

비행기 엔진 소음의 방사 음향장 해석

° 전완호*, 이재규**, 이덕주 ***

An Analysis of the radiation acoustic field of a Aircraft Engine Noise

Wan-Ho Jeon*, Jae-Gue Lee**, Duck-Joo Lee***

1. 서론

비행기에서 발생하는 소음은 몇 가지 측면에서 문제가 된다. 첫째는 객실 내부로 전파하여 승객에게 불쾌함을 주는 것이고, 둘째는 외부로 전파하여 공항 근처의 가옥에 전파하는 것이다. 그 외에 군용항공기에서 적에게 탐지되는 수단으로 항공기의 소음이 사용되므로 저 탐지의 측면에서도 중요하다. 특히 저 탐지 측면은 최근의 생존성(survivability) 등과 연관되어 중요한 요인으로 등장하고 있다.

아음속으로 비행하는 항공기에서 발생하는 소음은 동체에서 발생하는 기체소음(airframe noise)과 엔진의 각 부분에서 발생하는 엔진소음으로 크게 나눌 수 있다.[1] 기체소음은 날개나 동체 등에서 난류에 의해 발생하는 소음으로 객실 내부로 주로 전파한다. 엔진소음은 엔진의 전방으로 전파하고, 객실 내부로도 전파된다. 본 연구의 목적은 외부로 방사되는 소음에 대한 해석이므로 주로 객실 내부로 전파되는 기체소음은 고려하지 않는다.

먼 거리로 주로 방사하는 엔진소음은 소음의 발생원에 따라서 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째는 제트의 난류혼합과정(turbulent mixing process)에서 발생하는 소음으로 주로 사극원(quadrupole)이 우세하다.[2,3] 소음의 세기(intensity)를 결정하는 중요한 변수는 유동의 속도로 속도의 5승 내지 8승에 비례한다. 둘째는, 압축기/터빈(compressor/turbine)과 같은 터보기계의 깃(blade)이 회전하면서 발생하는 자려소음

(self noise)이나, 깃과 깃 혹은 깃과 후류와의 상호작용에 의해 발생하는 소음으로 주로 쌍극원(dipole)이 주된 소음원이 된다. 이 소음도 속도가 주된 변수이고 6승에 비례한다. 이러한 소음원 중 전방으로 전파하는 소음원은 주로 압축기/팬에 의한 소음이다.

수치적 기법으로는 경계요소법(BEM: Boundary Element Method)[4-6], 유한차분법(FDM : Finite Difference Method)[7] 그리고 유한요소법(FEM : Finite Element Method)[8-11] 등이 있다. 이 중 BEM은 far-field의 음향장을 해석할때 많이 사용되나, 아음속 흐름이 존재하는 경우나 구조물 형상이 복잡할 경우에 해석의 어려움이 있다. FEM은 기억용량을 많이 차지하고, far-field 해석시 무한 경계에서의 경계조건을 만족시키기가 어렵다는 단점이 있다. 본 논문에서는 FEM을 사용하며 무한 경계의 경계조건은 무한요소를 도입해서 해결했다.

본 논문은 항공기의 외부소음 중 엔진에 의한 소음의 전방으로의 방사에 대한 연구이다. 우선 엔진소음의 소음원을 살펴보고 주된 소음원인 압축기/팬 소음을 Tyler & Sofrin의 논문[12]에 의해서 모델한 후 FEM을 이용하여 내부 음원에 의한 외부의 방사음압을 해석하였다.

2. 소음원

소음에 대한 연구는 소음원에 대한 이해가 선행되어야 가능하다. 그러므로 우선 항공기 엔진소

* 한국과학기술원 항공우주공학과 박사과정

** 삼성항공

*** 정희원, 한국과학기술원 항공우주공학과 교수

음원이 되는 각 부분을 살펴보자.

모든 제트의 공력소음 power 는 유속의 8승의 함수이기 때문에 bypass비가 증가하고, 제트속도가 감소할수록 제트혼합소음은 급격히 감소한다. 그러나 많은 공기를 불어주어야 하므로 제트소음은 감소하는 반면, 팬과 터보기계의 소음은 bypass비가 증가할수록 커진다. 이러한 소음원의 변화는 소음특성을 변화시킬 뿐만 아니라 방향성까지 변화시킨다. 저 bypass와 고 bypass 엔진에 대한 소음특성이 그림 1에 있다. 엔진소음은 그림 1에서 보듯이 전방으로는 압축기와 팬 소음이, 후방으로는 제트와 터빈 소음이 지배적으로 전파한다. 그리고, 고 바이패스 엔진으로 갈수록 제트 소음보다 전방의 팬이나 압축기 소음이 지배적임을 알 수 있다.

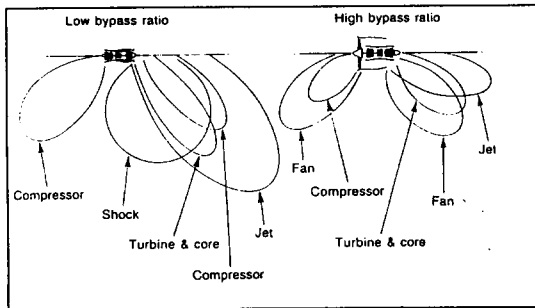


Fig. 1 Comparison of Noise Source with Engine Type[1]

모든 회전하는 물체와 동일하게 팬과 압축기도 주파수 특성에 따라서 톤소음(tone noise)과 광역소음(broadband noise)으로 나눌 수 있다. 이 중에서 톤소음은 항공기가 접근하는 과정에서 고주파의 찢어지는 듯한 소음으로 우세하게 들리고, 객실 내부로 전파하기 때문에 많은 관심을 끌어들였다.

광역소음은 깃 주변의 난류에 의한 압력의 교란(fluctuation)으로 발생하는 음압이다. 난류의 주된 원인은 입구 덕트의 외벽 경계층(boundary layer)과 각 단의 깃에서 흘러지는 후류이다. 압축기의 첫 단에서, 입구 덕트벽의 경계층과 회전하는 깃 끝단의 상호작용이 광역소음을 발생시킨다.

톤소음은 깃이 초음속으로 회전할 때 발생하는 buzzsaw소음과, 아음속으로 회전할 때 발생하는 소음으로 나눌 수 있다. 깃이 초음속으로 회전할 경우, 각 깃과 연관 있는 단일 압력 패턴

이 전파하여 소음이 발생한다. 항공기의 이륙시에 팬의 끝단 마하수가 초음속이 되며 각 깃의 전방에는 충격파가 존재한다. 이러한 충격파가 원거리로 전파하여 소음으로 들린다. 실제의 깃에서는 각 깃 사이의 압력패턴이 동일하지 않다. 그러므로 축회전속도의 BPF와 그 하모닉까지 많은 주파수 성분이 나타난다. 이러한 소음은 "buzzsaw"소음이라고도 불리고, 객실 내부에서도 우세하게 들린다.

깃이 아음속으로 회전해서 충격파가 없을 때, 톤소음의 원인은 회전하는 깃 단과 정지해 있는 단 사이의 압력장과 후류의 주기적인 상호작용 때문이다. 만약 두 단이 가까이 있으면 압력장의 강력한 상호작용이 있을 것이고 강한 톤소음이 발생할 것이다. 이런 소음의 발생을 피하기 위하여 회전하는 깃 단과 정지한 단은 압력장의 상호교란이 후류의 교란보다 작아질 만큼 거리를 둔다. [1]

본 연구에서 중점을 두고 있는 압축기 톤소음은 덕트내에서 발생하는 소음으로 매우 복잡하다. 이것을 간단히 살펴보면 다음과 같다.

톤이 발생하는 주파수는 회전하는 로터깃의 개수와 회전속도의 함수이다. 로터만 회전할 경우의 모드는 로터수의 정수배로 존재하므로 매우 간단하다. 그러나 로터뒤에 고정된 stator나 vane 혹은 strut가 있으면 이러한 고정물의 깃의 수에 따라서 여러 주파수와 주파수에 따른 회전모드가 발생한다. 이것은 맨 처음 Tyler와 Sofrin에 의해서 연구된 것으로 이후의 모든 연구자들은 이들의 논문을 참조하였다.[12] 이런 주파수와 모드 그리고 덕트에서의 전파의 관계를 간단하게 정리하면 다음과 같다.

로터와 stator가 있는 경우를 살펴보자. 로터가 B개의 깃을 가지고 있고, stator가 V개의 깃을 가지고 있으며 로터가 Ω 의 속도로 회전한다고 하자. 이때 톤이 발생하는 가장 기본적인 주파수는 BPF(Blade Passage Frequency)이고 $B\Omega$ 가 된다. BPF의 n 배수인 $nB\Omega$ 의 주파수를 가진 패턴이 원주방향으로 m개의 파장으로 되어있다면 이때의 모드를 m 이라 한다. 이 모드는 원주방향으로 m개의 로브를 가지고 있으며 m은 다음과 같이 표시된다.

$$m = nB \pm kV, \quad k \text{ 는 임의의 정수} \quad (1)$$

이 모드는 다음의 속도로 회전한다.

$$(nB/m)\Omega = nB\Omega/(nB \pm kV) \quad (2)$$

즉 로터 깃의 수가 4개, stator 깃의 수가 3개 이고 Ω 의 속도로 회전한다면 $n=1$ 인 BPF의 모드는 k 가 1일때 1이고 4Ω 의 속도로 회전한다. 일반적으로 압축기나 터빈은 덕트내에서 작동한다. 이러한 주파수와 모드를 가진 패턴이 덕트에 있을 경우 전파되는 특성은 매우 복잡하다. 이때 각 패턴에 따른 단절주파수가 존재하며 이 주파수보다 낮은 주파수를 가진 패턴은 전파되지 못하고 지수적으로 감소하고 이 단절주파수보다 높은 주파수만 덕트내에서 전파된다. 이때 각 패턴의 단절주파수는 다음과 같다.

$$f_c = \sqrt{1 - M^2} \frac{a \chi_m}{\pi D} \quad (3)$$

여기서, f 는 단절주파수를 나타내고 a 는 음속을 D 는 덕트의 직경을 나타내며 χ_m 은 제 1종 m 차 Bessel 함수가 영이되는 가로축의 값이다.

이러한 모드는 소음계산시 음원으로 모델할 수 있는 방향을 제시해 준다. 즉 로터평면에서의 음원은 허브가 없는 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.[1,12]

$$P = A J_m(\chi_{mn} r) \quad (4)$$

만약 엔진입구가 허브를 가지고 있다면 위의 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[8,12]

$$P = J_m(\chi_{mn} r) + Q_{mn} Y_m(\chi_{mn} r) \quad (5)$$

여기서 $\chi_{mn} r = \chi'_{mn} r / b = \chi''_{mn} r'$ 을 이용하면 χ_{mn}, Q_{mn} 은 다음의 두 식의 근이다. [12]

$$J'_m(\chi'_{mn}) + Q_{mn} Y'_m(\chi'_{mn}) = 0 \quad (6)$$

$$J'_m(\chi''_{mn} \sigma) + Q_{mn} Y'_m(\chi''_{mn} \sigma) = 0$$

σ 는 허브와 shroud 와의 비이다. 위의 식에서 m 은 θ 방향의 모드를 나타내며, n 은 r 방향의 모드를 나타낸다.

3. 유한요소법

3-1. 지배방정식

파동방정식은 압축성, 비정상(unsteady), 비점성(invscid) 유동하의 속도포텐셜 방정식으로부터 미소변화량을 적용시켜 구한다. 압축성, 비정상(unsteady), 비점성(invscid) 속도포텐셜 방정식

은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{V} \cdot \vec{V}) + \vec{V} \cdot \nabla \left(\frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2} \right) = c^2 \nabla^2 \Phi \quad (7)$$

식 (7)에 다음과 식(8)과 같은 미소변화를 적용하면 (9)식이 된다.

$$\vec{V} = \vec{U} + v$$

$$\Phi = \Phi_0 + \phi \quad (8)$$

$$c^2 = c_0^2 + a^2$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2\vec{U} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \vec{U} \cdot \nabla (\nabla \phi \cdot \vec{U}) = a_0^2 \nabla^2 \phi \quad (9)$$

$$\vec{U} = \nabla \phi$$

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \phi \right) \quad (10)$$

식(9)는 유동이 존재하는 경우 대류항이 있는 음향 파동 방정식이다.

본 논문에서 고려하는 좌표계는 원통좌표계(r, θ, z)이다. 음향포텐셜 ϕ 를 시간과 축대칭의 회전 방향에 대해 주기함수로 표시하면 다음과 같다.

$$\phi(r, \theta, z, t) = \varphi(r, z) e^{-i(\omega t - m\theta)} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (9)에 대입하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\nabla^2 \varphi - M^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2i\omega M \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\omega^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \varphi = 0 \quad (12)$$

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \quad (13)$$

식 (12)를 다음과 같은 무차원 변수를 이용하여 무차원화하면 최종식 (15)를 얻을 수 있다.

$$\bar{z} = \frac{z}{D} \quad \bar{r} = \frac{r}{D} \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\rho_0 c_0} \quad (14)$$

$$M = \frac{U}{c_0} \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{(c_0/D)} \quad \bar{Z}_n = \frac{Z_n}{\rho_0 c_0}$$

$$\nabla^2 \bar{\varphi} - M^2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \bar{z}^2} + 2i\bar{\omega} M \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{z}} + \left(\bar{\omega}^2 - \frac{m^2}{\bar{r}^2} \right) \bar{\varphi} = 0 \quad (15)$$

이후의 식은 bar 를 제외하고 사용하겠다.

(2) 경계조건

유한요소법의 경계조건은 Dirchlet, Neumann, Robin 의 세 가지 조건을 줄 수 있다. 강체의 경우($v_n = \partial \varphi / \partial n = 0$), 물체 표면이 진동하는 경우($v_n = \partial \varphi / \partial n = V$)는 Neumann 조건을 사용한다. 물체 표면에 흡음재가 있는 경우와 같은 경계조건

은 임피던스(impedance)를 고려하여 Robin 조건으로 다음의 식을 이용한다.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{P}{Z_n} = \frac{i\omega\rho}{Z_n} - \frac{M}{Z_n} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (16)$$

3-3. 유한요소법

본 연구에서는 유한요소법에서 주로 사용하는 Galerkin 방법을 이용하여 연성행렬(stiffness matrix)과 힘벡터(force vector)를 구한다. Galerkin 방법의 가장 큰 특징은 형상함수와 가중함수를 같은 형태의 Legendre polynomial 을 사용함에 있다.

(1) 적분방정식의 형성

먼저 잔여량(residual)을 구해보면 다음과 같다.

$$R = \nabla^2 \varphi - M^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2i\omega M \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\omega^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \varphi \quad (17)$$

수학적으로 잔여량 자체의 적분은 영이 되지만 요소를 유한하게 나누는 과정에서 실제로는 영이 되지 않을 수 있기 때문에 가중함수 W_i 를 곱해서 적분을 취함으로써 강제로 영이 되게 한다.

$$\text{가중함수 : } W_i = \psi_i(r, z) \quad (18)$$

$$\int_V R \cdot W_i dV = 0$$

$$\int_V \left[\nabla^2 \varphi - M^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2i\omega M \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\omega^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \varphi \right] \psi_i dV = 0 \quad (19)$$

(2) Weak Formulation 과정

Green-Gauss Theorem 을 적용하여 공간에 대해 두 번 미분된 적분항들을 weak-formulation 시키면 한번 미분가능하고 square integrable 한 항들을 얻게 된다. 정리하면 다음과 같다.

$$\psi_i \nabla^2 \varphi = \nabla \cdot (\psi_i \nabla \varphi) - \nabla \psi_i \cdot \nabla \varphi \quad (20)$$

(3) Element 행렬 구성

포텐셜 φ 를 형상함수의 선형조합으로 나타내어 적분방정식을 구성하면 다음과 같다.

$$\varphi^e = \sum \varphi_j \cdot \psi_j^e(r, z) \quad (21)$$

식(21)을 이용하여 요소강성행렬 K_y^e 와 힘벡터 f_i^e 를 구성하면 다음과 같다.

$$K_y^e = -2\pi \int_V \left[(1 - M^2) \frac{\partial \psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} + \frac{\partial \psi_i^e}{\partial r} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial r} - 2i\omega M \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} - \left(\omega^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi_i^e \psi_j^e \right] r dr d\theta \quad (22)$$

$$f_i^e = -2\pi \int_V (1 - M^2) \psi_i^e \frac{\partial \varphi^e}{\partial z} \cos(n, z) r dr - 2\pi \int_V \psi_i^e \frac{\partial \varphi^e}{\partial r} \cos(n, z) r dz \quad (23)$$

3-4. 무한요소(Infinite Element)의 도입

무한요소에 의한 해의 정확도 향상 방안은 다음과 같다. FEM의 일반적인 문제점중의 하나는 무한경계면을 갖는 경계조건 적용시 발생할 수 있는 해의 정확도 상실이다. 만약 일반적으로 물리량의 행동특성을 무한경계면에서 점근적(asymptotic)인 방법으로 알 수 있다면 유한경계면의 node 점과 가상의 무한경계면의 node 점과의 관계를 이용하여 새로운 형태의 형상함수를 구성할 수 있으며, 이러한 무한요소는 기존의 요소에서 사용하는 standard Legendre-polynomial 형태의 형상함수를 확장하는 형태를 취한다[13]

Far-field의 음장해석시 2차원 파동의 전파는 음압의 크기가 $1/\sqrt{r}$ 로, 3차원 구면파의 전파는 $1/r$ 의 크기로 감소하며 주기함수의 형태를 취한다. 실제 무한경계면에서의 해는 Sommerfeld 조건에 의해 단지 입사파만 존재하고 반사파는 존재할 수 없으므로 wave envelope 요소를 사용하면 무한경계에서의 물리량을 0으로 만들 수 있다. Wave envelope 요소의 형상함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2D : \tilde{\psi}(R, \theta) &= N(R, \theta) \frac{1}{\sqrt{R}} e^{-i\alpha R} \\ 3D : \tilde{\psi}(R, \theta) &= N(R, \theta) \frac{1}{R} e^{-i\alpha R} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서,

$N(R, \theta)$: standard FEM 형상함수,

$\psi(R, \theta)$: wave envelope 요소의 형상함수이다.

본 논문에서는 Jean-Pierre가 제안한 wave envelope element의 형상함수와 가중함수를 사용하며 다음과 같다.[14]

$$\text{형상함수} : \tilde{\psi}_j(R, \theta) = N_j(R, \theta) \frac{1}{R} e^{-i\omega(R-R_j)} \quad (25)$$

$$\text{가중함수} : w_j(R, \theta) = N_j(R, \theta) \frac{1}{R} e^{i\omega(R-R_j)} \quad (26)$$

외부음향장의 특성상 좌표축은 기존의 원통좌표계에서 구 좌표계로 변환하여 계산하는 것이 편리하므로 (r, θ, z) 와 (R, θ, φ) 와의 변환관계가 필요하며, 형상함수와 가중함수는 (R, θ, φ) 의 좌표계를 기준으로 구성하였다.

4. 결과 및 고찰

4-1. 진동하는 원판에 대한 엄밀해와의 비교

개발된 유한요소법의 프로그램을 검증하기 위하여 진동하는 원판 문제를 엄밀해와 비교하였다. 플랜지가 있는 진동하는 원판에 대한 수치적 경계조건과 엄밀해는 다음과 같다. 엄밀해는 원판의 중앙에서 r 방향에 대한 해이다.

경계조건 원판표면의 속도 $\partial\phi/\partial n = U_0 e^{i\omega t}$
 엄밀해 $P = \rho_0 a U_0 (e^{ikr} - e^{-ikr}) \quad (27)$

주파수가 150Hz 일때 $r=0$ 부터 z 방향으로의 엄밀해와 수치해가 그림 2에 있다. 그림에서 원판반지름의 6 배까지 잘 일치함을 볼 수 있다.

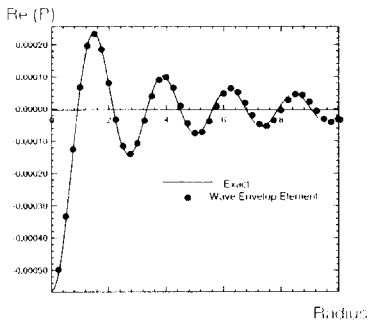


Fig.2 Comparison of Numerical Solution with Exact Solution at Baffled Flange.(Real part)

4-2. 허브가 있는 덕트 내부의 음파 해석

해석에 사용된 덕트는 허브가 0.5m, shroud 가 1m 이고 길이가 1m 이다. 각 음원모드에 대하여 유동이 없을 때와 있을 경우를 비교하였고, 계산 결과는 엄밀해와 비교하였다.[15]

음원 $f(r) = J_m(kr) + Q_m Y_m(kr)$
 엄밀해 $\phi = -f(r) \{ \sin[k(z-L)] + i \cos[k(z-L)] \} / k$
 $k = \frac{M\omega + \sqrt{\omega^2 - \beta^2(1-M^2)}}{1-M^2}$

입구임피던스

$$Z_n = \frac{\omega + M\sqrt{\omega^2 - \beta^2(1-M^2)}}{\omega M + \sqrt{\omega^2 - \beta^2(1-M^2)}}$$

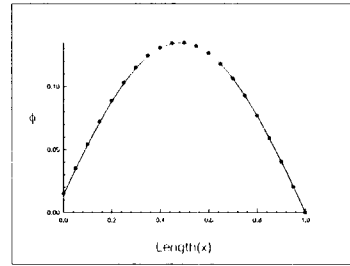


Fig. 3(a) Comparison of Numerical Solution with an Exact Solution at Engine Inlet Duct(M=0.0)

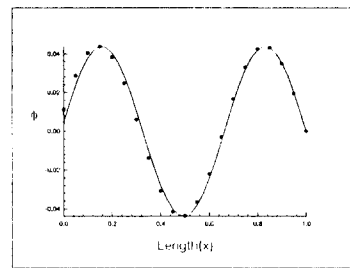


Fig.3(b) Comparison of Numerical Solution with an Exact Solution at Engine Inlet Duct(M=0.5)

수치해석은 마하수가 0.5 이고, 무차원 각주파수 6 인 경우에 대해서 (4,0)모드일 때를 계산하였

다. 그림 3은 임밀해와 입구에 임피던스 조건을 준 수치해를 비교한 그림이다. 임밀해와 잘 일치함을 볼 수 있다.

모드와 유동에 대한 효과를 알아보기 위하여 모드가 (4,0)인 음원에 대하여 유동의 마하수를 0에서 0.6까지 변화시키면서 덕트 내부에서의 음장을 계산하였다. 그림 4는 수치해석의 결과로 유동의 효과를 확인할 수 있다. 유동속도가 증가할수록 파장이 짧아지고, 단위길이에 더 많은 음파가 들어감을 확인할 수 있다. 또한 음압의 세기가 감소함도 확인할 수 있었다.

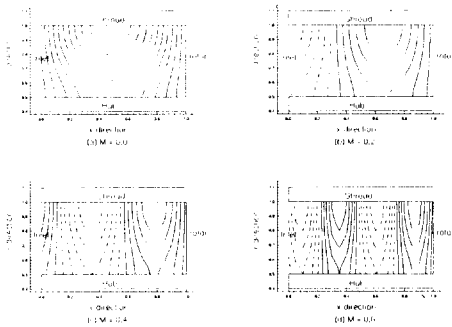


Fig. 4 Pressure Contour Plot in a duct with Mach Number.($\omega=6$)

4.3. Wave Envelope 요소를 이용한 방사음장 해석

음원의 모드가 (4,0)이고 유동이 마하수 0.5로 흐를 때 차원주파수는 무차원주파수로 4.48이다. 즉, 무차원주파수 4.48 이하의 주파수에서는 음원이 덕트를 통하여 외부로 전파하지 못하고 지수적으로 감소하며, 4.48 이상의 주파수에서는 외부로 잘 전파한다. 이러한 물리적 현상을 예측하기 위하여 외부음장까지 해석한 결과가 그림 5이다. 그림에서 무차원주파수 5 이상부터 외부전파 음압이 보인다.

결론

비행기의 외부전파 소음원은 주로 엔진이다. 특히 전방으로 전파하는 소음은 엔진의 팬/컴프레서 소음이 주된 음원이다. 본 연구는 이러한 엔진소음의 외부 방사를 해석하기 위하여 무한요소를 도입한 유한요소법을 개발하고, 간단한 엔진입

구 형상에 적용하여 단절주파수에 의한 단절현상을 확인했다.

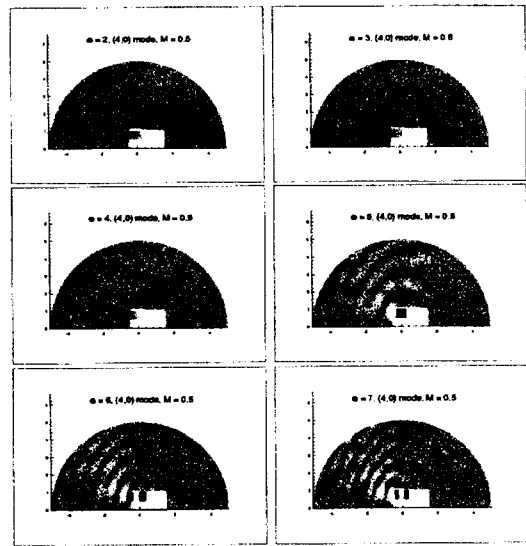


Fig.5 Radiation Pressure Field at Engine Inlet Duct

후기

본 연구는 국방과학연구소의 지원에 의하여 이루어 졌으며, 관계자 여러분께 감사를 표한다.

참고문헌

- [1] Michael J. T. Smith, *Aircraft Noise*, Cambridge University Press, 1989
- [2] Lighthill, M. J. "On Sound Generated aerodynamically, I, General theory." Proc. R. Soc. London, Ser. A 211, 1952, pp564-587
- [3] Lighthill, M. J. "On Sound Generated aerodynamically, II, Turbulent as a Source of Sound." Proc. R. Soc. London, Ser. A 211, 1952, pp564-587
- [4] Ham M.A. and Ville J.M., "Sound Radiation from Ducts : Theory and Experiment," J. of Sound and Vibration, Vol.47, 1970, pp.387-388
- [5] P. Malbequi, C. Glandier and C. Rwyniew,

“Analysis of Sound Propagation and Radiation in a Curved Duct Using a Boundary Integral Method : Comparison with Experiment,” AIAA-93-4376

[6] W.L. Meyer, W.A. Bell and T. Zinn, “Boundary Integral Solutions of Three Dimensional Acoustic Radiation Problems,” J. Sound and Vibration, Vol. 59(2), 1978, pp.245-262

[7] Yusuf Ozyoruk and Lyle N. long, “Computation of Sound Radiating from Engine Inlets,” CEAS/AIAA 95-063

[8] Sigman R.K., Majjigi R.K and Zinn B.T., “Determination of turbofan Inlet Acoustics Using Finite Elements,” AIAA Journal, Vol.16, 1978, pp.1139-1145

[9] Astley R.J. and Eversman W., “A Finite Element Method for Transmission Ducts with Flow : Comparison with the Method of Weighted Residuals,” J. of Sound and Vibration, Vol.57, No.3, 1978, pp.367-388

[10] 이재규, 이덕주, “유한요소법을 이용한 도관 내부 및 외부 음장 해석,” 한국소음진동공학회지, 제 3 권 제 2 호, 1993, pp.169-178

[11] C. Golia, F. Scaramuzzing, A. Paonessa and A. Sollo, “F.E.M. Analysis of Acoustic Propagation in Duct Compressible Flows,” DGLR/AIAA 92-02-056, pp.356-360

[12] Tyler J. M. and Sofrin T. J., “Axial Flow Compressor Noise Studies,” SAE Transactions, 70, pp.309-332, 1962

[13] Peter Better, “Infinite Elements,” International J. for Numerical Method in Engineering, Vol.11, 1977, pp.53-64

[14] Jean-Pierre G. Coyette, “Validation of a New Wave Envelope Formulation For Handling Exterior Acoustic and Elasto-Acoustic Problems in the frequency Domain,” DGLR/AIAA 92-02-073

[15] D. A. Topol, Pratt & Whitney, “Development of

a Fan Noise Design System Part 2 : Far Field Radiation % System Evaluation,” AIAA Paper 93-4416