_u, N_ϕ 는 변위 u 와 전기적 포텐셜 ϕ 에 대한 형상함수 행렬이며, B_u, B_ϕ 는 형상함수 행렬에 미분 행렬을 곱한 것이다. 따라서 식 (2)를 해석하기 위해서는 밀도, 압전 응력 상수 행렬, 절연상수 행렬, 강성 행렬 등이 필요함을 알 수 있다.

3. 유한요소해석

해석을 위해 기본 모델로 사용된 보울파트피더는 Fig.1에서 보여지고 있는데, 베이스에 장착된 4개의 지지대중 3곳에만 압전작동기가 부착되어 있는 형태이다. 먼저 유한요소법으로 해석하기 위해 SPARC station20에서 해석을 수행