

압축기용 라비린스 실의 동특성 해석

0 하 태 웅*, 이 안 성**

Rotordynamic Analysis for Labyrinth Seals Used in Compressors

0 Tae Woong Ha*, An Sung Lee**

ABSTRACT

The analysis of lateral hydrodynamic forces from the compressor labyrinth seals is presented. The basic equations are derived using a two-control-volume model for compressible flow. Blasius' wall friction-factor formula and jet flow theory are used for the calculation of the wall shear stresses and the recirculation velocity in the cavity. Linearized zeroth-order and first-order perturbation equations are developed for small motion about a centered position by an expansion in the eccentricity ratio. Integration of the resultant first-order pressure distribution along and around the seal defines the rotordynamic coefficients of the labyrinth seal. The rotordynamic analysis for the balance drum labyrinth seal of an ethylene refrigeration compressor is carried out. The results of rotordynamic characteristic of the labyrinth seal and comparisons with other types of seal, honeycomb seal and smooth seal, are presented.

1. 서론

고성능 압축기의 Shaft seal, Eye packing seal, Balance drum 등에 사용되고 있는 Labyrinth seal 은 비교적 제작비가 저렴하고, 밀봉 특성이 우수 하기 때문에 압축기의 효율을 향상시킬 수 있는 장점이 있어 가장 보편적으로 사용되고 있다. 최근 압축기의 고성능 화에 따른 고속화 및 소형화

설계 추세에 따라 Labyrinth seal의 간극이 작아 지게 되고 그 결과 Labyrinth seal 틈새에서 발생한 유체력이 증가하여 압축기 회전축계의 불안정 진동을 유발하는 원인이 되고 있다. 이 유체력은 회전축의 휘둘림(Whirling) 운동에 기인한 불안정화 자려진동(Self-excited vibration)을 유발할 수 있고 또한 회전축계의 안정화에 기여하는 감쇠력(Damping)을 증가시킬 수도 있어 고성능 압축기의 안정성 향상을 위하여 Labyrinth

* 경원대학교 건축설비학과

** 한국기계연구원

seal을 통한 유체력의 정밀한 해석이 요구되고 있다. Labyrinth seal의 유체력 해석을 위한 이론적 연구는 Alford⁽¹⁾에 의해 처음 시도된 이후 많은 연구결과⁽²⁻⁷⁾가 발표되었다. Iwatsubo⁽⁴⁾는 Labyrinth cavity에 한 개의 제어체적을 설정한 One-control-volume Model 을 사용하여 연속방정식과 원주방향 운동량 모멘트 식만을 유도한 간략화된 해석 결과를 제시하였고 최근 Scharrer⁽⁸⁾는 Labyrinth seal에서 유체의 흐름형상을 고려한 Two-control-volume model 해석을 통하여 개선된 결과를 보여주었다. 본 논문에서는 Scharrer⁽⁸⁾의 Two-control-volume model을 기본으로 Labyrinth teeth가 로터에 있는 Tooth-on-Rotor Labyrinth seal의 동특성 계수 해석 기법과 그 결과를 제시하고자 한다.

2. 수학적모델링

Labyrinth seal에서의 유체흐름⁽⁹⁾은 Labyrinth teeth 선단부에 형성된 고속의 축방향 유속을 갖는 주흐름부인 제트부와 Labyrinth cavity 내에 형성된 와류부로 분리된다. 제트부의 유선은 Labyrinth teeth 선단을 지나 Labyrinth cavity를 통과하면서 Cavity 안쪽으로 확산되어 다음번 Labyrinth teeth에 도달, 정체점(Stagnation point)을 이루는 모양을 보인다. 따라서, Labyrinth seal 내의 유동을 정의하기 위하여 두 가지 제어체적 설정방법이 가능하다. 우선 Jet부의 유선모양을 따라서 제트부와 Cavity내의 와류부에 각각 제어체적을 설정하는 해석방법은 두 제어체적간에 질량흐름이 발생되지 않기 때문에 지배방정식을 간략히 할 수 있는 장점이 있다. 그러나 Labyrinth seal내의 유동이 3차원유동이며, Labyrinth teeth의 형상(폭과 깊이의 비)에 따른 제트부 유선의 분리위치를 알아내는 것이 매우 어려운 문제이다.

다음은 Fig. 1에 나타낸 것처럼 Labyrinth 형상에 따라 Labyrinth teeth 상부와 스테이터 사이에 제트부의 제어체적과 cavity내에 와류부 제어체적을 설정하는 방법이다. 이 방법은 두 제어체적간에 질량흐름이 발생하지만 첫 번째 방법보다 해석의 편리함이 있어 본 논문에서는 Fig. 1의 제어체적 방법을 사용한다.

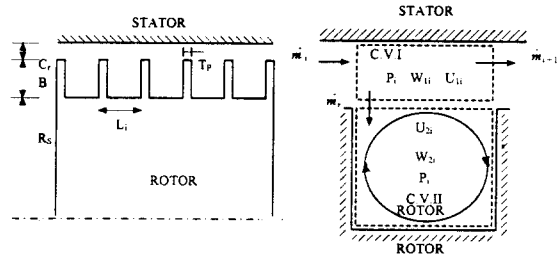


Fig. 1 Labyrinth seal geometry and definition of two-control-volume.

Fig. 1에서 R_s , B , L_i , T_p , C_r 는 각각 로터의 원주방향 반경, Labyrinth teeth의 깊이, Labyrinth teeth의 피치(Pitch), Labyrinth teeth 선단부의 두께, Labyrinth seal 간극을 나타내며, 또한 사용된 변수 P , W , U , \dot{m} 은 각각 압력, 원주방향 유속, 축방향 유속, 질량흐름을 나타낸다. 각 변수의 아래첨자에 사용된 숫자 1, 2는 각각 제어체적 I, 제어체적 II의 변수임을 나타내며 아래첨자 i 는 i 번째 Labyrinth cavity를 의미한다.

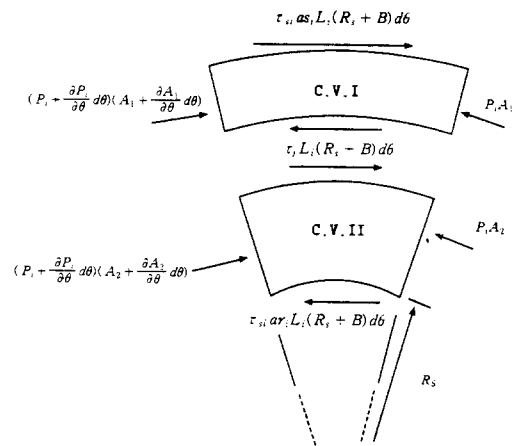


Fig. 2 Forces on control volumes

Fig. 2는 Fig. 1에서 정의된 제어체적에 작용하는 힘의 관계를 보여주고 있다. 여기서 A 는 원주방향

제어체적의 단면적용, τ_s, τ_r, τ_j 는 각 각 스테이터 표면의 전단응력, 로터표면의 전단응력, 제어체적 I, II사이 면의 전단응력을 나타낸다.

식(1)과 식(2)는 Fig. 2에 보인 단위 원주방향 폭의 제어체적에 대한 연속방정식을 나타내고 있다.

Control volume I :

$$\frac{\partial \rho A_1}{\partial t} + \frac{1}{R_s+B} \frac{\partial \rho W_1 A_1}{\partial \theta} + \dot{m}_{i+1} - \dot{m}_i + \dot{m}_r = 0 \quad (1)$$

Control volume II :

$$\frac{\partial \rho A_2}{\partial t} + \frac{1}{R_s} \frac{\partial \rho W_2 A_2}{\partial \theta} - \dot{m}_r = 0 \quad (2)$$

여기서 ρ 는 밀도를 나타내며, $A_1=L_i Cr$, $A_2=L_i B$ 이다. Control volume에 작용하는 힘의 평형으로부터 원주방향 운동량 방정식을 유도하면 식 (3)과 식(4)로 나타낼 수 있다.

Control volume I :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho W_1 A_1}{\partial t} + \frac{2\rho W_1 A_1}{R_s+B} \frac{\partial W_1}{\partial \theta} + \frac{\partial W_1^2}{R_s+B} \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \\ & + \frac{W_1^2 A_1}{R_s+B} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \dot{m}_r W_{\alpha} + \dot{m}_{i+1} W_{1i} \\ & - \dot{m}_i W_{1i-1} = - \frac{A_1}{R_s+B} \frac{\partial P_i}{\partial \theta} + \tau_j L_i \\ & - \tau_{si} a_{si} L_i \end{aligned} \quad (3)$$

Control volume II :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho W_2 A_2}{\partial t} + \frac{2\rho W_2 A_2}{R_s} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} + \frac{\partial W_2^2}{R_s} \frac{\partial A_2}{\partial \theta} \\ & + \frac{W_2^2 A_2}{R_s} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} - \dot{m}_r W_{\alpha i} \\ & = - \frac{A_2}{R_s} \frac{\partial P_i}{\partial \theta} - \tau_j L_i + \tau_{ri} a_{ri} L_i \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 a_{si} 와 a_{ri} 은 각 각 스테이터와 로터에서 전단응력이 작용되는 무차원화된 길이로써 $a_{si}=1$,

$a_{ri}=(2B + L_i)/L_i$ 이며 W_{α} 는 제어체적 경계면의 원주방향 유속이다. 식 (3)과 (4)에 포함된 스테이터 표면의 원주방향 전단응력 τ_{si} 와 로터표면의 원주방향 전단응력 τ_{ri} 는 Blasius⁽¹⁰⁾의 마찰계수식을 사용하면 식(5)와 식(6)으로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{si} &= \frac{1}{2} \rho \sqrt{W_{1i}^2 + U_{1i}^2} W_{1i} \\ ns \left(\frac{\sqrt{W_{1i}^2 + U_{1i}^2} Dh_{1i}}{\nu} \right)^{ms} \\ Dh_{1i} &= \frac{2 Cr L_i}{(Cr + L_i)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ri} &= \frac{1}{2} \rho \sqrt{(R_s \omega - W_{2i})^2 + U_{2i}^2} (R_s \omega - W_{2i}) \\ nr \left(\frac{\sqrt{(R_s \omega - W_{2i})^2 + U_{2i}^2} Dh_{2i}}{\nu} \right)^{mr} \\ Dh_{2i} &= \frac{2 B L_i}{(B + L_i)} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 Dh_{1i} 와 Dh_{2i} 는 각 각 제어체적 I과 II의 수력지름의 정의이며, ns, ms 는 스테이터 표면 거칠기에 따라 결정되는 상수이며 nr, mr 도 역시 로터 표면에 따른 상수이다. 제어체적 I의 축방향 유속 U_{1i} 은 $U_{1i} = \dot{m}_i / \rho Cr$ 로 나타낼 수 있다. 식(3-4)에 포함된 제어체적의 경계 면에서의 전단응력 τ_j 와 원주방향 속도성분 W_{α} 및 식(6)에 포함된 Labyrinth cavity내의 와류속도 성분인 U_2 는 Abramovich⁽¹¹⁾의 일차원 난류 Jet 흐름의 속도분포식과 혼합두께와 경계층두께의 비(y_2/b)를 0.5로 가정함에 의해 식(7-9)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_j &= 0.142 \rho_i \sqrt{(W_{2i} - W_{1i})^2 + (U_{2i} - U_{1i})^2} \\ & \cdot (W_{2i} - W_{1i}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$W_{\alpha i} = W_{1i} + 0.208 (W_{2i} - W_{1i}) \quad (8)$$

$$U_{2i} = 0.206 U_{1i} \quad (9)$$

식(2)의 \dot{m}_i 를 식(1), 식(3) 및 식(4)에 대입함으로써 기본방정식은 간략화될 수 있으며 또한 이상기체의 상태방정식과 등온변화의 가정으로부터 밀도(ρ)는 식(10)으로 대체될 수 있다.

$$\rho_i = \frac{P_i}{RT} \quad (10)$$

여기서 R은 기체상수이며, T는 온도이다. 질량흐름율(\dot{m}_i)은 Neumann⁽¹²⁾의 실험식에 의해 식(11)로 나타낼 수 있으며 이때 kinetic energy carryover factor(μ_{2i})⁽¹³⁾와 flow coefficient(μ_{1i})⁽¹⁴⁾는 식(12-13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_i = \mu_{1i} \mu_{2i} H_i \sqrt{\frac{P_{i-1}^2 - P_i^2}{RT}} \quad (11)$$

$$\mu_{2i} = 1 / [1 - \alpha]^{1/2}, \alpha = 8.52 / (L_i - T p_i) / Cr + 7.23 \quad (12)$$

$$\mu_{1i} = \frac{\pi}{\pi + 2 - 5s_i + 2s_i^2}, \quad (13)$$

$$s_i = \left(\frac{P_{i-1}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1$$

식(11-13)과 식(9)를 이용하여 축방향 유속 U_{1i} 및 U_{2i} 를 구할 수 있으며 결국 지배방정식 (1-4)는 각 Cavity에 대하여 주 변수인 W_{1i} , W_{2i} , P_i 만의 함수가 된다. 지배방정식 (1-4)는 로터가 회전축 중심에 위치해 있는 경우이다. 그러나 실제 로터는 회전축과 동시에 휘둘림 운동을 하여 주기적인 Labyrinth Seal의 틈새 간극 변화를 유발하여 결국 섭동압력에 의한 유체력을 Seal로부터 발생시킨다. 이와 같은 상황을 수식적으로 모델링하기 위하여 변수들은 회전축 중심에 대한 성분(Zeroth order)와 미소변위에 대한 성분(First order)를 포함하는 섭동변수로 다시 정의되어 지배방정식(1-4)에 적용하여 전개하면 Zeroth order식과 First order식이 된다.

3. 지배방정식의 해

Zeroth order식은 누설량인 질량흐름율과 로터가 축중심에 있을 때의 압력분포 및 원주방향 유속분포를 정의한다. 우선 식(11)을 사용하여 Labyrinth seal의 입구압력과 출구압력 조건으로부터 누설량과 각 Cavity의 압력분포를 Iteration 방법에 의해 구할 수 있다. 구해진 압력으로부터 식(10)을 사용하여 각 Cavity의 밀도를 계산할 수 있으며 결국 Zeroth order 원주방향 운동량식을 주어진 입구에서의 원주방향 유속조건으로부터 수치해석기법을 사용하여 해를 구하면 결국, Zeroth order식의 해인 누설량(\dot{m}_i), P_{0i} , W_{10i} , W_{20i} 를 구할 수 있다.

First order 지배방정식은 로터의 휘둘림 운동에 따른 Seal 간극의 변화에 기인된 섭동압력과 섭동속도를 정의한다. Zeroth order 식의 해와 로터의 중심이 타원궤적을 갖는 휘둘림 운동을 한다는 가정으로 수치해석기법을 사용하여 first order식의 해를 구하면 섭동압력분포를 얻을 수 있고 labyrinth seal의 길이와 원주방향으로 적분함으로써 Labyrinth seal의 유체력을 나타내는 동특성계수들(K, k, C, c)을 구할 수 있다.

4. Labyrinth seal의 동특성계수 특성

본 절에서는 앞 절에서 유도한 Labyrinth seal의 동특성계수 해석 방법을 일본 MHI사가 제작한 7단 원심 에틸렌 냉동 콤프레서의 밸런스 드럼 labyrinth seal에 적용하여 이 labyrinth seal의 동특성계수 특성 결과를 보이며, 또한 이 labyrinth seal을 같은 형상의 honeycomb seal(허니콤 셀 너비: 0.79mm, 허니콤 셀 깊이: 2.29mm)과 smooth plain seal로 설계할 경우 각각의 정특성(누설특성) 및 동특성계수의 비교를 보이려고 한다. Fig 1을 참조하여 대상 labyrinth seal의 형상과 운전조건은 다음과 같다.

Test Labyrinth seal 형상

Cavity depth(B) : 2.0 mm
Teeth Pitch(Li) : 2.8 mm
로터의 반경(R_s) : 162.6 mm

Teeth tip width(T_p) : 1.8 mm
 Cavity 수(NC) : 20

운전조건

입구온도(T) : 330 K
 기체상수(에틸렌)(R) : 297 J/(Kg K)
 비열비(γ) : 1.37
 입구압력(P_r) : 28.466 bar
 출구압력(P_s) : 7.648 bar
 로터의 회전수(ω) : 8918 rpm
 입구에서 원주방향 속도비($W_1(0)/R_s \omega$) : 0.5
 Seal 간극(Cr) : 0.2 mm

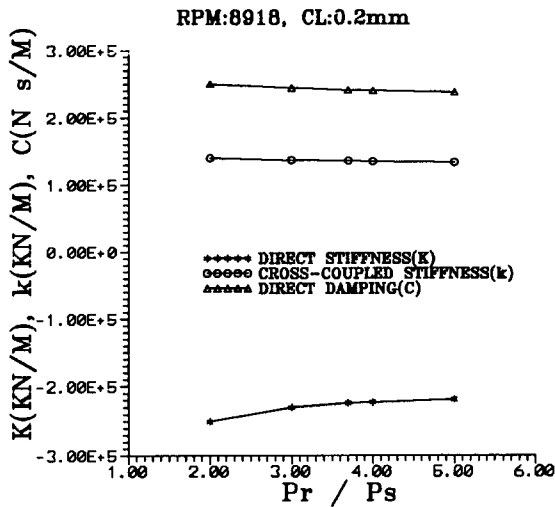


Fig. 3 Rotordynamic coefficients vs. Pr/Ps

Fig. 3은 로터의 회전수가 8918 rpm, Seal 간극이 0.2 mm 일 때 Seal의 출구압력에 대한 입구압력비의 변화에 따른 Labyrinth seal의 동특성계수의 변화를 보여주고 있다. 압력비가 증가함에 따라 강성계수는 감소함을 보이고 있으며 음의 값을 갖는다. 일반적으로 Seal의 강성계수(K)는 회전체 시스템의 안정성에는 크게 영향을 미치지 않는다. 시스템의 불안정화에 영향을 주는 연성강성계수(k)는 압력비의 증가에 따라 약간 감소함을 보이며 시스

템의 안정화에 영향을 주는 감쇠계수(C)도 약간 감소함을 보이고 있으나 그 크기는 매우 작음을 알 수 있다.

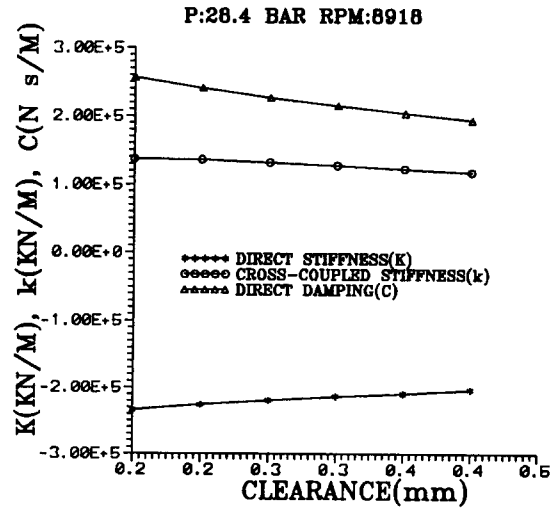


Fig. 4 Rotordynamic coefficients vs. Clearance

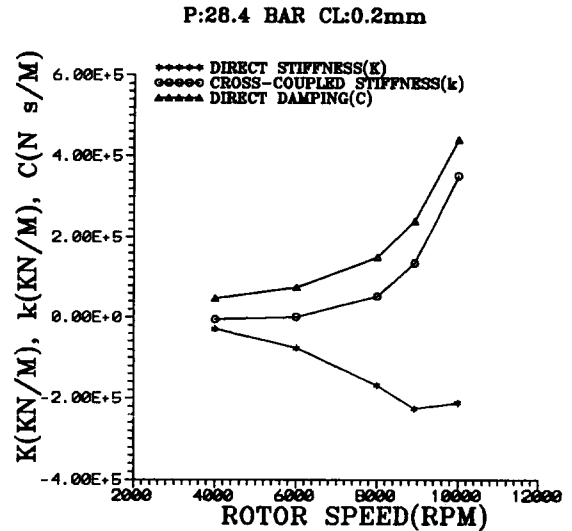


Fig. 5 Rotordynamic coefficients vs. Rotor speed

Fig. 4는 로터의 회전수가 8918 rpm, 입구 압력이

28.4 bar 일 때 Seal 간극의 변화에 따른 Labyrinth seal의 동특성계수의 변화를 보여주고 있다. Seal의 간극이 커짐에 따라서 강성계수는 감소함을 보이고 있으며 역시 음의 값을 갖는다. 연성강성계수(k)는 Seal의 간극이 커짐에 따라서 약간 감소함을 보이며, 감쇠계수(C)는 감소함을 보이고 있다.

Fig. 5는 입구 압력이 28.4 bar, Seal 간극이 0.2 mm 일 때 로터의 회전수 변화에 따른 Labyrinth seal의 동특성계수의 변화를 보여주고 있다. 로터의 회전속도 증가에 따라서 강성계수는 급격히 증가함을 보이고 있다. 연성강성계수(k)와 감쇠계수(C)도 로터의 회전수 증가에 따라 역시 급격히 증가함을 보이고 있다.

Table 1 Comparisons leakage and rotordynamic coefficients with various seals

	Labyrinth	Honeycomb	smooth
$\dot{m}(\text{kg/s})$	0.269	0.325	0.646
$K(\text{N/M}) \times 10^6$	-225	-3.77	0.36
$k(\text{N/M}) \times 10^6$	135	4.07	14.2
$C(\text{N s/M}) \times 10^6$	0.241	0.033	0.028
$k/(C \omega)$	0.60	0.13	0.54

Table 1은 본 논문에서 사용한 대상 labyrinth seal과 같은 형상의 honeycomb seal(허니콤 셀 너비: 0.79mm, 허니콤 셀 깊이: 2.29mm)과 smooth plain seal로 설계할 경우 각각의 정특성(누설특성) 및 동특성계수의 비교를 보이고 있다. 허니콤 실의 해석은 Ha et al.⁽¹⁵⁾을 사용하였고 smooth plain seal의 해석은 Moody' friction-factor model을 사용한 해석 방법을 사용하였다. Table 1에서 보인 것처럼 Labyrinth seal은 실을 통한 누설량을 smooth seal에 비해 약 2배이상 줄일 수 있으며 허니콤 시일의 경우보다도 적음을 보였다. 실을 통한 불안정화 유체력을 나타내는 Whirl frequency

ratio($k/(C \omega)$)는 허니콤 실의 경우 가장 작게 나타났으며 labyrinth 실의 경우가 가장 큰 값을 보였다.

5. 결론 및 고찰

고성능 압축기에 일반적으로 사용되고 있는 Labyrinth seal의 유체력 해석을 위하여 Labyrinth 형상에 따라 Labyrinth teeth 상부와 스테이터 사이에 제트부의 제어체적과 cavity내에 와류부 제어체적을 설정하는 Two-control-volume model을 사용하여 지배방정식을 유도하였다. 로터축이 타원케적을 갖는 휘돌림 운동을 한다는 가정으로부터 섭동압력을 구하고 Labyrinth seal의 동특성계수를 결정하였다. 본 논문에서 수행한 Labyrinth seal의 동특성계수 해석기법을 Test labyrinth seal에 적용하여, 출구압력에 대한 입구압력의 비 (P_r/P_s), 로터의 회전수 (ω), Seal 간극(Cr)이 Labyrinth seal의 동특성계수에 미치는 영향을 분석하였다. 그 결과 강성계수는 출구압력에 대한 입구압력의 비와 실 간극이 증가함에 따라서 감소하며 로터의 회전수가 증가함에 따라서는 증가함을 보였다. 회전체 시스템의 불안정성에 큰 영향을 주는 연성강성계수는 출구압력에 대한 입구압력의 비, Seal 간극에 대하여는 민감하지 않으며 로터의 회전수가 증가함에 따라서는 크게 증가함을 보였다. 시스템의 안정성에 영향을 주는 감쇠계수는 출구압력에 대한 입구압력의 비, Seal 간극이 증가함에 따라서 약간 감소함을 보였고 로터의 회전수가 증가함에 따라서는 크게 증가함을 보였다. 허니콤 실 및 smooth plain seal과의 비교에서는 Labyrinth seal이 누설량은 가장 적음을 보였고 불안정화력은 가장 큼을 보였다. 본 논문의 결과는 앞으로 실험결과와의 비교를 통하여 검증과 개선이 이루어질 필요가 있으며 고성능 회전체 시스템의 진동특성 해석에 중요한 자료를 제공할 수 있을 것으로 사료된다.

6.참고문헌

1. Alford, J. S., 1965, "Protecting Turbomachinery from Self-Excited Rotor Whirl," Transactions ASME J. of Engineering for Power, October pp . 333-344.
2. Vance, J. M., and Murphy, B. T., 1980, "Labyrinth Seal Effects on Rotor Whirl Stability," Inst. of Mechanical Engineer, pp . 369-373.
3. Kostyuk, A. G.,1972, "A Theoretical Analysis of the Aerodynamic Forces in the Labyrinth Glands of Turbomachines," Teploenergetica, 19(11)0, pp. 39-44.
4. Iwatsubo, T.,1980, "Evaluation of Instability Forces of Labyrinth Seals in Turbines or Compressors," NASA CP 2133 Proceedings of a workshop at Texas A&M University 12-14 May Entitled Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery, pp. 139-167.
5. Kurohashi, M., Inoue, Y., Abe, T., and Fujikawa, T., "Spring and Damping Coefficients of the Labyrinth Seal," Paper No. C283/80 Delivered at the Second International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, The Inst. of Mech. Engineering.
6. Jenny, R.J., Wyssmann, H.P., Pham, T.C.,1984, "Prediction of Stiffness and Damping Coefficients for Centrifugal Compressor Labyrinth Seals," ASME 84-GT-86. Presented at the 29th International Gas Turbine Conference and Exhibit, Amsterdam, The Netherlands, June 4-7.
7. Childs, D.W., and Scharrer, J.K., 1986, "An Iwatsubo Based Solution for Labyrinth Seals: A Comparison to Experimental Results," ASME Trans. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, April Vol. 108, pp. 325-331.
8. Scharrer, J. "A Comparison of Experimental and Theoretical Results for Labyrinth Gas Seals," Ph. D. Dissertation, Texas A&M University.
9. Iwatsubo, T., Motooka, N., and Kawai, R.,1982, "Flow Induced Force and Flow Pattern of Labyrinth Seal," Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery, NASA CP 2250 Proceedings of a Workshop held at Texas A&M University, pp. 205-222.
10. Blasius, H.,1913, "Forschungoarb", Ing.-Wes., No 131,.
11. Abramovich, G. N.,1963, The Theory of Turbulent Jets, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
12. Neumann, K. 1964, "Zur Frage der Verwendung von Durchblickdichtungen im Dampgturbinebau," Maschinentechnik, 13(4).
13. Vermes, G.,1961, "A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Leakage Problem," ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 83, No. 2, April pp. 161-169.
14. Gurevich, M. I.,1966, The Theory of Jets In An Ideal Fluid, Pergamon Press, London, England, pp. 319-323.
15. Ha, T. W., Childs, D. W., 1994, "Annular Honeycomb-Stator Turbulent Gas Seal Analysis Using a New Friction-Factor model Based on Flat Plate Tests", ASME Journal of Tribology, Vol. 116, April, pp. 352-360.