

변형률 모드시험방법의 특성 및 응용

차주환* · 하태희** · 이진명***

A Study on the Characteristics and Applications of a Strain Modal Testing Method

J. H. CHA and T. H. HA and G. M. LEE

Key Words : Modal Testing(모드시험), Strain(변형률), Strain Gauge(스트레인게이지),
Strain Frequency Response Function(변형률 주파수응답함수)

ABSTRACT

A strain modal testing method has been applied to a cantilever beam to investigate the characteristics of the method. By applying the method to an analytical and an experimental system, it was shown that accurate modal parameters can be estimated from the FRFs using a current modal parameter extraction algorithm. The modal parameters estimated by the method are more accurate than those by the conventional method which uses accelerometers when the tested system is of light weight. The strain response for a given excitation force and the force which causes the response can be predicted using the measured strain FRFs.

1. 서론

모드시험(modal testing)은 시스템의 동적 특성을 규명하기 위한 목적으로 행하여지는 실험적인 방법이다. 이러한 실험은 대상 시스템을 가진하고 가진력과 응답을 측정 후, 이 측정 데이터로부터 모드매개변수를 추출한다. 기존의 모드시험의 응답 형태로서는 변위, 속도, 가속도 등을 주로 사용하였으며 이에 관한 연구가 많이 수행되어 왔다^(1,2).

변형률과 응력도 시스템의 중요한 응답이며, 특히 반복 하중에 의한 피로파괴 가능성이 많은 시스템이나 동적 하중을 받는 구조물의 설계 및 해석시 주 관심대상이 된다. 그러나 변형률 모드시험 방법은 많이 활용되고있지 않으며, 이 방법에 관한 연구 역시 부진한 편이다^(3,5).

스트레인게이지를 이용한 변형률 모드시험방법은 가격이 저렴하고 주변장치가 간단하며, 사용이 간편하기 때문에 기존의 모드시험방법의 하나의 대안이 될 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 간단한 외팔보를 사용하여 변형률 모드시험방법의 특성을 고찰하고, 측정된 변형률 주파수응답을 사용하여 가진력과 변형률응답을 예측하는 데 적용하였다.

2. 이론적 배경

시스템의 가진점 k와 응답점 j사이의 변위 주파수응답함수 (Displacement Frequency Response Function : DFRF) $H_{jk}(\omega)$ 와 변형률 주파수응답함수 (Strain Frequency Response Function : SFRF) $S_{jk}(\omega)$ 는 다음과 같다⁽⁴⁾.

$$H_{jk}(\omega) = \sum_r \frac{\phi_j \cdot \phi_k}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \quad (1)$$

* 경상대학교 대학원

** 한국전력 주식회사

*** 경상대학교 기계공학과

$$S_{jk}(\omega) = \sum_r \frac{r \epsilon_j \cdot r \phi_k}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \quad (2)$$

이때, ω_r 과 ζ_r 은 모드 r 의 고유진동수와 감쇠비를, $r \phi_k$ 는 흔히 사용하는 모드 r 의 변위 모드형(displacement mode shape)으로 k 점에서의 성분을, 그리고 $r \epsilon_j$ 는 모드 r 의 정규화된 변형률 모드형(strain mode shape)으로 j 점에서의 성분을 나타낸다.

식(1)과 식(2)를 비교해보면 DFRF와 SFRF는 유사한 식으로 표현됨을 알 수 있다. 각 모드의 고유진동수와 감쇠비는 두 주파수응답함수에서 동일하고, 모드상수만이 다른 값을 가진다.

따라서, DFRF로부터 모드매개변수를 추출하는 기존의 모드해석 프로그램인 complex exponential method⁽⁶⁾을 사용하여 SFRF로부터 모드매개변수를 구할 수 있고, 변위 모드형뿐만 아니라 변형률 모드형도 구할 수 있다.

3. 시뮬레이션

변형률 모드시험방법의 특성을 고찰하기 위하여 간단한 외팔보에 대한 DFRF와 SFRF를 해석적으로 구하였다. 이 SFRF를 이용하여 주어진 가진력에 대한 변형률응답을 예측하는 방법에 대하여 고찰하였다.

3.1 변형률 주파수응답함수

길이가 L 이고 $x = x_v$ 에서 조화력 $F e^{i\omega t}$ 을 받는 외팔보의 DFRF와 SFRF는 다음과 같다.

$$DFRF = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Y_r(x_v) \cdot Y_r(x)}{\rho A L M_r \cdot (\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega)} \quad (3)$$

$$SFRF = h \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Y_r(x_v) \cdot \dot{Y}_r(x)}{\rho A L M_r \cdot (\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega)} \quad (4)$$

여기서 $M_r = \frac{1}{L} \int_0^L Y_r(x)^2 dx$ 이고, $Y_r(x)$ 는 변위 모드형을 나타내고, $\dot{Y}_r(x)$ 는 변형률 모드형을 나타낸다.

길이(L) 270mm, 폭 35mm, 두께 1.5mm인 304계열의 스테인레스(stainless)외팔보에 대하여 가진점과 응답점을 변화시켜가며 이론적인 주파수응답을

추정하였다. 시스템의 지지부에서 $x = 10\text{mm}$, 60mm , 110mm , 160mm , 210mm , 260mm 떨어진 점을 각각 1, 2, 3, 4, 5, 6번점으로 하여 가진점과 응답점으로 사용하였고, DFRF와 SFRF를 계산하여 Fig. 1과 Fig. 2에 나타 내었다. 이론적인 DFRF와 SFRF를 계산하는데 처음 5개 모드만을 포함하였고, 각 모드에 대한 감쇠비는 0.01을 사용하였다. Fig. 1은 이론적으로 구한 DFRF와 이로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 추정하고 이들 모드매개변수로 부터 합성된 DFRF를 함께 나타내고 있는데 두 FRF가 정확하게 일치하고 있다. Fig. 2는 이론적으로 구한 SFRF와 추정한 모드매개변수로 부터 합성된 SFRF를 나타내고 있다. 역시 정확하게 일치하고 있다. Table 1은 이론적으로 구한 SFRF의 모드매개변수와 이론적인 SFRF로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 추정한 결과를 나타내고 있다. 정확한 모드매개변수가 추정되었음을 알 수 있다.

이 결과로부터 DFRF에 사용된 모드해석 프로그램을 SFRF에도 그대로 사용할 수 있음을 알 수 있다.

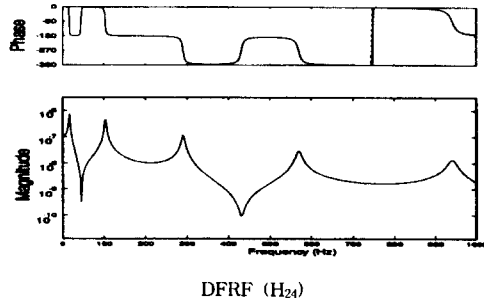


Fig. 1 Displacement frequency response function of the simulated cantilever beam.

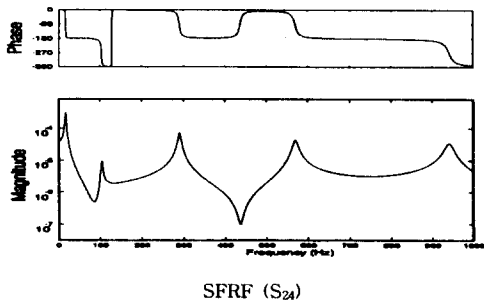


Fig. 2 Strain frequency response function of the simulated cantilever beam.

3.2 변형률 예측

대상 시스템으로부터 측정된 SFRF를 사용하여 임의 가진력에 대한 변형률 응답을 예측할 수 있는지를 알아보기 위해 계단하중(step force)이 작용하는 간단한 경우를 고찰 하였다.

외팔보가 $x = x_v$ 에서 $F_0 \cdot u(t)$ ($u(t)$ 는 단위 계단함수)의 힘을 받고, 초기 조건이 영일때 계의 응답은 다음과 같다.

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot q_r(t) \quad (5)$$

윗 식에서

$$q_r(t) = \frac{Y_r(x_v)}{\rho A L M_r} \frac{F_0}{\omega_r^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta_r^2}} e^{-\zeta_r \omega_r t} \cos(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} t - \phi_r) \right] \quad (6)$$

이고, $\phi_r = \tan^{-1} \frac{\zeta_r}{\sqrt{1-\zeta_r^2}}$ 이다.

따라서, 계단하중에 대한 변형률 응답은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon(x, t) &= h \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \\ &= h \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot q_r(t) \end{aligned} \quad (7)$$

한편, SFRF를 역푸리에 변환(inverse Fourier transform)하여 변형률 충격응답함수를 구하고, 이 충격응답함수와 가진력을 대합적분(convolution integral)함으로써 변형률 응답을 구한다. 변형률 충격응답함수를 $g(t)$ 라 하고, 가진력을 $F(t)$ 라 하면 변형률 응답은 다음과 같이 된다.

$$\epsilon(x, t) = \int_0^t F(t-\tau) \cdot g(\tau) d\tau \quad (8)$$

앞에서 사용한 외팔보의 계단하중에 대한 변형률 응답을 식(7)에서의 이론적인 방법과 식(8)에서의 수치적인 방법으로 계산하여 Fig. 3에서 비교하고 있다. 두 가지 방법으로 구한 변형률 응답이 정확하게 일치함을 알 수 있다. 따라서 이 결과로부터 변형률 모드시험에서 측정된 SFRF를 사용하여 임의의 가진력에 대한 변형률 응답을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

4. 실험

앞 절에서 사용된 스테인레스 외팔보에 대하여

변형률 모드시험방법을 실험적으로 수행하였다. 충격해머를 사용하여 가진하고, 응답신호는 가속도계(PCB, 303A02)와 스트레인게이지(EA-06-125AD-120)를 사용하여 측정하였다. 실험 주파수 범위는 1-1000Hz, 주파수 간격은 2.5Hz이다. 가진신호와 응답신호의 측정에는 FFT analyzer (Ono sokki, CF-350)를 사용하였다.

변형률 예측은 충격하중과 가진기 가진에 대하여 실시하였고, 가진기 신호중 swept sine wave에 대하여 가진력 예측을 하였다.

4.1 모드해석

Fig. 4는 충격해머에 의한 가진을 받는 외팔보의 SFRF를 측정하는 실험장치 구성도를 나타내고 있다. DFRF는 스트레인게이지 대신 가속도계를 부착하여 측정하였다.

Table 1. Theoretical and Estimated modal parameters.

mode	Theoretical values		Estimated values	
	Freq.(Hz)	Damping(%)	Freq.(Hz)	Damping(%)
1	16.566	1.0000	16.565	1.0077
2	103.819	1.0000	103.820	1.9954
3	290.697	1.0000	290.694	0.9948
4	569.651	1.0000	569.620	1.0000
5	941.674	1.0000	941.692	0.9999

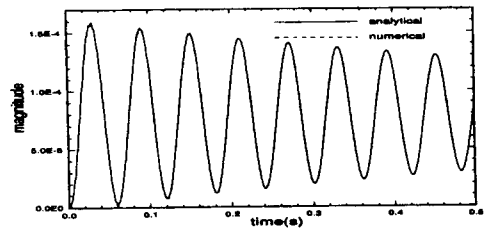


Fig. 3 Comparison of the analytical and predicted strain responses for a step force.

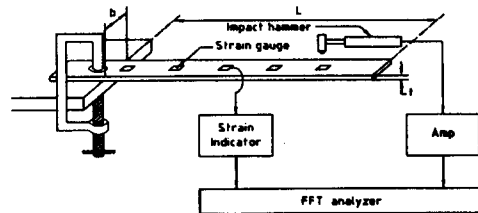
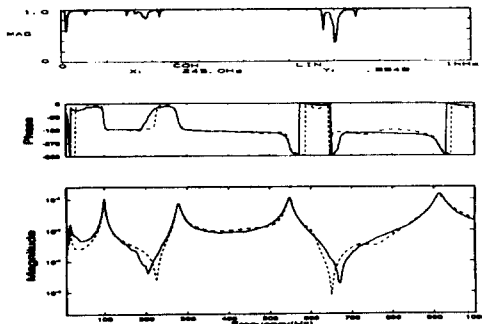


Fig.4 Schematic diagram of the experimental setup.

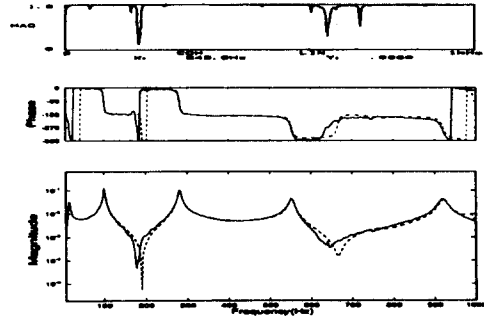
전술한 방법으로 측정된 SFRF와 DFRF로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 구하고, 이로부터 합성한 SFRF와 DFRF를 각각 Fig. 5, 6, 7, 8에 나타내었다. Fig. 5는 가진점을 변화시키고 응답점을 고정하여 측정한 SFRF를, Fig. 6은 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜 측정한 SFRF를 나타내고 있다. Fig. 7은 가진점을 변화시키고 응답점을 고정하여 측정한 DFRF를, Fig. 8은 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜 측정한 DFRF를 나타내고 있다. 각 그림의 실선은 측정된 주파수응답함수이고, 점선은 실험적으로 구한 주파수응답함수를 모드해석하여 합성한 주파수응답함수이다. 스트레인게이지를 사용하여 실험적으로 측정된 SFRF는 합성한 SFRF와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나 가속도계를 사용하여 실험적으로 측정된 DFRF는 가진점을 변화시키고, 응답점을 고정시켰을 때만 합성한 DFRF와 일치한다. 가속도계를 옮겨다니면서 측정된 DFRF와 합성한 DFRF는 잘 일치하지 않는다. 그러나 코히어런스는 가속도계를 사용한 경우가 훨씬 좋게 나타난다. 또 실험적으로 측정된 SFRF를 모드해석하여 추출한 모드매개변수를 Table 2에, DFRF를 모드해석하여 추출한 모드매개변수를 Table 3에 각각 나타내었다. 전반적으로 가속도계를 사용할 때 고유진동수가 해석적인 값보다 작은 값을 나타낸다. 이것은 가속도계의 부가질량으로 인한것이라 생각된다.

앞에서 측정된 주파수응답함수들로부터 변위 모드형과 변형률 모드형을 얻을 수 있다. 스트레인게이지를 사용하여 측정된 변위 모드형과 이론적으로 구한 변위 모드형을 같이 Fig. 9에, 가속도계를 사용하여, 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜



SFRF (S_{31})

Fig. 5 Comparison of the measured and synthesized SFRFs of the cantilever beam.



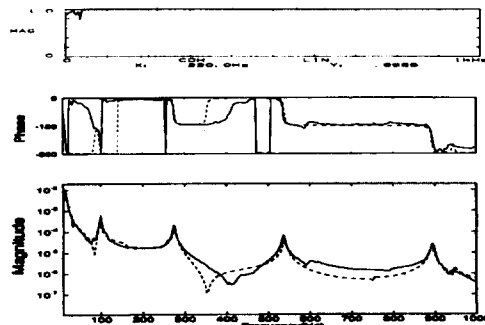
SFRF (S_{54})

Fig. 6 Comparison of the measured and synthesized SFRFs of the cantilever beam.



DFRF (H_{34})

Fig. 7 Comparison of the measured and synthesized DFRFs of the cantilever beam.



DFRF (H_{24})

Fig. 8 Comparison of the measured and synthesized DFRFs of the cantilever beam.

측정된 변위 모드형과 이론적으로 구한 변위 모드형을 같이 Fig. 10에 나타내었다. 스트레인게이지를 사용하였을 때의 모드형이 이론적인 모드형과

더 잘 일치하고 있다. 이로부터 가속도계의 질량을 무시할 수 없는 경량인 시스템의 모드시험에는 변형률 모드시험이 더 적합함을 알 수 있다.

4.2 변형률 예측

변형률 예측은 충격하중과 가진기를 이용한 swept sine wave가진에 대하여 수행하였다. 장치 구성도는 충격하중의 경우 Fig. 5와 동일하며, 가진기의 경우 충격해머 대신에 6번점에 가진기를 부착하여 가진신호를 가하였다. 이때 각각 2번 점에서의 응답을 사용하였다. 각각의 가진신호와 응답신호를 FFT analyzer로써 측정후, 다시 동일한 가진점과 응답점에서 구한 SFRF를 푸리에 역변환하여 변형률 충격응답함수를 구하고 이 값을 각각의 가진신호와 대합적분하였다. 충격하중에 의한 변형률 응답을 Fig. 11에, swept sine wave에 의한 변형률 응답을 Fig. 12에 각각 나타내었다. 점선은 실험으로 측정된 응답이고 실선은 예측한 응답이다. swept sine wave를 사용하였을 경우는 두 가지 응답이 잘 일치하고 있으나, 충격하중의 경우는 주기는 일치하나 진폭과 감쇠에서 오차를 나타내고 있다. 이것은 FFT analyzer에서 변형률 응답을 측정할 때 충격하중의 경우는 exponential window를 사용함으로 인하여 측정 데이터에 인위적으로 감쇠가 부가되었기 때문이다.

Table 2. Estimated modal parameters from experimental results with straingauges.

mode	Response point fixed		Excitation point fixed	
	Freq.(Hz)	Damping(%)	Freq.(Hz)	Damping(%)
1	15.861	9.3406	16.065	8.8791
2	99.320	1.4055	100.547	1.5402
3	278.207	1.4794	281.600	0.9322
4	548.027	0.8592	553.001	0.8603
5	911.907	1.0869	920.666	0.8865

Table 3. Estimated modal parameters from experimental results with accelerometers.

mode	Response point fixed		Excitation point fixed	
	Freq.(Hz)	Damping(%)	Freq.(Hz)	Damping(%)
1	15.434	10.3435	15.520	3.8641
2	98.419	2.3440	99.002	0.9122
3	278.975	0.6686	278.718	0.6450
4	546.967	0.3658	542.473	0.4837
5	897.498	0.3270	898.523	0.2739

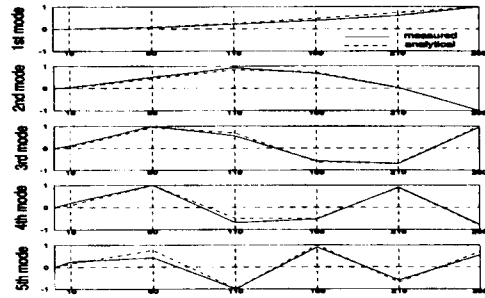


Fig. 9 Comparison of the measured and analytical displacement mode shapes when straingauges are used.

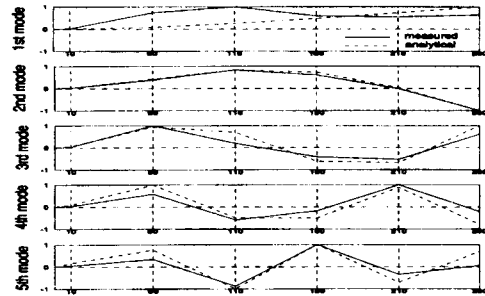


Fig. 10 Comparison of the measured and analytical displacement mode shapes when accelerometers are used.

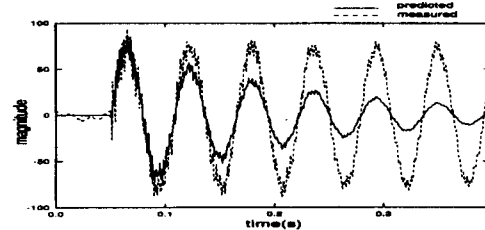


Fig. 11 Comparison of the measured and predicted strain responses for an impulse force.

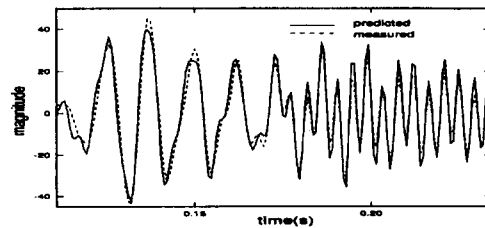


Fig. 12 Comparison of the measured and predicted strain responses for a swept sine force.

4.3 가진력 예측

가진력 예측의 경우도 가진점과 응답점을 변형을 예측에서와 동일한 점을 사용하였다. 먼저 FFT analyzer를 사용하여 가진점과 응답점에서의 가진 신호와 응답신호, 그리고 SFRF를 측정한후, 응답 신호를 푸리에 변화시키고 이 값을 SFRF로 나누어 가진신호의 푸리에 변환을 구하고, 이를 다시 푸리에 역변환하여 가진력을 구하였다. 이렇게 예측한 가진력과 미리 측정된 가진력을 Fig. 13에 각각 나타내었다. 이 그림으로부터 가진력이 정확하게 예측되었음을 알 수 있다.

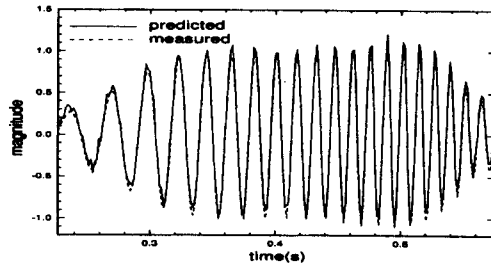


Fig. 13 Comparison of the measured and predicted forces for a swept sine force.

5. 결론

본 논문에서는 스트레인게이지를 사용한 변형률 모드시험방법의 특성을 고찰하기 위하여 외팔보에 대한 시뮬레이션과 실험을 수행하였다. 해석적으로 구한 SFRF로부터 기존의 모드해석 프로그램을 사용하여 정확한 모드매개변수를 추출할 수 있었고, 변위 모드형뿐만 아니라 변형률 모드형도 구할 수 있었다.

충격해머와 스트레인게이지를 이용하여 측정된 SFRF의 코히어런스는 가속도계를 이용한 DFRF의 코히어런스에 비하여 낮은 값을 갖는다. 그럼에도 불구하고 측정된 SFRF와 추정된 매개변수로부터 합성한 SFRF는 잘 일치하였다. 이는 정확한 매개변수가 추정되었음을 의미한다.

가진기를 고정시키고 가속도계의 위치를 변화시켜하며 DFRF를 측정된 경우에는 가속도계의 위치에 따라서 시스템의 특성이 조금씩 변화하기 때문에 정확한 모드해석을 하기가 어려웠다. 그러나 스트레인게이지를 사용하였을 경우는 가진점과 응답점에 관계없이 정확한 모드해석을 할 수 있었다. 이로부터 소형, 경량인 시스템의 모드시험에는 가속도계를 사용하는 것보다 스트레인게이지를 사용하는 것이 적합함을 알 수 있다.

SFRF를 이용하여 가진력으로부터 변형률 응답을, 그리고 변형률 응답으로부터 가진력을 각각 예측할 수 있음을 보였다.

참고문헌

1. Ewins, D. J., 1984, Modal Testing : Theory and Practice, J. Wiley, London.
2. Allemang, R. J. and Brown, D. L., 1987, Experimental modal analysis, Handbook on Experimental Mechanics, Prentice-Hall, NJ, : 659-738.
3. Harris, C. M., 1987, Shock and vibration handbook, McGraw-Hill, Inc. : 17-1,21-1.
4. Bernasconi, O. and Ewins, D. J., 1989, Modal strain/stress fields, International J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol 4, No 2 : 68-76.
5. Meirovitch, L., 1986, Elements of vibration analysis, McGraw-Hill, Inc. Printed in Singapore, 5 : 204-237.
6. 이건명, 1992, PC용 모드해석프로그램의 개발, 경상대학교 생산기술연구소 논문집 8 : 127-131.