

중공 크랭크축 베어링계의 진동해석

°조윤국*, 김정수**

Vibration Analysis of a Hollow Crankshaft

Supported by Fluid-film Bearing

Youn Kook Cho, Jung Soo Kim

ABSTRACT

A hollow crankshaft is considered as part of an effort to reduce the weight of the automobile powertrain. Since the resulting mass reduction alters both the inertia and stiffness properties of the crankshaft, the vibration characteristics of the hollow crankshaft needs to be investigated in comparison with the original solid crankshaft. The crankshafts are modeled by 38 lumped mass and stiffness elements, in which the dynamic parameters for each lumped element are obtained by the finite element calculation. The fluid-film bearings supporting the crankshaft give rise to linear spring and damping elements that can be derived from the hydrodynamic bearing model. The transfer matrix method is applied to yield the natural frequencies and mode shapes of the crankshaft vibration. The natural frequencies of the hollow crankshaft are founded to be greater than that of the solid crankshaft, and the incorporation of the bearing stiffness tends to accentuate the difference.

1. 서론

최근 엔진의 고속화, 경량화를 위하여 다양한 설계변경이 시도되고 있다. 그중 엔진의 경량화를 위한 크랭크축의 중공화는 엔진 크랭크축의 진동에 지대한 영향을 미친다. 중공화에 의한 크랭크축의 질량감소는 계의 고유진동수를 증가시키며 강성감소는 계의 고유진동수를 감소시킨다. 진동은 크랭크축의 응력 분포에도 영향을 미치므로 진동특성을 정확히 예측하는 것이 중요하다.

또한 엔진의 속도와 부하조건에 따라 민감하게 반응하는 유막베어링이 크랭크축을 지지함으로써 크랭크축의 진동에 변화를 유발시킨다.

이러한 유막베어링의 강성·감쇠 특성은 높은 비선형성, 비대칭성 및 교차(cross-coupling)특성을 가지게 되고 이러한 베어링의 동특성은 계 전체의 진동특성에 지대한 영향을 미친다. 크랭크축이 작

은 운동을 수행한다고 보았을 때 선형화된 베어링의 강성계수와 감쇠계수를 모델에 포함시킬 수 있다. 본 연구에서는 중공화에 따른 크랭크축 베어링계의 진동특성변화를 규명하고자 한다.

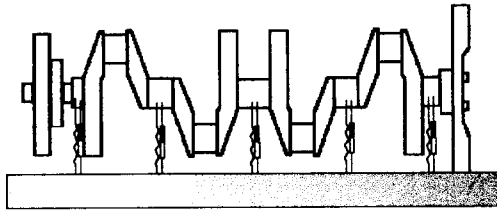
2. 크랭크축의 해석 방법

본 연구에서 해석하고자 하는 크랭크축은 <그림 1>과 같이 유막 베어링에 의해 지지된 복잡한 형상의 연속체이다. 해석에는 Wakabayashi⁽³⁾가 제안한 Transfer Matrix Method와 FEM을 이용한 Hybrid 방법을 적용하였다. <그림 2>는 연속체인 크랭크축의 각각의 부분(pulley, clutch, crank-nose, journal, fillet, web, pin, crank-end)을 하나의 lumped된 요소로 모델링하여 크랭크축을 총 38개의 요소로 이루어지게 모델링한 것이며 <그림 3>은 이렇게 lumped된 하나의 요소를 Transfer Matrix Method에 적용시키기 위해 하나의 질량요소와 질량요소 양옆의 2개의 스프링 요소로 다시 모델링한 것이다. 따라서 이 모델은 38개의 질량요소와 계에 영향을 미치지 않는 양 끝

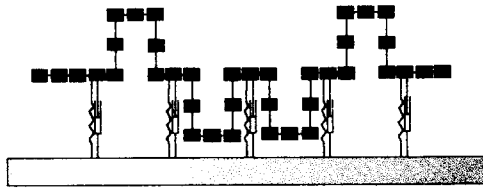
* 홍익대학교 대학원 정밀기계공학과

** 홍익대학교 기계공학과

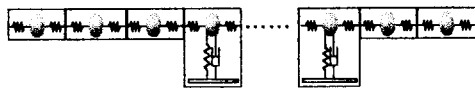
단의 스프링 요소를 제외한 74개의 스프링 요소로서 총 112개의 transfer matrix로 구성되어 진다.



<Figure 1> Engine Crankshaft

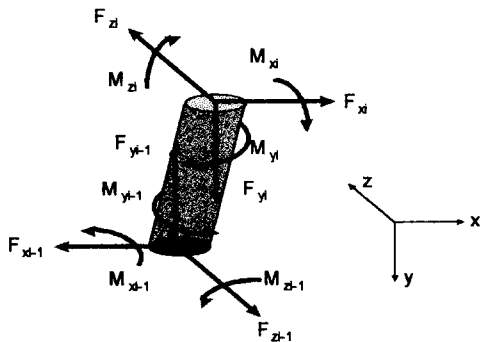


<Figure 2> Discretized Model of Crankshaft



<Figure 3> Linearized Lumped Element Model

<그림 4>는 스프링 요소를 단순한 일반적인 연속체 형태로 나타내어 힘과 모멘트가 작용하는 것을 도시한 것이며 이러한 스프링 요소의 각방향 강성값을 matrix 형태로 나타내면 아래와 같다. 실제 각 요소의 강성값들은 F.E.M.을 통해 산출하였다.



<Figure 4> Free Body Diagram of Spring Element

F_x	K_{DzFx}	K_{DzFy}			K_{DzMz}	D_x
F_y	K_{DyFx}	K_{DyFy}			K_{DyMz}	D_y
F_z			K_{DzFz}	K_{DzMx}	K_{DzM_y}	D_z
M_x			$K_{\theta zFz}$	$K_{\theta zMx}$		θ_x
M_y			$K_{\theta yFz}$		$K_{\theta yM_y}$	θ_y
M_z	$K_{\theta zFx}$	$K_{\theta zFy}$			$K_{\theta zMz}$	θ_z

이렇게 산출된 연속체의 강성값과 힘과 모멘트의 평형을 고려하여 식을 세우면 스프링 요소에 대한 Transfer Matrix의 Field Matrix를 얻을 수 있으며 질량 요소에 대한 힘과 모멘트의 평형관계를 이용하여 Transfer Matrix의 Point Matrix를 얻을 수 있다. 반면에 유막베어링에 의해 지지된 질량 요소의 Point Matrix 부분은 아래식과 같이 베어링의 강성값 K_{yy} , K_{yz} , K_{zy} , K_{zz} 가 포함되어 구성된다.

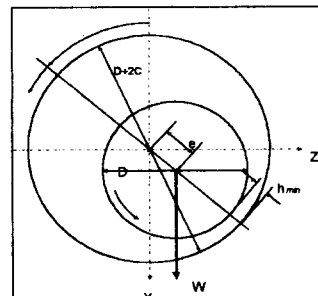
$$F_{yi} = F_{yi-1} + (K_{yy} - m\omega^2)D_{yi-1} + K_{yz}D_{zi-1}$$

$$F_{zi} = F_{zi-1} + K_{zy}D_{yi-1} + (K_{zz} - m\omega^2)D_{zi-1}$$

3. 유막 베어링의 동특성 해석

유막 베어링은 높은 하중에도 잘 견딜 수 있기 때문에 무거운 회전체를 지지하는데 사용된다. 또한 유막 베어링은 강성특성과 감쇠특성을 가지고 있는데 엔진의 회전속도와 부하조건에 따라 매우 민감한 변화를 보이며 방향성을 갖는다. 유막 베어링을 hydrodynamic 베어링으로 간주할 때 베어링의 윤활막은 Reynold's equation에 의해 지배되는 압력분포를 갖게 되며 이 압력과 베어링에 작용하는 하중, 속도의 관계로부터 강성계수와 감쇠계수를 구할 수 있다.

일반적인 hydrodynamic 베어링의 형태는 <그림 5>와 같다.



<Figure 5> Cross-section of Oil-film Bearing

Journal의 투영면적에 대한 평균 압력 p' 은 다음과 같다.

$$p' = \frac{W}{2RL}$$

평균압력 p' 을 무차원의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$p_m = \frac{p'}{\mu N} \left[\frac{C}{R} \right]^2 = \frac{W}{\mu NDL} \left[\frac{C}{R} \right]^2$$

μ - viscosity [N · sec/m²]

N - revolutions per second [rev/sec]

D - journal diameter = 2R [m]

L - length of bearing [m]

R - journal radius [m]

C - radial clearance [m]

W - bearing radial load [N]

Ω - $2\pi N$ [rad/sec]

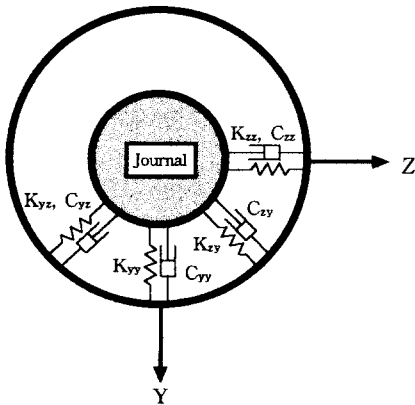
일반적으로 베어링의 무차원하중은 Sommerfeld number로 정의되어진다.

$$S = \frac{1}{p_m} = \frac{\mu NDL}{W} \left[\frac{R}{C} \right]^2$$

또한 journal 중심의 편심률(eccentricity ratio)은 다음과 같이 정의되어진다.

$$\epsilon = \frac{e}{C} \quad (e - \text{journal equilibrium eccentricity})$$

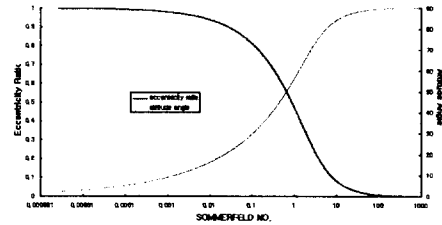
<그림 5>의 베어링 강성효과를 선형화된 강성으로 표현하면 <그림 6>과 같다.



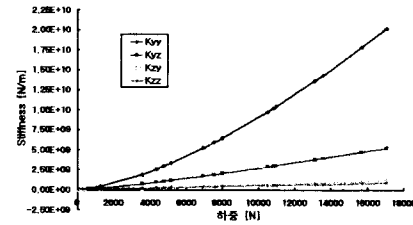
<Figure 6> Linearized Bearing Stiffness and Damping Coefficients

따라서 선형화된 강성계수값은 Journal 부분에 작용하는 하중과 회전속도를 알아내어 이들로부터 무차원 하중(Sommerfeld number)을 구한 뒤 무차원 하중과 편심률(eccentricity ratio : ϵ)을 이용하여 산출할 수 있다.

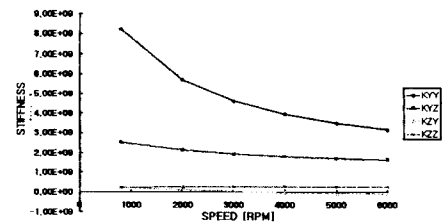
<그림 7>은 베어링의 길이가 19 mm, journal의 지름이 55 mm인 경우 Sommerfeld number 와 eccentricity ratio 의 관계를 나타낸다. 여기서 실선은 eccentricity ratio 의 크기, 점선은 journal의 중심과 bearing의 중심을 잇는 연장선이 Y축과 이루는 각인 attitude angle ϕ 를 의미한다. <그림 8>은 일반적인 회전축의 회전속도를 800 RPM 으로 하였을 경우에 하중의 변화에 따른 강성값의 변화를 나타낸 것이고 <그림 9>는 특정하중에 대하여 회전속도 변화에 따른 강성계수의 변화를 나타낸 것이다.



<Figure 7> Bearing Eccentricity vs. Sommerfeld No.



<Figure 8> Stiffness Coefficients vs. Radial Bearing Load



<Figure 9> Stiffness Coefficients vs. Engine RPM

4. 크랭크축 베어링계의 진동 해석

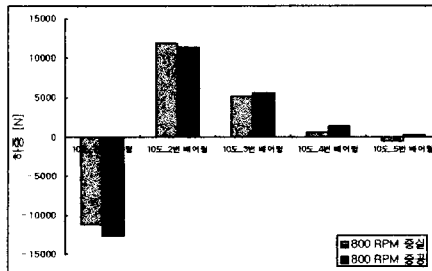
4.1 베어링에 작용하는 부하조건과

강성계수 산출

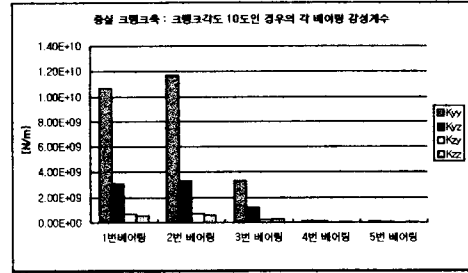
앞에서 설명했던것과 같이 유막베어링의 강성계수는 일정한 값으로 정해지는 것이 아니라 journal의 회전속도와 하중에 따라 변화를 보이는 값이다. 따라서 크랭크축의 자유진동을 해석하기 위해서는 특정 회전속도와 하중상태에서의 베어링 강성계수를 먼저 구해야 한다. 크랭크축이 일정한 속도로 회전하고 있더라도 크랭크 각도에 따라 journal에 작용하는 하중이 변한다. 이는 크랭크축이 일정한 외부 가진력을 계속 받는 것이 아니라 크랭크 각도에 따라 4개의 실린더에서 동시에 발생하는 힘이 제각기 다르기 때문이다. 따라서 각각의 크랭크축 회전속도와 각도에 따라 journal에 작용하는 하중들을 산출해 낸 뒤 그 하중들을 사용하여 유막베어링에 작용하는 강성계수값을 산출해 내야한다. 산출된 강성계수 값을 사용하여 유막베어링에 의해 지지된 크랭크축의 자유진동 해석을 수행하였다.

<그림 10>은 engine이 idling 회전속도인 800 RPM을 유지할 때 크랭크 각도가 10도인 경우에 중공 크랭크축과 중실크랭크축의 5개 베어링에 작용하는 하중을 나타낸 것이다. 엔진 크랭크축은 크랭크 각도가 10도, 190도, 370도, 550일 때 gas 폭발 압력과 piston부분의 관성력에 의해 가장 큰 힘을 받게 된다.

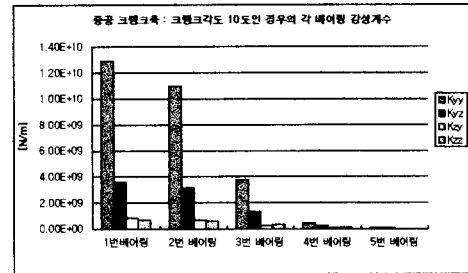
<그림 11>과 <그림 12>는 중실축과 중공축의 크랭크각이 각각 10도인 경우의 강성계수 값이다.



<Figure 10> Bearing Load for 10° Crankshaft Angle



<Figure 11> Stiffness Coefficient Values for Solid Crankshaft



<Figure 12> Stiffness Coefficient Values for Hollow Crankshaft

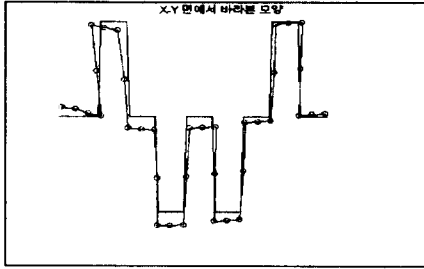
4.2 고유진동수와 Mode shape 산출

먼저 베어링의 강성을 무시한 자유지지 경우의 자유진동 해석을 수행하였다. 중공 크랭크축과 중실 크랭크축의 고유진동수와 차이는 <표 1>과 같으며 중공축과 중실축 모두 1차, 2차, 3차 고유진동수는 각각 y축 bending, x축 torsion, z축 bending 모드를 갖는 것으로 나타났으며 중실축에 비해 중공축의 고유진동수가 상대적으로 큼을 알 수 있다. <그림 13>은 중공 크랭크축의 186.84 Hz y축 bending 모드, <그림 14>는 327.49 Hz x축 torsion 모드를 나타낸 그림이다.

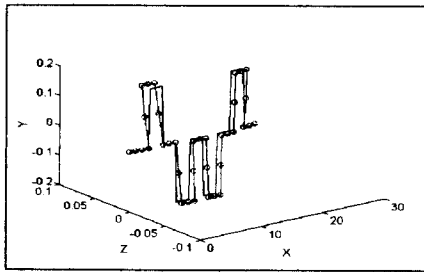
단위 : Hz

모드	중공축	중실축	차이 [%]
1 st	186.84	174.07	6.83
2 nd	327.49	319.25	2.52
3 rd	367.57	347.44	5.48
4 th	624.66	578.22	7.43
5 th	791.58	741.40	6.34
6 th	1216.01	933.39	23.24
7 th	1236.00	965.77	21.86
8 th	1497.51	1364.30	8.90
9 th	2104.36	1717.73	18.37
10 th	2266.23	1765.99	22.07

<Table 1> Natural Frequencies for Free-Free Support



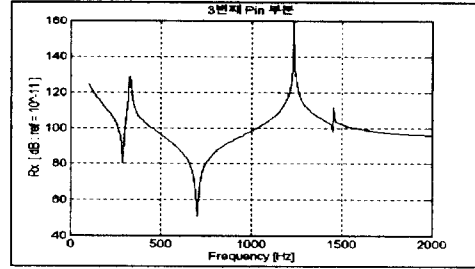
<Figure 13> Y-Axis Bending Mode Shape



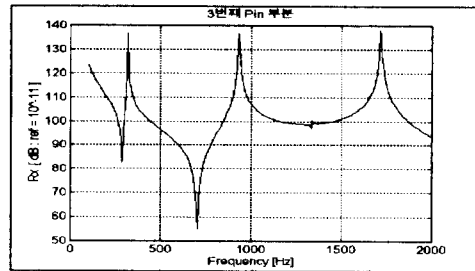
<Figure 14> X-Axis Torsional Mode Shape

베어링의 강성계수를 크랭크축의 전체모델의 베어링 부분에 포함시킨 뒤 Frequency Response Function(FRF)을 구하고 큰 응답을 보이는 주파수를 크랭크축의 고유진동수로 간주할 수 있다. 크랭크축을 지지하는 유막베어링은 회전속도와 회전각도에 의해 수시로 변하는 강성계수를 갖고 있기 때문에 일반적인 고유치 해석을 통하여 크랭크축 고유진동수를 구하는 것은 큰 의미를 갖지 못한다. 즉 강성계수 자체가 계의 고유진동수에 따라 변하는 특성을 가지기 때문에 각각의 진동수에 해당하는 강성계수를 포함한 상태에서의 고유진동수를 구하기 위하여 FRF를 이용하였다.

비교하기 위하여 먼저 자유지지의 경우에 대하여 FRF를 구하여 보았다. <그림 15>는 1번 실린더 부분에 가진력을 가했을 때 중공 크랭크축의 torsion에 대한 응답을 나타낸 것이며 <그림 16>은 중실 크랭크축에 관한 응답이다. FRF를 통하여 도출된 고유진동수가 <표 1>에 포함된 torsion 모드와 일치하는 것을 알 수 있다.

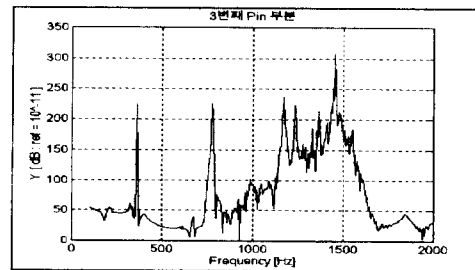


<Figure 15> FRF for Freely Supported Hollow Crankshaft

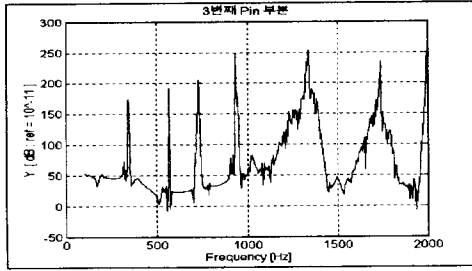


<Figure 16> FRF for Freely Supported Solid Crankshaft

<그림 17>은 유막베어링에 의해 지지된 중공 크랭크축의 응답크기를 나타낸 것이며 <그림 18>은 중실 크랭크축의 응답을 나타낸 것이다. <표 2>는 응답에 따른 중공축과 중실축의 고유진동수와 차이를 나타낸 것이다. 자유지지 상태의 중공 186.84Hz, 중실 174.07Hz 의 첫 번째 모드 각각 <그림 17>, <그림 18>에서와 같이 베어링에 지지된 상태에서는 뚜렷이 나타나지 않는 미미한 응답을 보임을 알 수 있으며 각각의 모드에서의 중공축과 중실축의 고유진동수 차이가 베어링에 지지되지 않은 상태보다 약간 큰 차이를 보이고 있음을 알 수 있다.



<Figure 17> FRF for Bearing Supported Hollow Crankshaft



<Figure 18> FRF for Bearing Supported Solid Crankshaft

단위 : Hz

모드	중공축	중실축	차이 [%]
1 st	360.8	342.9	4.96
2 nd	777.0	569.7	26.68
3 th	1172.7	731.0	37.67
4 th	1234.7	933.1	24.43
5 th	1455.7	1337.5	8.12
6 th	2073.1	1734.1	16.35

<Table 2> Natural Frequencies for Bearing Support Condition

5. 결론

유막 베어링에 의해 지지된 중공 크랭크축의 진동을 해석하기 위해서 우선 유막 베어링의 동특성 해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 가진력에 의한 하중이 클수록, journal의 회전속도가 느릴수록 강성계수값이 커짐을 알 수 있었고 계수의 민감도가 급격히 증가함을 알 수 있었다.

2) journal의 회전속도와 하중에 따라 계의 진동 특성에 가장 큰 영향을 미치는 Y축 방향 강성계수 K_y 가 가장 큰 민감도를 보임을 알 수 있었다.

또한 중실 크랭크축과 중공 크랭크축의 고유진동수 차이, 베어링 강성을 무시한 경우와 포함시킨 경우에 나타난 고유진동수의 차이와 변화에 따른 결론은 다음과 같다.

1) 자유지지의 경우와 베어링을 포함할 때 모두에 대하여 중공 크랭크축의 고유진동수가 중실 크

랭크축에 비하여 증가함을 알 수 있었다.

2) 베어링의 강성을 포함하여 해석하였을 경우 중공 크랭크축·중실 크랭크축 모두 자유지지의 경우에 비해 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다.

3) 크랭크축을 중공축으로 하였을 경우 중실축에 비하여 자유지지의 경우에는 2~23%의 고유진동수 증가, 베어링 포함시에는 4~37%의 고유진동수 증가를 보임을 알 수 있었다. 따라서 중공화에 따른 질량 감소의 효과가 강성변화의 효과를 능가하는 것을 알 수 있다. 또한 베어링이 포함되어질 때 중실축에 비해 중공축의 고유진동수가 더욱 큰 차이를 보이며 증가함을 알 수 있었다.

4) 베어링 포함시 베어링의 교차성에 의하여 각 모드들간의 연성효과가 증가하는 것을 알 수 있었다.

6. 참고문헌

(1) J. S. Rao, "Rotor Dynamics", John Wiley & Sons, 1983.

(2) William T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications", 3rd ed., Prentice Hall, 1993.

(3) K. Wakabayashi, T. Yonezawa, S. Iwamoto, "The Application of a Combined Transfer Matrix and Finite Element Method to the Estimation of Vibration Stresses of a Reciprocation Engine Crankshaft", C19/87, IMECH, 1987.

(4) B.I.C.E.R.A., "A Handbook on Torsional Vibration", Cambridge University Press, 1958.

(5) Chong Won Lee, "Vibration Analysis of Rotors", Kluwer Academic Publishers, 1993.