

## 경수로 핵연료봉 노내지지 건전성 해석

(0)임정식\*, 구양현\*\*, 윤경호\*\*, 손동성\*\*

### Analysis on the Suporting Integrity of the PWR Fuel Rod

J.S.Yim, Y.H.Koo, K.H.Yoon and D.S.Sohn

#### A B S T R A C T

The fuel rod for PWR is supported by the spring of the sapcer grid to maintain its axial location and lateral space between fuel rods to get proper functions during the residence in the reactor. The long exposure duration makes the spring to be relax and loss the spring force that results in a fuel rod rattling which may cause fuel rod failure. Here considering the spring behaviour as a fuction of burnup the reaction forces of the springs are calculated by the finite element program developed herein to evaluate the integrity of the fuel rod from fretting. The results are compared with previous data and ANSYS for the validation of the program and procedures.

#### 1. 서 론

상용의 핵연료는 노심장전 2년 내지 3년 이상의 노내연소 기간을 가지며 이러한 장기간의 연소기간중 연료봉의 건전성 확보는 필수적인 핵연료 설계관심사이다. 핵연료의 건전성에 주는 영향인자는 핵적, 기계적, 열수력적 및 재료적 인자가 상호 연관되어 복잡한 양상을 보이며 최종적인 건전성은 기계적 건전성의 형태로 보장되어야 하므로 핵연료의 건전성 평가에 있어서 연료봉의 기계적 건전성 평가는 그만큼 중요한 역할을 하게된다.

본 연구의 목적은 핵연료봉의 많은 건전성 평가 요인 중에서 연료봉의 핵적, 열적 거동의 결과와 순수한 노내 기계적 영향인자 만을 고려하여 지지격자의 스프링력에 따른 연료봉 지지거동 평가방법을 개발하여 연소도에 따른 연료봉의 노내 건전성을 평가할 수 있도록 함에 있다.

연료봉은 핵연료 집합체에서 지지격자 스프링에 의해 수직방향 위치가 고정되고 이는 연소중의 연료봉의 열팽창, 조사에 의한 축방향 성장 및 위치이동 등을 허용할 수 있도록 하며, 지지 스프링의 지지력에 의한 연료봉의 고정여부는 연료봉 진동

에 기인한 연료봉의 건전성에 주는 결정적 요인이라 할 수 있다. 이러한 지지격자의 지지력에 대한 설계기준은 핵연료 설계/제조 회사별로 약간의 차이를 보이며, 수명 말에 연료봉의 프레팅을 방지할 최소의 지지격자 스프링력을 요구하거나 지지 스프링과 연료봉의 최소 간격을 지정하는 방법을 사용하여 연소 수명 말의 최소 지지조건을 확보하려는 노력이 있었다. 그러나 지지격자 스프링 및 연료봉의 노내 조사 거동은 연소도가 증가할수록 중성자 조사에 따라 비선형 거동을 하며 특히 스프링의 이완 및 소성변형의 영향으로 인해 연료봉의 지지거동을 예측하는 것은 어려움이 있었다.

여기서는 연료봉을 하나의 보로 가정하고 지지격자 스프링으로 지지된 보의 고유진동해석 유한요소 모델을 개발하여 연료봉이 노내에서 연소될 때 지지격자 스프링의 연소도에 따른 지지거동을 진동의 관점에서 평가 하고자 하였다. 이를 위해 보의 일차원 진동해석용 유한요소 해석 프로그램을 개발하였고 개발된 프로그램을 이용하여 기존의 자료 및 상용의 유한요소 전산 프로그램인 ANSYS 코드 결과와 비교 평가하여 개발된 프로그램의 적용성을 검토하였다.

\* 정회원, 한국원자력연구소,대전유성P.O.box105

\*\* 한국원자력연구소

## 2. 수식의 전개

### 가. 연료봉의 유한요소 정식화

연료봉을 하나의 일차원 보로 가정하면 각 절점에는 수직변위 및 회전변위를 허용하는 2 자유도를 갖는 Figure 1과 같은 요소로 가정할 수 있다[1]. 이때 해석하고자 하는 미분방정식은 전단변형의 영향을 무시하여 유도된 Euler-Bernoulli 보에 대한 다음의 방정식이다[2].

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) - P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial u^2}{\partial t^2} + f = 0 \quad (1)$$

여기서 P는 연료봉과 같이 내부에 충전기체로 채워지고 연소중 핵분열 기체 방출에 의해 내압이 인가되는 압력으로서 연료봉 진동을 해석하기 위해 고려해 주는 축방향 인장력이다.

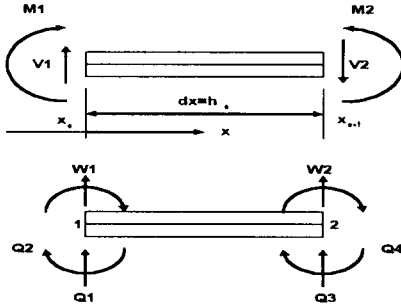


Figure 1. Finite Element Model

이때의 경계조건은 4개 미분방정식에 대하여 4개가 필요하며 이들은 다음과 같다.

$$w(0) = 0 \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial w(0)}{\partial x} = 0 \quad (2.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \Big|_{x=L} = F_0 \quad (2.c)$$

$$EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = M_0 \quad (2.d)$$

식 (1)의 Weak formulation을 취하여 정리하면 다음의 식 (3)이 된다.

$$0 = \left[ \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left\{ EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho A \omega^2 v \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + P \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + v f \right\} dx \right] + \bar{Q} \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{Q} = & -Q_3 v(x_{e+1}) - Q_1 v(x_e) + Q_4 \frac{dv}{dx}(x_e) \\ & + Q_2 \frac{dv}{dx}(x_e) - P \theta_2 v(x_{e+1}) - P \theta_1 v(x_e) \end{aligned} \quad (4)$$

이고

$$Q_1^e = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]_{x_e} \quad (5.a)$$

$$Q_2^e = \left[ EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]_{x_e} \quad (5.b)$$

$$Q_3^e = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]_{x_{e+1}} \quad (5.c)$$

$$Q_4^e = \left[ EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]_{x_{e+1}} \quad (5.d)$$

이며

$$\theta_1 = \frac{\partial w(x_e)}{\partial x}, \quad (6.a)$$

$$\theta_2 = \frac{\partial w(x_{e+1})}{\partial x} \quad (6.b)$$

이다. 또 일차변수  $w$ 와 2차 변수  $\theta$ 의 두 변수를 사용하여 보간 함수는 Hermite 보간 함수 (Interpolation function)를 사용한다. 각 절점에 두 개의 DOF가 있으므로 한 요소 내에는 4개의 미지수가 존재하고 이에 따라 변위  $w$ 를 다음과 같은 다항식으로 가정한다.

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 \quad (7)$$

이를 이용하여 다음의 행렬식을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_e & x_e^2 & x_e^3 \\ 0 & -1 & -2x_e & -3x_e^2 \\ 1 & x_{e+1} & x_{e+1}^2 & x_{e+1}^3 \\ 0 & -1 & -2x_{e+1} & -3x_{e+1}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \quad (8)$$

이로부터  $C_i$ 를 구하여 (7)에 대입하면

$$w(x) = \{ \phi_1^e w_1^e + \phi_2^e \theta_1^e + \phi_3^e w_2^e + \phi_4^e \theta_2^e \} \quad (9)$$

또는

$$w(x) = \sum_{j=1}^4 u_j \phi_j^e \quad (10)$$

여기서

$$u_1 = w_1, u_2 = \theta_1, u_3 = w_2, u_4 = \theta_2 \quad (11)$$

이다.

### 나. 유한요소 모델화

식 (3)의 시험함수(trial function)  $v$ 와 변위

$u$ 를 다음과 같이 가정한다.

$$v = \phi_1, w = \sum_{j=1}^4 u_j \phi_j \quad (12)$$

이들을 식 (3)에 대입하면

$$\sum_{j=1}^4 \left( \int_{x_i}^{x_{i+1}} EI \ddot{\phi}_i \ddot{\phi}_j dx - P \int_{x_i}^{x_{i+1}} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j dx - \rho A \omega^2 \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i \phi_j dx \right) U_j^e = \overline{Q}_i^e + P\theta_1 - P\theta_2 \quad (13)$$

또는

$$\sum_{j=1}^4 \left\{ \int_{x_i}^{x_{i+1}} (EI \ddot{\phi}_i \ddot{\phi}_j + P \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j) dx - \lambda \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i \phi_j dx \right\} U_j^e = \overline{Q}_i^e + P\theta_1 - P\theta_2 \quad (14)$$

이며 간단히 표현하면 다음식이 된다.

$$\sum_{j=1}^4 K_{ij}^e u_j^e + \sum_{j=1}^4 M_{ij}^e u_j^e - F_i^e = 0 \quad (15)$$

여기서

$$K_{ij}^e = EI \int_{x_i}^{x_{i+1}} (\ddot{\phi}_i \ddot{\phi}_j + P \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j) dx \quad (16)$$

$$M_{ij}^e = -\rho A \omega^2 \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i \phi_j dx \quad (17)$$

$$F_i^e = -\overline{Q}_i^e - P\theta_1 + P\theta_2 \quad (18)$$

이며 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[K_{ij}^e] - \lambda [M_{ij}^e] \{u\} = \{F\} \quad (19)$$

만약 보 요소에 스프링으로 구속이 되면 변위에 비례하는 하중 또는 모멘트가 하중 항에 작용하며 변위벡터 항에 해당하는 항을 이항하여 강성 행렬을 수정해 주어야 한다.

#### 다. 고유값 및 모드형상

고유치 문제는 식 (19)에서 하중 항을 영(zero)으로 하고 해석하면 구할 수 있으며 여기서 구한  $\lambda$ 는 고유치로서 고유진동수는  $\lambda = \rho A \omega^2$ 에서 구한다.  $\{u\}$ 는 고유벡터가 되며 모드형상을 구하기 위해 다시 사용된다.

한 요소내의 모드형상은 다음 식 (20)으로부터 구할 수 있다.

$$w^e(x) = \sum_{j=1}^4 u_j^e \phi_j^e \quad (20)$$

이때  $u_j^e$ 는 각 요소의 절점 값으로서 고유치가 되며 해당하는 요소에서의 보간 함수  $\phi_j^e$ 를 사용하

여 모드형상을 구할 수 있다.

#### 라. 지지반력

연료봉이 노심에서 운전 중에는 냉각수의 흐름에 의해 외부 가진력을 받아 진동하게 되며 이 진동의 크기는 유속과 지지 스프링력에 크게 좌우된다. 정상상태 진동진폭과 지지반력의 관계는 다음과 같이 하여 얻을 수 있다.

연료봉에 가해지는 조화 가진(harmonic excitation)을 일반적으로 알려지지 않은 시간의 함수  $f e^{j\omega t}$ 라 하고, 어떤 지지점에서의 지지반력을 구하고자 하는 곳의 회전 DOF를 자유로 두어 미지의 반력  $Re^{j\omega t}$ 를 받는 것으로 가정하면 수정된 계의 응답은 역시 조화함수인  $q = x e^{j\omega t}$ 로 표현할 수 있으며 여기서의 변위  $x$ 는 다음과 같다.

$$x = (x_1, x_2)^T \quad (21)$$

행렬식을 이용하여 전체 계의 운동방정식을 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (K_{11} & K_{12}) \\ (K_{21} & K_{22}) \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ R \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서  $x_2$ 는 계산되어야 할 반력에 해당하는 DOF이며,  $x_1$ 은 반력을 제외한 연료봉의 다른 DOF이다.

지지반력은 변위  $x_2$ 를 소거하여 얻은 하중 R의 집합이다. (22)에서  $x_2$ 를 소거하면

$$(K_{11} + j\omega C_{11} - \omega^2 M_{11})x_1 = f \quad (23)$$

$$(K_{21} + j\omega C_{21} - \omega^2 M_{21})x_1 = R \quad (24)$$

실제로는 유체 유발 진동(Flow Induced Vibration) 하중  $f$ 와 연료봉의 댐핑  $C_{ij}$ 는 알 수 없다. 그러나 연료봉 진동이 진동모드 1에 따라 진동한다고 가정하면 식 (24)로부터 댐핑을 무시하고 근사해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = (K_{21} - \omega_1^2 M_{21})\delta_1 \quad (25)$$

여기서  $\omega_1$ 은 연료봉의 일차 고유진동수이고,  $\delta_1$ 은 실험에서 구하여 사용하고 있는 경수로 핵연료봉의 최대 진폭인  $\delta_{\max} = 0.2 \text{ mm}$ 에 정규화시킨 일차모드  $x_1$ 이다.

### 3. 계산 결과 및 고찰

#### 가. 계산모델 검증

지금까지의 방법으로 계산한 결과를 적용하기 전에 수식전개의 타당성을 검토하기 위하여 요소 수에 따른 결과의 수렴성 및 기존 문헌의 계산 결과와 비교하였다.

Figure 2는 참고문헌 [3]에서 사용하고 있는 연료봉의 유한요소 모델이며 이 모델을 이용하여 여기서 개발한 유한요소 프로그램으로 계산된 결과를 표로 나타내면 Table 1과 같이 요소 수에 따른 진동수 계산 결과는 사용된 요소수가 많을수록, 즉, 사용하는 요소가 작을수록 잘 수렴하는 일반적 수렴성을 나타내고 있다.

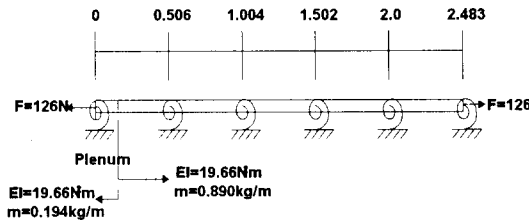


Figure 2. Reference Fuel Rod FEM

Table 1. Frequencies as a Function of Numbers of Element

M	$K_6=100 \text{ Nm/rad}$				$K_6=200 \text{ Nm/rad}$			
	E6	E11	E20	E25	E6	E11	E20	E25
1	43.4	39.0	38.8	38.8	49.6	43.3	43.0	43.0
2	49.1	42.7	42.5	42.5	56.5	46.9	46.6	46.6
3	61.8	49.6	49.2	49.2	69.9	53.1	52.7	52.6
4	86.3	58.3	57.7	57.7	95.9	60.6	59.9	59.8
5	131.8	66.4	65.5	65.5	144.6	67.2	66.2	66.2

Table 2는 참고 문헌 [3] 및 ANSYS의 계산 결과와 본 연구결과의 진동수 계산결과를 상호 비교한 것으로서 저차 모드에서의 진동수는 잘 일치하지만 고차 모드가 될수록 차이를 보이며, 여기서 개발한 BV2 유한요소 프로그램의 결과는 ANSYS 계산 결과와 참고문헌 [3]의 진동수 계산 결과 사이의 이의 값을 보이며, 참고문헌 [3]의 진동수 측

Table 2. Comparison of Natural Frequencies (Hz)

M	$K_6=100\text{Nm/rad}$			$K_6=200\text{Nm/rad}$		
	Premount	BV2	ANSYS	Premount	BV2	ANSYS
1	44.76	38.8	36.8	49.15	43.0	41.3
2	49.30	42.5	40.6	53.66	46.6	44.9
3	57.91	49.2	47.5	61.50	52.6	50.0
4	68.85	57.7	56.1	71.15	59.9	58.3
5	79	65.5	63.9	79.81	66.2	64.7

정 실험 및 해석값은 고차 모드가 될수록 높은 값을 보이지만 스프링 지지반력을 계산하고자 하는 최저차 모드 1일 경우의 진동수 차이는 크지 않음을 보인다.

또 Figure 3은 참고문헌 [3]의 연료봉 자료를 이용하여 본 연구의 결과로 얻은 모드형상이며 동일 연료봉에 대하여 Premount[3] 및 ANSYS의 계산 결과로 얻은 고유진동 모드 형상과 상호 비교하면 서로 잘 일치함을 보였다. 참고문헌 [3]의 연료봉에서 계산된 각 지지격자 스프링 위치에서의 지지반력을 스프링력에 따라 계산하여 Table 3에 나타내었고 이들 지지반력 또한 잘 일치하고 있다.

Table 3. Reaction Forces of the Spring

SG Position	$K_6=100 \text{ Nm/rad}$		$K_6=200 \text{ Nm/rad}$	
	Premount	BV2	Premount	BV2
6(Top)		1.30	1.50	1.50
5		0.27	0.46	0.46
4		0.06	0.01	0.01
3		0.37	0.48	0.48
2		0.63	0.85	0.85
1(Bottom)		0.97	1.02	1.02

#### 나. 계산 예

##### 1) 고리 2호기 계산 결과

Figure 4는 계산 예를 보이기 위하여 고리 2호기 연료봉에 대한 유한요소 모델이며, 이 모델을 사용하여 계산된 진동수 결과를 Table 4에 나타내었으며 연소도 0일 때 각 지지격자 스프링 위치에서의 계산된 반력은 Table 5에 나타내었고 수명 초기의 최대 지지반력은 최하단 지지격자 스프링에서 1.1 N을 나타낸다.

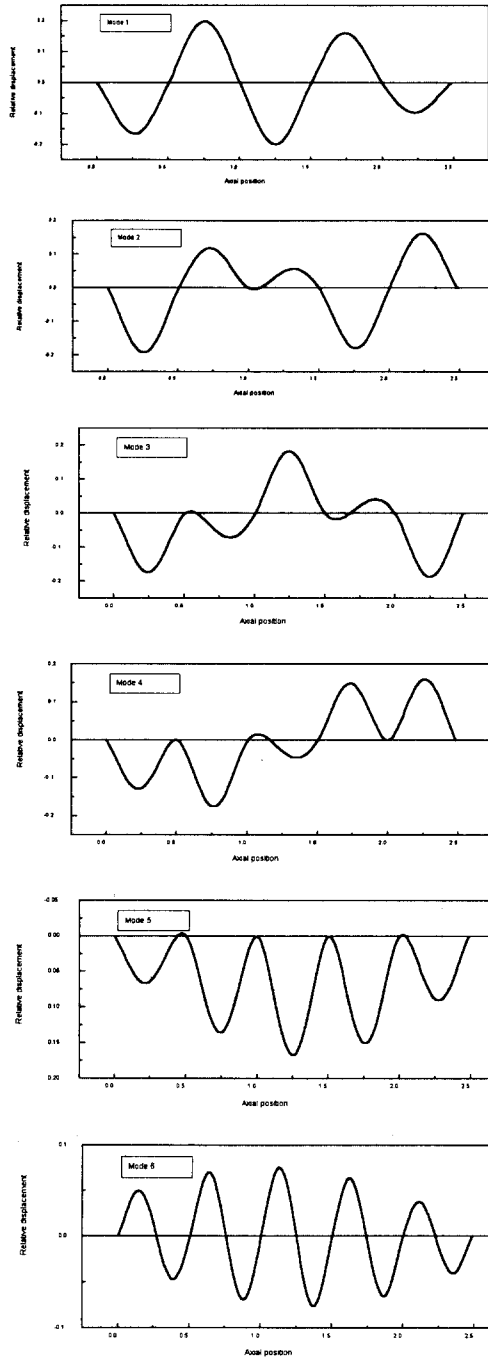


Figure 3. Mode Shapes of the Reference Fuel Rod[3] Calculated by BV2

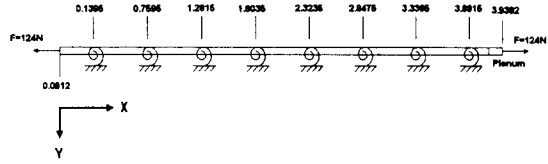


Figure 4. FE Model of KNU-2 Fuel Rod

Table 4. Natural Frequencies of the KNU-2 Fuel Rod as a Function of Numbers of Element (Hz)

Mode	Numbers of Element		
	9 EL	18 EL	37 EL
1	42.9	35.3	33.7
2	48.5	42.0	40.3
3	55.0	44.6	43.5
4	66.5	49.9	48.4
5	109.0	57.1	54.2
6	140.0	64.0	60.1

Table 5. Reaction Forces of the Spring for the KNU-2 Fuel

Space Grid No.	Reaction Force(N)
1(bottom)	1.117
2	0.904
3	0.375
4	0.148
5	0.058
6	0.023
7	0.009
8(Top)	0.004

또 KNU-2 연료봉의 연소도 영(zero)일 때 모드 형상은 Figure 5와 같다.

## 2) 연소도에 따른 지지격자 스프링력 및 지지반력

Figure 6는 고리 2호기 연료봉에 대하여 연소도에 따른 지지격자 스프링력을 이용하여 계산된 연소도에 따른 연료봉의 고유진동수 변화를 보여주고 있으며 연소도에 따른 지지격자 스프링 반력의 변화를 나타내면 Figure 7과 같다.

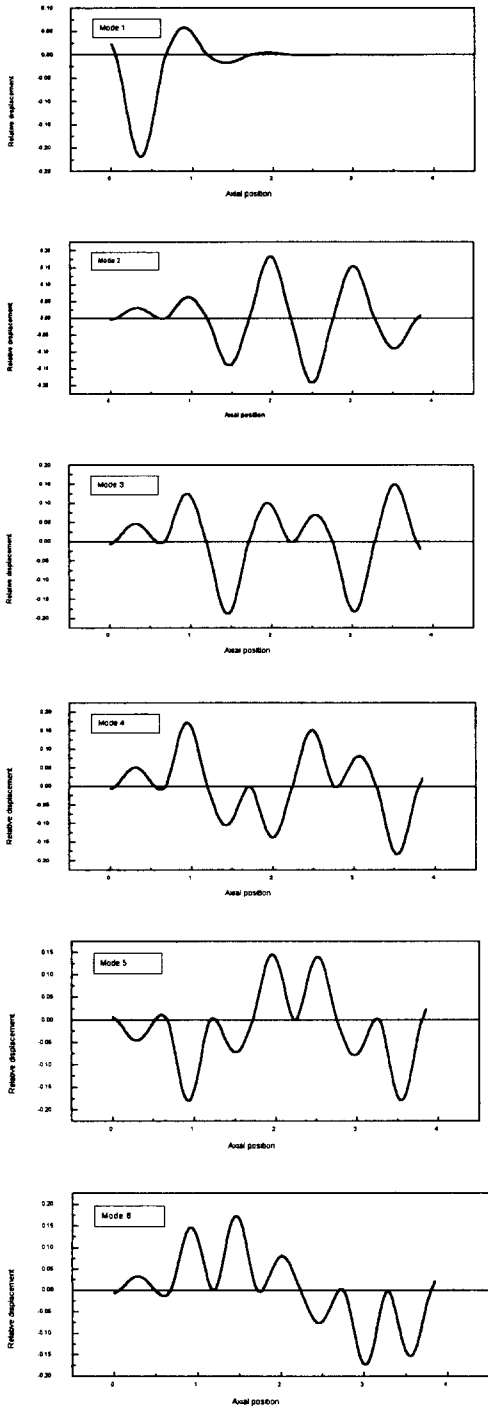


Figure 5. Mode Shapes of the KNU-2 Fuel Rod

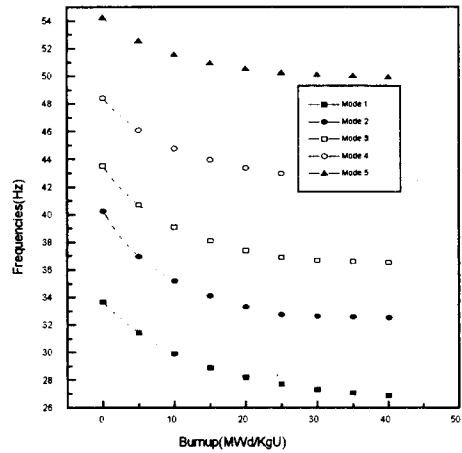


Figure 6. Frequency Variation as a Function of Burnup

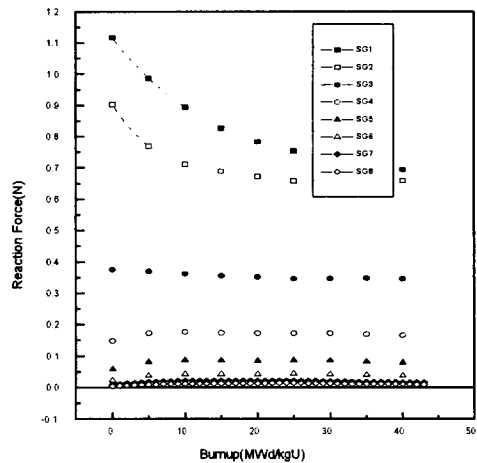


Figure 7. Reaction Forces as a Function of Burnup

#### 4. 결론

연소중 지지격자 스프링에 의한 연료봉의 노내 지지건전성 평가를 위한 유한요소 프로그램을 작성하고 이를 이용하여 연소도에 따라 변화하는 스프링력을 이용, 연료봉의 고유진동 해석을 수행하였으며 이 고유진동 해석으로부터 각각의 지지격자 스프링에서의 스프링 반력을 얻었다. 프로그램

램의 정확성을 확인하기 위하여 기존의 참고문헌의 연료봉 자료를 이용하여 계산을 수행한 후 진동수, 진동모드형상 및 지지반력을 참고문헌의 결과 및 ANSYS 결과와 비교하였으며 이들은 상호 잘 일치함을 보이므로써 프로그램의 정확성이 확인되었다.

개발된 프로그램을 이용하여 계산의 예로서 고리 2호기 연료봉에 대한 고유진동수 및 고유진동모드형상을 얻고 이로부터 연소도에 따른 지지반력을 구하여 연료봉의 지지건전성을 평가할 수 있도록 하였다.

계산결과 지지격자 스프링력의 감소에 의해 연소도가 증가할수록 고유진동수는 지수적 감소를 보이며 지지격자 스프링에서의 반력은 최하단 및 둘째 지지격자 스프링에서는 지수적 감소를 하지만 세 번째 이상의 지지격자에서는 고유진동 모드

형상으로부터 구한 반력은 첫 번째와 두 번째 지지격자 스프링에 비해 낮은 값을 보이며 연소도에 따라 큰 변화를 보이지 않는다.

#### 참 고 문 헌

- (1) J.N.Reddy, An introduction to the Finite Element Method, McGraw Hill Book Co., 2nd edition, 1984.
- (2) S. Rao, Mechanical Vibrations, Addison Wesley Publishing Co., 1986
- (3) A. Premount, On the Vibration Behaviour of Pressurized Water Reactor Fuel Rods, Nuclear Technology, Vol. 58, pp. 482-491, Sep., 1982.