

# 평판과 보의 연성구조물의 진동에너지 전달특성 분석에 관한 연구

°이형택\* · 김정태\*\*

## Vibration Transmission of Plate-Beam Structure having discontinuity

Hyoung-Taek Lee and Jeong-Tae Kim

### ABSTRACT

The transmission of sound and vibration through structures is of interest in many noise control problems, including architectural acoustics, sound transmission through air craft, spacecraft and ship, and the transmission of noise through machinery and engine enclosures. Statistical Energy Analysis provides a simple and accurate method of approaching these problems. In this paper, comparing the measured coupling loss factor of plate-beam with measured coupling loss factor of mass on the junction will be inspected.

### 1. 서론

설계자들은 종종 여러 개의 광대역 소음원과 진동원을 가지는 음향 그리고 구조 세부시스템의 복잡한 시스템에서의 소음에 대한 설명을 해야하고 이에 대해 소음과 진동에 대해 설명을 하려면 연성된 세부시스템을 가지는 시스템을 통해 전파하는 소음과 진동의 정확한 예측을 할 수 있는 능력이 요구되고 있다. 최근 들어, 1960년대 이후, 고주파수 대역에서 크고 복잡한 다중구조물에 대한 여러 가지 응답을 예측하기 위하여 새로운 기술이 발달되어 왔다. 통계적에너지해석( Statistical Energy Analysis ; SEA )이라고 알려진 이 기술은, 수치적 방법이나 모드익스펜션( Modal Expansion )을 포함하는 전통적인 해석방법이 주파수가 늘어질수록 정확성이 떨어지고, 해석 대상 시스템이 복잡해질수록 적용이 어려워지는 단점을 보완할 수 있는 것으로 알려지고 있다.

SEA는 70년도 초에 Lyon등에 의해 이론적 체계가 확립되었으며, 그 이후에 SEA 이론에 필요한 가정의 재정립 및 파라미터들에 대한 연구가 행해졌다. 그리고, 항공기나 우주선 같은 복잡한 구조물의 고주파수대역에서의 소음과 진동레벨을 예측하는데 처음으로 적용되었다.

본 논문에서 실험할 대상은 평판에 보가 결합된 형태로써 일정한 두께를 가진 평판에서 보의 두께를 변화시켜가며 실험하여 진동에너지의 전달특성을 분석하고 결합부분에 일정한 무게를 가진 물체를 올려놓고 실험하여 연성구조물에서의 진동에너지 전달특성을 고찰하였다.

### 2. 시스템의 주요변수

SEA 이론에서 중요한 파라미터는 시스템내의 에너지 손실과 관계가 있는 내부손실계수(Inherent Loss Factor 또는 Damping Loss Factor;DLF), 시스템간의 에너지 전달에 관여하는 결합손실계수(Coupling Loss Factor;CLF), 그리고 단위주파수당 공간모드수를 나타내는 모드밀도를 들 수 있다.

\* 홍익대학교 대학원 정밀기계공학과

\*\*홍익대학교 기계공학과

## 2.1 모드밀도(Modal Density)

모드 밀도는 단위주파수당 시스템의 공진모드수로 정의되며 아래 식과 같이 나타낸다.

$$n(f) = \frac{N(f)}{\Delta f} \quad (1)$$

모드 밀도의 산정은 실험적인 방법으로 구할 수 있으나 주로 이론식을 많이 이용하며 해석정도가 충분한 것으로 입증된다.<sup>[1]</sup> 여기서  $N(f)$ 는 공진 모드수(Mode Count)를 나타내며, 계산의 정확성을 보장하기 위해서는 1/3 옥타브 밴드인 경우 공진 모드수가 6개 이상을 권장하고 있다.<sup>[1]</sup> 또한 모드 밀도와 관계 있는 용어로서 모드간격(Modal Separation)이 있는데, 이것은 모드밀도의 역수로서 인접 공진모드 사이의 주파수 간격을 의미한다.

### 2.1.1 평판과 보의 모드밀도

보의 경우 모드형상은  $\sin k_m x$ 이 되고, 여기서  $k_m = m\pi/L$ 이다. 보의 모드밀도 다음과 같다.

$$n(\omega) = \frac{L}{\pi c_g}, \quad n(f) = \frac{2L}{c_g} \quad (2)$$

이 된다. 여기서  $x = \sqrt{I/A_B}$ ,  $c_g$ 는 그룹속도(group velocity;  $2\sqrt{\omega x c_l}$ )를 나타낸다.

단순 지지된 평판의 모드형상은 아래 식으로 표현된다.

$$\psi_M = 2 \sin k_{m_1} x_1 \sin k_{m_2} x_2 \quad (3)$$

여기서  $k_{m_1} = \frac{m_1 \pi}{L_1}$ ,  $k_{m_2} = \frac{m_2 \pi}{L_2}$  ( $m_1, m_2 = 1, 2, \dots$ )

이다. 평판의 고유진동수를 구하는 식은 공진주파수와 굽힘파의 파동수 관계에서 아래 식으로 표현된다.

$$\omega_M = \omega_{m_1, m_2} = k^2 x c_l = \left\{ \left( \frac{m_1 \pi}{L_1} \right)^2 + \left( \frac{m_2 \pi}{L_2} \right)^2 \right\} x c_l \quad (4)$$

평판의 공진모드수는 2차원 구조물의 공진모드에 의해 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\frac{\text{총 면적}}{\text{모드당 면적}} = \frac{k^2 A_p}{4\pi} = N(k) \quad (5)$$

실험에 사용된 평판과 보의 공진모드수를 구해보면 fig. 1과 같다.

평판의 모드밀도를 구해보면 다음 식과 같다.

$$n(\omega) = \frac{A_p}{4\pi x c_l}, \quad n(f) = \frac{A_p}{2x c_l} \quad (6)$$

위의 식에서 보는 것과 같이 평판의 모드밀도는 주파수와 상관없는 함수이다.

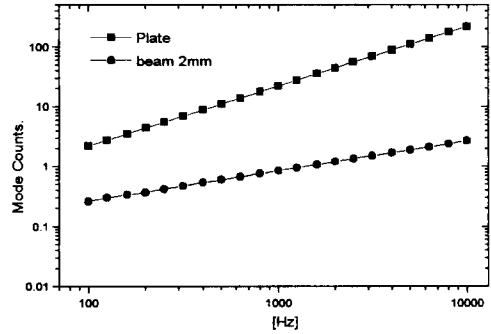


fig. 1 Mode Count of plate and beam

## 2.2 내부손실계수(Damping Loss Factor:DLF, $\eta$ )

시스템 내부의 진동에너지는 내부감쇠 및 음향 방사 감쇠에 의한 에너지 손실이 발생한다. 내부손실계수는 이러한 손실과 관계 있다. 내부손실계수는 재료에 따라 실험에 의해 구해지거나 기존의 데이터를 이용할 수도 있다. 실험적으로 내부손실계수를 구하는 방법은 Half Bandwidth법과 잔향시간법등이 있다.<sup>[2]</sup> 내부손실계수와 다른 여러 가지 변수와의 관계는 식 (7)과 같다.

$$\eta = 2\xi = \frac{2.2}{f_n T_{60}} = \frac{\Delta t}{27.3 f_n} = \frac{1}{Q} = \frac{\Delta f}{f_n} \quad (7)$$

$\psi$  = damping capacity, dimensionless

$\xi$  = fraction of critical damping, dimensionless

$f_n$  = natural frequency, [Hz]

$T_{60}$  = reverberation time, [sec]

$\Delta t$  = decay rate, [dB/sec]

$Q$  = amplification at bandwidth, dimensionless

Half bandwidth법은 식 (7)의 마지막 항의 식으로 표현되며 공진점의 pick 형상으로부터 결정된다. Fig. 2는 half bandwidth법으로 구한 평판의 내부손실계수를 보여주고 있다.

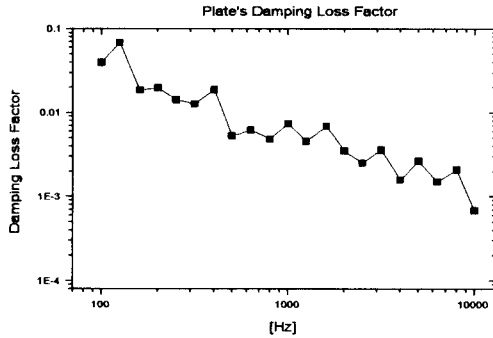


fig. 2 Plate's Damping Loss Factor(1×0.6m;Al)

### 2.3 결합손실계수

(Coupling Loss Factor; CLF,  $\eta_{ij}$ )

복잡한 구조물에서 진동에너지 전파특성의 이해를 위해서는 결합손실계수의 예측이 필수적이다. 결합손실계수는 세부시스템간의 모드에너지 차이에 비례하는 파워의 이동과 관련되는 것으로서 어느 한 세부시스템에서 결합된 다른 세부시스템으로의 파워 유출을 의미한다. 결합손실계수를 예측하는 일반적인 방법은 존재하지 않으며 경우에 따라 모드에 의한 접근이나 파동에 의한 접근 방법 등, 여러 가지 다른 방법들이 참고문헌을 통해 나와있다.

#### 2.3.1 이론적 산정 방법

결합손실계수의 이론적 산정을 위해서는 제일 먼저 세부시스템간의 결합조건을 결정해야한다. 결합조건은 점, 선, 면결합으로 나뉘어진다.<sup>[3]</sup> 그리고, 전파하는 파의 입사파워와 전달된 파워의 비 ( $\Pi_{trans}/\Pi_{ins}$ )로 나타나는 전달계수  $\tau$ 를 결정해야한다.  $\tau$ 는 아래 식과 같다.

$$\tau = \frac{4 \operatorname{Re}\{Z_1\} \operatorname{Re}\{Z_2\}}{|Z_1 + Z_2|^2} \quad (8)$$

여기서  $Z_1, Z_2$ 는 해당 세부시스템의 입력 임피던스이다. 임피던스는 결합점의 거동형태와 형상에 따라 force나 moment 임피던스가 될 수 있다. 평판과 보는 가장 단순한 점결합조건으로 가정할 수 있어 평판과 보의 결합손실계수는 식 (9)로 표현된다.<sup>[4]</sup>

$$\eta_{1,2} = \frac{2}{\pi \omega n(\omega)} \frac{\operatorname{Re}\{Z_1\} \operatorname{Re}\{Z_2\}}{|Z_1 + Z_2|^2} \quad (10)$$

#### 2.3.2 실험적 산정 방법

결합손실계수의 실험적 산정은 SEA의 이론에서 출발한다. 먼저 세부시스템의 평균 모드에너지는 모드당 에너지를 말하며 식(11)으로 표현된다.

$$\bar{E} = \frac{\langle E \rangle_{time}}{\text{mode counts}} \quad (11)$$

위의 식은 에너지와 속도의 관계에서 모드에너지는 최종적으로

$$\bar{E} = \frac{M \langle v^2 \rangle}{N} \quad (12)$$

이 된다.

여기서  $\langle v^2 \rangle$ : 시간 및 공간적으로 평균된 속도

M : 세부시스템의 질량

N : 세부시스템의 공진 모드수

2개의 세부시스템의 에너지비는 식(13)으로 표현된다.<sup>[5]</sup>

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{\eta_{21}}{\eta_{21} + \eta_2} \quad (13)$$

식(12)를 식(13)에 대입하여 정리하면 아래 식과 같이 결합손실계수와 내부손실계수의 항으로 표현된다.<sup>[6]</sup>

$$\frac{M_2 \langle v_2^2 \rangle / N_2}{M_1 \langle v_1^2 \rangle / N_1} = \frac{\eta_{21}}{\eta_2 + \eta_{21}} \quad (14)$$

여기서  $\eta_2, \eta_{21}$ 는 각각 세부시스템 2의 내부손실계수와 세부시스템2와 1의 결합손실계수이다. 위 식에서 결합손실계수를 제외한 나머지 변수를 실험적으로 구한 후 대입하면 결합손실계수를 구할 수 있다.

## 3. 실험

### 3.1 실험 대상

평판은 가로( $L_1$ ) 1m, 세로( $L_2$ ) 0.6m, 두께 0.002m를 사용하였으며 보는 길이(L) 0.5m, 폭 0.03m, 두께는 평판과 동일한 0.002m를 사용하여 실험하였다. 실험에 쓰인 재료는 Al을 사용하였으며 재료의 물성치는 table 2와 같다. 결합부분에

올려놓을 point mass는 2kg 추를 사용하였다.

table 2. Property of Material

	밀도( $\rho$ )	영률(Y)	포아송비( $\nu$ )
Al	2700 kg/m <sup>3</sup>	70GPa	0.33

실험장치 구성은 fig.4와 같이 구성하였으며 실험에 사용한 계측기들은 table 3.에 나와있다.

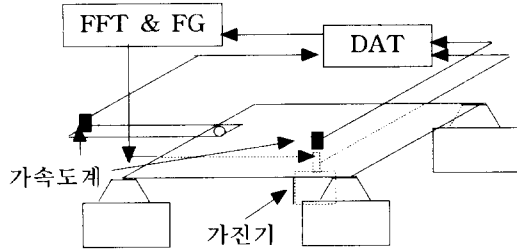


fig. 4 Experimental apparatus

table 3. Experimental Equipment

계측기	Spec.	비고
가진기	APS-120S Saker	Ch. 1
가속도계	Rion PV-90B	Ch. 2
	Rion PV-90B	Ch. 3
FFT & FG	8Ch HP FFT	
DAT	SONY 8Ch DAT	

### 3.2 실험적 검증

평판과 보의 볼트와 너트로 하였다. 평판의 모서리에서 각각 25cm, 20cm 떨어진 위치에서 평판의 아래에 가진기를 설치하였다. 공간 및 시간적 평균 속도를 구하기 위해 가속계를 평판에서는 총 13군데, 보의 경우는 5군데를 옮겨가면서 측정하였다. 가진은 먼저 HP FFT 내의 소스모듈을 통해 랜덤노이즈를 가진 하였고, 다음은 250Hz, 500Hz, 1000Hz, 2000Hz의 옥타브 밴드 노이즈를 차례로 가진 하였다. 그리고 평판과 보의 결합부분에 2kg의 추를 올려놓고 동일 실험을 반복하였다.

table 4.는 각각의 옥타브 밴드 노이즈로 가진한 후 측정된 결과를 250, 500, 1000, 2000Hz의 중심 주파수에 대해 나타내었다. table 5.는 랜덤노이즈로 가진한 후 측정된 결과를 정리한 것이다.

table 5. 와 table 6.의 결과와 식(14)를 사용하여 평판과 보의 결합손실계수를 구해보면 table 6.과 같다.

table 4. Result of Measurement(Band Noise)

		평판	보	point mass
Hz	질량(kg)	3.24	0.081	2
250	공진 모드수	17.03 ( $\delta f=10.4$ )	1.3 ( $\delta f=135.91$ )	$\langle v_P^2 \rangle$ $2.55 \times 10^{-6}$
	$\langle v^2 \rangle$	$2.63 \times 10^{-6}$	$4.41 \times 10^{-6}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $5.08 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$5 \times 10^{-7}$	$2.75 \times 10^{-7}$	
500	공진 모드수	34.05 ( $\delta f=10.4$ )	1.8 ( $\delta f=192.2$ )	$\langle v_P^2 \rangle$ $1.31 \times 10^{-6}$
	$\langle v^2 \rangle$	$1.55 \times 10^{-6}$	$1.35 \times 10^{-6}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $6.21 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$1.48 \times 10^{-7}$	$6.08 \times 10^{-8}$	
1000	공진 모드수	68.11 ( $\delta f=10.4$ )	2.6 ( $\delta f=271.81$ )	$\langle v_P^2 \rangle$ $4.62 \times 10^{-7}$
	$\langle v^2 \rangle$	$4.18 \times 10^{-7}$	$2.59 \times 10^{-7}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $1.99 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$1.99 \times 10^{-8}$	$8.07 \times 10^{-9}$	
2000	공진 모드수	136.22 ( $\delta f=10.4$ )	3.7 ( $\delta f=384.41$ )	$\langle v_P^2 \rangle$ $1.6 \times 10^{-6}$
	$\langle v^2 \rangle$	$1.63 \times 10^{-8}$	$8.55 \times 10^{-8}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $4.3 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$3.88 \times 10^{-8}$	$1.8 \times 10^{-8}$	

table 5. Result of Measurement(Random Noise)

		평판	보	point mass
250	$\langle v^2 \rangle$	$9.45 \times 10^{-7}$	$1.4 \times 10^{-6}$	$\langle v_P^2 \rangle$ $1.06 \times 10^{-6}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$1.8 \times 10^{-7}$	$8.72 \times 10^{-8}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $4.26 \times 10^{-7}$
500	$\langle v^2 \rangle$	$6.37 \times 10^{-7}$	$6.2 \times 10^{-7}$	$\langle v_P^2 \rangle$ $6.25 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$6.06 \times 10^{-8}$	$2.79 \times 10^{-8}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $2.90 \times 10^{-7}$
1000	$\langle v^2 \rangle$	$4.09 \times 10^{-7}$	$3.22 \times 10^{-7}$	$\langle v_P^2 \rangle$ $4.06 \times 10^{-7}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$1.95 \times 10^{-8}$	$1 \times 10^{-8}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $2.06 \times 10^{-7}$
2000	$\langle v^2 \rangle$	$2.41 \times 10^{-6}$	$1.31 \times 10^{-6}$	$\langle v_P^2 \rangle$ $2.4 \times 10^{-6}$
	$\frac{M\langle v^2 \rangle}{N}$	$5.73 \times 10^{-8}$	$3.52 \times 10^{-8}$	$\langle v_B^2 \rangle$ $3.59 \times 10^{-7}$

table 6. Measurement value of CLF

Hz	옥타브밴드 노이즈		랜덤노이즈	
	No Mass	Mass	No Mass	Mass
250	0.0122	0.0075	0.0094	0.0015
500	0.0034	0.0015	0.0043	0.0014
1000	0.0048	0.0027	0.0074	0.0036
2000	0.0033	0.0001	0.0048	0.0005

Vibro-Acoustic Sciences Limited (1996)

[5] Courtney B. Burroughs, Raymond W. Fischer, "An Introduction to SEA", J., Acoust., Soc., Am., 101, 1779-1789 (1997)

[6] Richard H. Lyon, "Machinery Noise and Diagnostics", Butterworths (1987)

## 5. 결론

구조물에서 진동에너지의 전파특성 중요한 역할을 하는 결합손실계수를 실험적, 이론적으로 구해서 평판과 보의 특성을 알아보았다. 구조물에서 결합손실계수가 낮으면 진동에너지는 소스 근처에서 가장 크며, 소스 근처에서 소멸된다. 반대로 결합손실계수가 높으면 구조물을 통해서 진동에너지가 일정하게 분포되는 경향을 보인다.

본 논문에서는 평판과 보의 진동에너지 전달특성을 분석하기 위하여 결합손실계수를 실험을 통하여 구하였다. 또한 결합부분에서의 point mass를 부가하므로 평판과 보의 결합손실계수의 변화를 알아보았다. 결합부분에 point mass를 부가하므로 결합손실계수가 옥타브밴드 노이즈에서 최고 1/30까지 줄어들고 랜덤노이즈에서는 1/10 까지 줄어든다. 결합손실계수가 줄어든다는 것은 진동에너지의 전달을 줄이는 것을 의미한다. 그러므로 결합부분에 적절한 질량을 부가와 함께 구조물의 결합손실계수를 예측하면 진동에너지의 저감효과를 얻을 수 있다.

## 참고 문헌

- [1] L. Cremer, M. Heckl, and E. E. Ungar, "Structureborne Sound", Springer Verlag (1988)
- [2] Leo L. Beranek, "Noise and Vibration control", McGraw-Hill (1971)
- [3] Lyon, R. H, "SEA of dynamic systems; theory and application", MIT Press (1975)
- [4] "AutoSEA User Guide (ver. 1.5)",