

진동원으로부터 지지구조물에 전달되는 진동 파워의 추정방법

°김 재철*, 이 종원**, 大野 進一***

Study on the Estimation of Vibrational Power Supplied From Source to Supporting Structure

Jae Chul Kim, Chong Won Lee, Shinichi Ohno

Abstract

This paper proposes a method for estimating the vibrational power supplied by a machine that generates excitation force to its supporting structure via the coupling points. The basis of the method is that the vibrational power can be calculated using the mechanical impedance and the velocity at the coupling points on the supporting structure. First, a method is described to estimate the mobilities at the coupling points when the machine is not separable from the supporting structure, then the vibrational power is calculated using the estimated mobilities and measured velocities at the coupling points. The mobilities are estimated from the result of impulsive testing of the coupled structure. The method is investigated using an experimental model. The estimated and measured values of the mobilities and the vibrational power are compared. It is shown that the estimated values agree well with the measured values.

1. 서론

진동을 발생하는 엔진을 선박, 자동차, 항공기 등의 구조물에 설치 하면, 진동원의 가진력에 의해서 구조물내에 진동이 발생하여, 진동원과 멀리 떨어진 곳에서 소음이 발생한다. 이러한 구조물내의 고체전파음의 예측 수단으로 1962 년경 Lyon 이 통계적에너지해석법 (Statistical Energy Analysis: SEA)⁽¹⁾을 제안하여 항공, 선박 및 건축분야^(2,3,4)에서 커다란 성과를 올렸으며, 최근에는 자동차분야⁽⁵⁾에서도 활발한 연구가 행해지고 있다. 그러나 SEA 법을 이용해서 구조물을 해석할 경우, 진동원으로부터 구조물에 전달되

는 진동파워가 필요하며, SEA 법에 국한되지않고 고체전파음의 예측 및 평가에도 중요한 요소이다. 이 진동파워는 진동원과 이를 지지하는 구조물이 결합되는 점(이하, 결합점)에서 지지구조물상의 결합점의 힘과 속도로부터 직접 측정할 수 있다. 또 이 방법 이외에도 지지구조물상의 결합점에서의 기계인피던스(또는 모빌리티)와 진동원의 속도로부터 진동파워를 구할 수 있으나, 일반적으로 진동원과 지지구조물이 분리되지 않는 경우에는 결합점의 힘을 측정하는 것은 곤란할 뿐만 아니라, 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스도 측정이 불가능하다. 그러나 실제의 구조물에 있어서 진동원과 지지구조물이 분리되지 않는 경우가 많아, 진동원과 지지구조물을 분리하지 않고도 진동파워를 추정할 수 있는 방법이 요구되어지고 있다.

이러한 배경으로 본 연구에서는 진동원과 지지구조물을 분리하지 않고 결합되어져 있는 상태에서 가

* 현대자동차 승용제품개발 2 연구소

** 중앙대학교 기계공학부

*** 東京大學 生産技術研究所

진 실험으로부터 측정되는 진동 응답을 이용해서 지 지구구조물의 결합점의 기계인피던스를 추정하는 방법을 제안하고, 추정한 기계인피던스와 결합점의 속도의 측정치를 이용해서 진동원으로부터 지 지구구조물에 전달되어지는 진동파워를 추정한다.

2. 진동파워의 추정이론

2.1 진동파워의 계산식⁽⁶⁾

그림 1 과 같이 진동원이 구조물에 지지되어져 있는 경우, 진동원의 가진력에 의해서 지 지구구조물상의 결합점에 힘 $F(t)$ 과 속도 $V(t)$ 가 발생하여, 각 결합점을 통해서 진동파워가 전달되며, 이 진동파워는 다음과 같은 식으로부터 얻어질 수 있다.

$$Q(t) = \langle F(t) V(t) \rangle_t = P(t) + jR(t) \quad (1)$$

여기서, $\langle \rangle_t$ 는 시간평균, $P(t)$ 는 Active power 이고, $R(t)$ 는 Reactive power 이다.

실제 진동원으로부터 구조물에 전달되는 진동파워는 Active power $P(t)$ 이다.

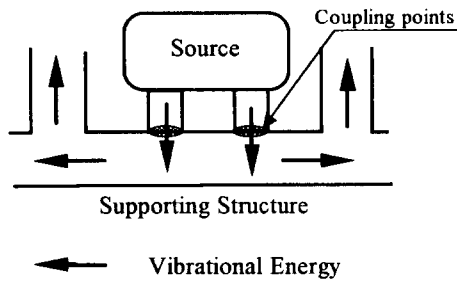


Fig 1 Vibrational power transmitted from the source to supporting structure

진동원과 지 지구구조물 사이의 결합점에 작용하는 힘이 정현파인 경우, 식(1)의 Active Power 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F(\omega) V(\omega)^* \} \quad (2)$$

여기서, V^* 는 V 의 공액 복소수이며, Re 은 실수부를 나타낸다.

진동원과 지 지구구조물이 한점으로 결합되어져 있는 경우, 구조물의 결합점의 기계인피던스 $Z(\omega)$ 를 이용해서 식(2)를 표현하면 식(3)과 같이 된다.

$$P(\omega) = \frac{1}{2} |V(\omega)|^2 \text{Re} \{ Z(\omega) \} \quad (3)$$

또한, 진동원과 지 지구구조물이 다점으로 결합되어져 있는 경우에는 결합점에 작용하는 힘과 속도가 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} F_1(\omega) \\ \vdots \\ F_n(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(\omega) & \cdots & Z_{1n}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1}(\omega) & \cdots & Z_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega) \\ \vdots \\ V_n(\omega) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, $Z_{ij}(\omega)$ 는 $i=j$ 일 경우 구동점 인피던스이고, $i \neq j$ 일 경우에는 전달 인피던스이다.

식(4)를 식(2)에 대입하면, 식(5)와 같이 각 결합점을 통해서 전달되는 진동파워를 구할 수 있다.

$$P(\omega)_i = \frac{1}{2} \text{Re} \left[V_i^* \sum_{j=1}^n Z_{ij}(\omega) V_j(\omega) \right] \quad (i=1 \cdots n) \quad (5)$$

또한, 진동원으로부터 지 지구구조물에 전달되는 총진동파워, 즉 각 결합점을 통해서 전달되는 진동파워의 합은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(\omega)_{total} = \frac{1}{2} \text{Re} \sum_{i=1}^n \left[V_i^* \sum_{j=1}^n Z_{ij}(\omega) V_j(\omega) \right] \quad (6)$$

진동원에 의해서 지 지구구조물상에 발생하는 힘은 일반적으로 랜덤진동으로 다음과 같이 힘과 속도의 스펙트럼을 이용해서 나타낼 수가 있다.

$$P(\omega) = \text{Re} \{ G_{fv} \} \quad (7)$$

여기서, G_{fv} 는 힘과 속도의 크로스 스펙트럼이다 또한, 식(5)와 식(6)을 상사과 같이 나타내면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_i(\omega) = \text{Re} \sum_{j=1}^n (Z_{ij} G_{vjv}) \quad i=1 \sim n \quad (8)$$

$$P_{total} = \text{Re} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (Z_{ij} G_{vjv}) \quad (9)$$

2.2 진동파위의 추정방법

결합점에 작용하는 힘을 직접측정하는 것은 일반적으로 곤란하지만, 결합점에서의 속도는 측정가능한 경우가 많다. 이점을 착안해서, 지지구조물의 결합점의 기계인피던스를 알고 있으면, 식(5)을 이용해서 결합점에서의 속도와 기계인피던스로부터 결합점을 통해서 공급되어지는 진동파위를 구할 수가 있으므로 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스 $Z(\omega)_j$ 가 필요하다. 그러나, 상기의 방법으로 진동파위를 구할 경우, 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스 $Z(\omega)_j$ 는 진동원과 지지구조물이 분리되면, 지지구조물상의 결합점에 가진력을 주어 응답을 측정함으로써 구할 수 있으나, 분리되지 않는 경우에는 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스를 추정 해야만 한다.

이하에서 진동원과 지지구조물이 결합된 상태에서 측정할 수 있는 진동응답을 이용하여, 지지구조물상의 기계인피던스를 추정하는 식을 설명하기로 하자.

2.2.1 힘과 속도와의 관계식

그림 2 과 같이 진동원과 지지구조물이 스프링과 감쇠기로 구성되어진 방진고무가 삽입되어 결합되어져 있는 모델을 생각하자. 이러한 경우에 있어서, 결합점은 진동원과 지지구조물상의 양쪽에 존재 한다. 그림 2 에서, 첨자 a 와 b 는 진동원상의 결합점 이외의 점과 결합점을 나타내고, c 와 d 는 지지구조물상의 결합점과 결합점이 외의 점을 나타내고 있다. 다시 말해서, 방진고무의 상단이 b 이고 하단이 c 이다. 이하에서 모빌리티 측정을 위해서 결합구조물상의 상기 4 종류의 점 $a \sim d$ 에 대해서 가진할 수 있다고

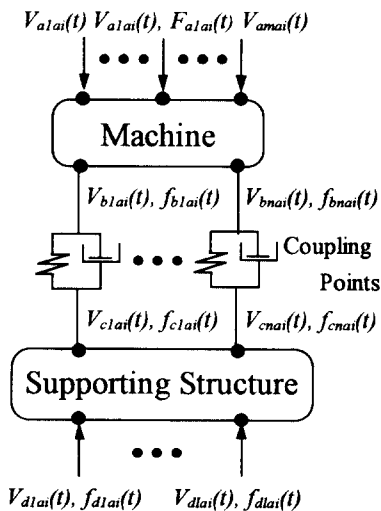


Fig 2. Model of the source and supporting structure

가정하고 힘과 속도의 관계식을 구하자. 더욱이 이하에서 취급하는 기호는, 결합구조물만의 모빌리티를 T , 진동원만의 모빌리티를 G , 지지구조물만의 모빌리티를 H , 가진력을 F , 방진고무에 발생하는 힘을 f , 각점의 속도를 V 로 정하자. 또 첨자 a, b, c, d 는 상기의 정의에 따라서, 첨자가 2 개 있는 경우에는 앞쪽이 응답점, 뒷쪽의 가진점의 위치를 나타낸다. 여기서, G 와 H 는, 결합의 유무에 관계가 없이, 진동원과 지지구조물의 고유의 특성치이다.

(a) 진동원상의 결합점 이외의 점을 가진할 경우

그림 2 과 같이 진동원상의 결합점이 외의 점을 가진할 경우, 가진력과 응답점의 속도의 관계식을 구하면 다음과 같다.

(1) 결합구조물에 관한 관계식

$$V_{aiaj} = T_{aiaj} F_{aj} \quad (i = 1 \cdots m, j = 1 \cdots m)$$

$$V_{biaj} = T_{biaj} F_{aj} \quad (i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots m)$$

$$V_{ciaj} = T_{ciaj} F_{aj} \quad (i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots m)$$

$$V_{diaj} = T_{diaj} F_{aj} \quad (i = 1 \cdots k, j = 1 \cdots m)$$

상식을 행렬로 표시하면, 다음과 같다.

$$\mathbf{V}_{aa} = \mathbf{T}_{aa} \mathbf{F}_a \quad \text{-----} (10)$$

$$\mathbf{V}_{ba} = \mathbf{T}_{ba} \mathbf{F}_a \quad \text{-----} (11)$$

$$\mathbf{V}_{ca} = \mathbf{T}_{ca} \mathbf{F}_a \quad \text{-----} (12)$$

$$\mathbf{V}_{da} = \mathbf{T}_{da} \mathbf{F}_a \quad \text{-----} (13)$$

(2) 진동원에 관한 관계식

$$V_{aiaj} = G_{aiaj} F_{aj} + \sum_{l=1}^n G_{aibl} f_{blaj} \quad (i = 1 \cdots m, j = 1 \cdots m)$$

$$V_{biaj} = G_{biaj} F_{aj} + \sum_{l=1}^n G_{bibl} f_{blaj} \quad (i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots m)$$

상식을 행렬로 표시하면, 다음과 같다.

$$\mathbf{V}_{aa} = \mathbf{G}_{aa} \mathbf{F}_a + \mathbf{G}_{ab} \mathbf{f}_{ba} \quad \text{-----} (14)$$

$$\mathbf{V}_{ba} = \mathbf{G}_{ba} \mathbf{F}_a + \mathbf{G}_{bb} \mathbf{f}_{ba} \quad \text{-----} (15)$$

(3) 지지구조물에 관한 관계식

$$V_{ciaj} = \sum_{l=1}^n H_{cicl} f_{claj} \quad (i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots m)$$

$$V_{diaj} = \sum_{l=1}^n H_{dil} f_{claj} \quad (i = 1 \cdots k, j = 1 \cdots m)$$

상식을 행렬로 표시하면, 다음과 같다.

$$\mathbf{V}_{ca} = \mathbf{H}_{cc} \mathbf{f}_{ca} \quad (16)$$

$$\mathbf{V}_{da} = \mathbf{H}_{dc} \mathbf{f}_{da} \quad (17)$$

(b) 상기의 점 이외의 점을 가진할 경우

진동원의 결합점을 가진할 경우, 지지구조물의 결합점을 가진할 경우, 지지구조물의 결합점 이외의 점을 가진할 경우에 대해서도 동일한 방법으로 관계식을 세울 수 있으므로, 여기서는 생략하기로 한다.

2.2.2 지지구조물의 결합점의 모빌리티의 추정식

진동원과 지지구조물이 선형계로서 Maxwell-Battie의 상반정리($\mathbf{T}_{ab} = \mathbf{T}_{ba}^T$)가 성립된다고 가정하고,

2.2.1 항에서 유도한 관계식을 이용해서, 지지구조물상의 결합점의 모빌리티 \mathbf{H}_{cc} 의 추정식을 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{H}_{cc} = (\mathbf{T}_{ca} \mathbf{T}_{da}^{-1}) \left\{ \mathbf{T}_{cd}^T - \mathbf{T}_{bd}^T (\mathbf{T}_{ba}^T)^{-1} \mathbf{T}_{ca}^T \right\} \times \left\{ \mathbf{I} - (\mathbf{T}_{ba}^T)^{-1} \mathbf{T}_{ca}^T \right\}^{-1} \quad (18)$$

식(18)로부터 결합구조물상의 점 a, b을 가진 하였을 경우 측정할 수 있는 결합구조물의 모빌리티 \mathbf{T}_{ba} , \mathbf{T}_{ca} , \mathbf{T}_{da} , \mathbf{T}_{bd} , \mathbf{T}_{cd} 로부터 지지구조물만의 모빌리티 \mathbf{H}_{cc} 를 추정할 수 있으며, 역행렬 \mathbf{H}_{cc}^{-1} 를 구하면 식(5)의 기계인피던스 $\mathbf{Z}(\omega)_y$ 를 구할 수 있다.

3. 실험

본 장에서는 제 2 장에서 제안한 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스와 진동과위의 추정방법에 대한 타당성을 실험적으로 검토하기 위한 실험장치 및 실험방법에 관해서 기술한다.

3.1 실험장치

그림 3은 전체의 실험장치를 나타낸 것으로서 종×횡×두께가 500×400×5 mm의 강판에 가진기를 탑재한 것을 진동원이라고 하고, 종×횡×두께가 700×600×5 mm의 강판과 그 것을 지지하는 방진고무, 베드 및 마루 전체를 지지구조물로 설정했다. 가진기의 진동판에 직경 120mm, 두께 20mm의 강철 원판을 부착해서, 원판의 관성반력을 진동원의 가진력으로 했다. 또한 결합구조물의 모빌리티를 측정하기 위해서 자석이 부착된 스탠드에 소형 가진기를 부착해서 일정한 임펄스 신호를 보내어 임펄스 가진

을 하였다

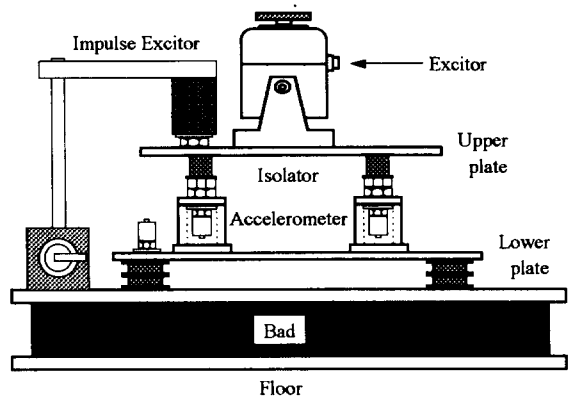


Fig 3. Schematic diagram of the machine isolator-supporting structure configuration

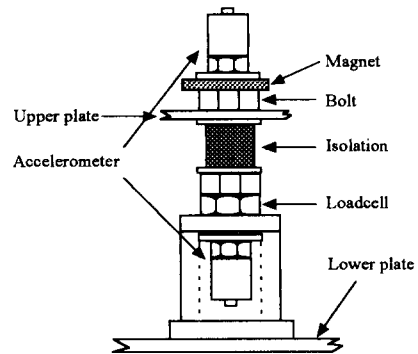


Fig 4 Experimental layout at the coupling points

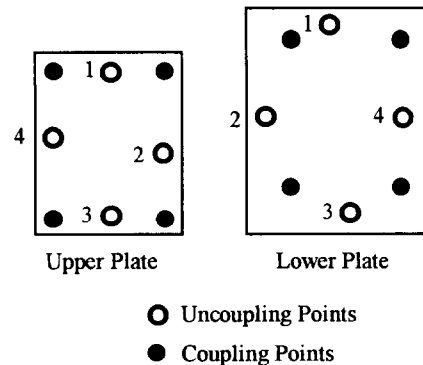


Fig 5 Uncoupling points on machine and supporting structure

그림 4는 상하 강판의 결합부분의 상세도로서 강판 사이의 원통형 방진고무가 그림 2에서 이론모델의 방진고무에 해당하는 부분이며, 방진고무의 상단이 이론모델의 점 b에 해당하고 하단이 점 c에 해당한다. 방진고무의 하단과 아래의 강판 사이에 Lodacell 과 가속도계를 설치, 결합점에 작용하는 힘과 결합점 c의 속도를 측정했다. 위의 강판에도 가속도계를 설치하여, 결합점 b의 속도를 측정했다.

3.2 모빌리티의 측정

지지구조물상의 결합점의 모빌리티 H_{cc} 는 진동원에 해당하는 가진기, 상부의 강판 및 방진고무를 제거한 상태에서, 점 c에 해당하는 부분을 임펄스 가진하여 측정했다. 또한, 결합구조물의 모빌리티 T_{ba} , T_{ca} , T_{da} , T_{bd} , T_{cd} 는 가진기, 상부의 강판 및 방진고무를 설치한 후, 그림 5와 같이 상하의 강판상에 결합점 이외의 점 a, d에 해당하는 4개의 점을 설정하고, 임펄스 가진을 행하여 측정했다. 진동원과 지지구조물의 결합점 이외의 점 a, d의 응답은 가속도계를 영구자석으로 각 점에 부착하여 측정했고, 진동원의 결합점의 응답은 그림 4의 상부의 가속도계로 측정했다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 결합구조물의 상반성의 확인

진동원과 지지구조물이 결합된 상태에서, 임펄스 가진실험으로 측정한 모빌리티 T_{bd} , T_{da} 를 비교해서, 결합구조물의 선형성을 확인 했다. 그림 6은 결합구조물의 측정치로 실선은 진동원의 결합점 이외의 점을 임펄스 가진할 때, 지지구조물의 결합점 이외의 점의 속도를 측정해서 구한 모빌리티 이며, 점선은 가진점과 응답점을 바꾸어서 측정한 모빌리티 이다. 그림 6의 결과로부터 두 측정치가 거의 일치하고 있어 결합구조물의 선형성을 확인하였다.

4.2 지지구조물의 결합점의 모빌리티의 측정치와 추정치

본 실험에서 사용한 실험장치에서는 진동원과 지지구조물이 4 점으로 결합되어져 있어서, 실험과 추정으로부터 16 개의 결합점의 모빌리티를 구할 수 있다. 그림 7은 한개의 결합점에 관해서 얻은 결과는 기준치를 $1m/N.s$ 로 하여 데시벨로(dB) 표시했다. 실선은 3.2 절의 방법으로 측정한 모빌리티의 측정치이며, 점선은 3.2 절의 방법으로 측정한 결합구조물의 모빌리티 T_{ba} , T_{ca} , T_{da} , T_{bd} , T_{cd} 를 식(18)에 대입해서 계산한 추정치이다. 측정치와 추정치가 약간의 차는 있지만, 전반적으로 잘 일치하고 있다.

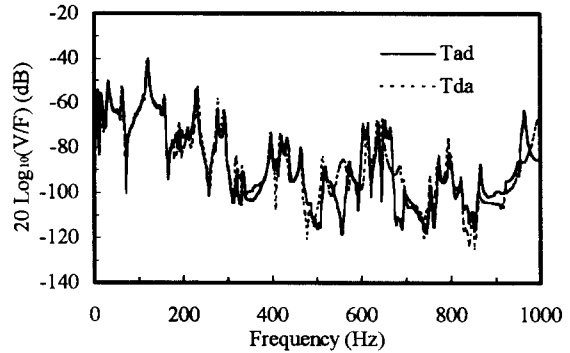


Fig 6 Reciprocity of measured mobilities for coupled structure

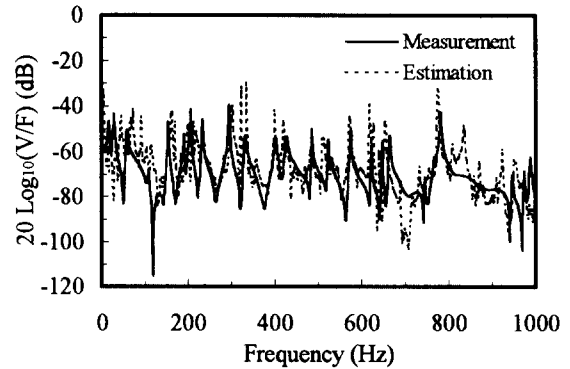


Fig 7 Comparison of measured and estimated mobilities(H_{cc}) at the coupling point on supporting structure

4.3 진동파위의 측정치와 추정치

그림 3의 실험장치와 같이 진동원과 지지구조물을 결합한 상태에서 가진기에 랜덤신호를 보내서 지지구조물에 진동파위를 공급하였다. 지지구조물에 전달되는 진동파위는 앞에서 설명한 것처럼 결합점에 발생하는 힘, 속도, 기계인피던스를 이용해서 다음과 같이 3가지의 방법으로 구했다. 결합점의 힘과 속도의 측정치를 식(7)에 대입해서 구한 값을 진동파위의 측정치라 하고, 4.2 절의 기계인피던스의 측정치(그림 7의 실선)와 속도의 측정치를 식(8)에 대입해서 구한 값을 진동파위의 추정치 1라 한다. 또 4.2 절에서 계산한 기계인피던스의 추정치(그림 7의 점선)와 속도의 측정치를 식(8)에 대입해서 구한 값을 진동파위의 추정치 2라 한다. 이하의 그림의 데시벨(dB) 표시는 기준치 1W 이다.

그림 8은 한 개의 결합점을 통해서 전달되는 진동파위의 측정치와 추정치 1, 2를 나타내고 있다. 그림 9는 각 결합점을 통해서 전달되는 진동파위의 합인

측정치와 추정치 1, 2를 나타낸다.

그림 8 과 그림 9 로부터, 진동파위의 측정치와 추정치가 전체적으로 잘 일치하고 있어, 진동원으로부터 지지구조물에 전달되어지는 진동파위가 추정되었다고 할 수 있다.

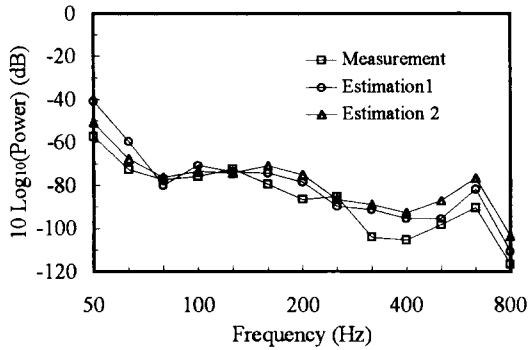


Fig 8 Comparison of measured and estimated vibrational power

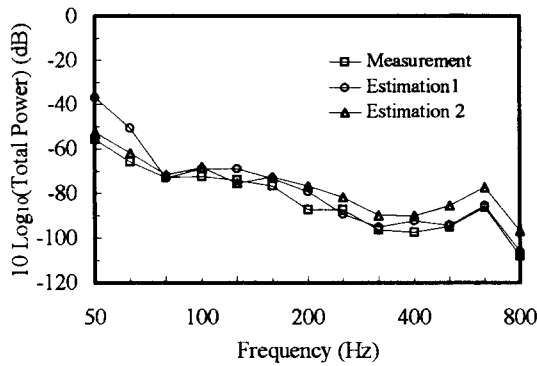


Fig 9 Comparison of measured and estimated total vibrational power

5. 결론

본 연구의 결과를 정리하면, 다음과 같다.

- (1) 가진력을 발생하는 진동원이 지지구조물과 결합된 상태에서, 양구조물을 분리하지않고도 가진실험을 통해서 측정한 결합구조물의 모빌리티를 이용하여 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스를 추정할 수 있게 되었다.
- (2) 지지구조물상의 결합점의 기계인피던스 추정치와 속도의 측정치를 이용해서, 결합점을 통해서 진동원으로부터 지지구조물에 전달되는 진동파위의 추정이 가능하게 되었다.

참고 문헌

- [1] Lyon. R. H, "Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems Theory and Application" (1975) pp373, MIT Press.
- [2] Kihlman. Y and Plant. J, "Prediction of Noise Levels in Ships" Proc. Int. Symp. Shipbord Acoustics, (1976), pp297-317.
- [3] 入江良彦, "SEA 법에 의한 고체전파음 해석", 일본음향학회지, 제 8 권, 제 6 호, (1992), pp433- 444.
- [4] Craik. R. J. M, "The Prediction of Sound Transmission through Buildings using Statistical Energy Analysis" J. Sound. Vib, 82(4), pp505-516
- [5] Steel. J. A and Fraser. G, " Sound Transmission through Motor Vehicle Structuree using Statistical Energy Analysis" 96 Inter-Noise, (1996), pp1415-1418
- [6] Pinnington. R. J and White. R. G, " Power Flow through Machine Isolators to Resonant and Non-resonant Beams" J. Sound. Vib, 752 (1981), pp179-197.