

# 굽힘이 고려된 개량박막요소를 이용한 평면이방 박판금속 성형해석

\*최 태훈, 허 훈

한국과학기술원 기계공학과

## Sheet Metal Forming Analysis with Planar Anisotropic Materials using a Modified Membrane Element considering Bending Effect

Tae Hoon Choi and Hoon Huh

Department of Mechanical Engineering, KAIST

### Abstract

A membrane element is regarded as more preferable rather than other elements in the sense of its computing efficiency and the merit with respect to contact treatment. However, it cannot consider the bending effect during the deformation. Moreover, due to the characteristics of rolling process, sheet metal has anisotropy with respect to the direction in the plane. To take the bending effect into account, a modified membrane element was introduced and improved to consider planar anisotropic characteristics with the aid of Hill's quadratic criterion.

Keywords : Planar anisotropy, Modified membrane element, Sheet metal forming

### 1. 서 론

박판 금속 성형 공정은 인장 성형과 굽힘 성형의 복합적인 조합으로 이루어진 공정이다. 따라서 이러한 공정을 해석하기 위해서는 굽힘을 충분히 고려할 수 있는 유한 요소법을 사용하여 해석하여야 한다. 굽힘을 고려할 수 있는 쉘 이론이나 연속체 이론의 경우 계산의 효율성과 수치 계산상의 접촉 조건 처리의 문제점 때문에 그 적용이 상당히 제약을 받게 된다. 최근들어 박막 이론과 쉘 이론 그리고 연속체 이론 등을 서로 교환하여 사용하므로써 해의 정확성은 유지하면서 계산의 효율성을 도모하려는 연구들이 Onate와 Saracibar<sup>(1)</sup>, Quoirin<sup>(2)</sup>, Kawaka와 Makinouchi<sup>(3)</sup>, Gmur와 Schorderet<sup>(4)</sup> 등에 의하여 활발히 진행되고 있다. 또한, 계산시간과 저장용량을 절약할 수 있는 박막요소의 장점을 이용하면서 굽힘을 고려하기 위한 다각적인 시도가 활발히 이루어지고 있다. Huh와 Han<sup>(5)</sup> 등은 박막요소를 이용하고 요소간의 접합을 고려한 굽힘에너지를 수식화하여, 수직이방성재료에 대한 원형굽과 사각굽의 딥드로잉공정을 해석하였다. 제안된 새로운 해석 방법은 유한 요소 수식화 과정을 인장 변형과 굽힘 변형으로 세분화하여 박막 요소를 적용한 것으로, 접촉 조건 처리는 박막 요소와 동일하고 계산 효과는 쉘 요소나 연속체 요소와 대등하며 계산 시간도 상당히 절감되는 방법이었다.

그러나, 박판금속은 대부분 압연공정에 의해서 생산되므로, 박판평면내에서 방향에 따라 다른 특성을 나타내게 되며 실제에 더욱 근접한 해석을 하기 위해서는 이에관한 영향이 반드시 고려되어야 한다. 본 논문에서는 Hill의 이차 항복식을 이용한 Yang과 Kim<sup>(6)</sup>의 전개에 따라 평면이방성 재료에 관한 강소성 유한요소 수식화를 수행하고 굽힘에너지도 평면이방성을 고려할 수 있도록 개선하여 수식화하고 코드를 작성하였다. 이론의 신뢰도를 입증

하기 위하여 자동차용 냉연강판 재료에 관한 원형킵 딥드로잉 공정을 해석하고 실험과 비교하였다.

## 2. 이론적 해석

시간  $t_0$ 에서의 표면의 형상과 유효 변형률 분포를 알고 있고  $f'$ 를 체적력, 경계면  $S_v$ 에서의 속도 벡터를  $U$ , 경계면  $S_F$ 에서의 표면력을  $F^i$ 라하면 평형 방정식과 compatibility 식은 응력장과 속도장을 만족한다. 평형 방정식과 응력 경계 조건으로부터 발산 정리를 이용하여 가상일 원리를 구하면  $\int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \int_{V_0} f^i \delta u_i dV + \int_{A_0} F^i \delta u_i dA$  와 같다. 변형률을 인장에 의하여 발생하는 박막변형률과 굽힘에 의하여 발생하는 굽힘변형률로 분리하여  $\delta \epsilon_{ij} = \delta \epsilon_{ij}^m + \delta \epsilon_{ij}^b$  와 같이 나타낼 수 있고 내부가상일 식은  $\delta W = \int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij}^m dV + \int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij}^b dV$  과 같이 나타낼 수 있다. 윗식의 첫번째항은 박막에너지항이고 두번째항은 굽힘 에너지항이다. 따라서 굽힘을 고려한 가상일 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij}^m dV + \int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij}^b dV = \int_{V_0} f^i \delta u_i dV + \int_{A_0} F^i \delta u_i dA \quad (1)$$

여기서  $\epsilon_{ij}^m$ 은 두께에 대해서 균일한 분포를 갖고  $\epsilon_{ij}^b$ 는 두께에 대하여 선형적 분포를 갖는다. 이와 같이 전체가상일을 박막에너지항과 굽힘에너지항으로 분리하여 각각에 대한 유한 요소 수식화를 유도한다.

Yang 과 Kim 의 전개에 따라 박막에너지항을 수식화하였으며, 이때 수식환류 좌표계를 주변형률방향에 접하도록 설정하여 시간  $t_0$ 와  $t_0 + \tau$ 에서 좌표계가 모두 수직을 이루는 주 환류 좌표계를 이용하였다. Hill 의 이차항복식을 이용하고 주환류좌표계와 이방성축의 변환 관계식을 적용하여 유효변형률 증분  $\Delta \bar{\epsilon}$ 을 라그랑지안 변형률에 관하여 나타낼 수 있고 이로부터 박막에너지 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W^m = \int_{V_0} \sigma^{ij} \delta \epsilon_{ij}^m dV = \int_{V_0} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) t dA = \delta U^T Q^m(U) \quad (2)$$

$H$ 를 형상함수로 하고  $B_1 = \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^1 \partial \xi^1}$ ,  $B_2 = \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^2 \partial \xi^2}$ ,  $B_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^1 \partial \xi^2} + \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^2 \partial \xi^1} \right)$ 로 나타낼 때,  $K_1 = B_1(X+U)$

로 정의하면  $Q^m(U) = \int_{A_0} \frac{2\bar{\sigma}}{3\Delta \bar{\epsilon}} (\alpha_1 K_1 + \alpha_2 K_2 + \alpha_3 K_3) t dA$  라고 할 수 있으며, 이때  $\alpha_1 = \frac{3\Delta \bar{\epsilon}}{2} \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial E_{11}}$ ,

$$\alpha_2 = \frac{3\Delta \bar{\epsilon}}{2} \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial E_{22}}, \quad \alpha_3 = \frac{3\Delta \bar{\epsilon}}{2} \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial E_{12}} \text{ 이다.}$$

굽힘에너지항은 Huh 와 Han 이 제안한 방법에서 평면이방성을 고려하기 위하여 요소경계면과 이방성축이 이루는 각을 이용한 텐서변환을 하고 이로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\delta W^b = \int_{A_0} C \Delta \kappa_1 \delta(\Delta \kappa_1) dA + \int_{A_0} C \Delta \kappa_2 \delta(\Delta \kappa_2) dA = \delta U^T Q^b(U) \quad (3)$$

윗식에서,  $\kappa_i$ 는 요소경계면에서의 곡률을 나타내며,  $C$ 는 텐서변환으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.  $C$ 는 재료의 두께의 세제곱에 비례하여 결정되는 상수이다.

$$C = \frac{t^3 \bar{\sigma}}{18 \Delta \bar{\epsilon}} (r_0 + r_{90} + r_0 r_{90}) \left[ \frac{(1+r_{90}) \cos^4 \theta + r_{90} \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(r_{90} + r_{90}^2 + r_0 r_{90})} + \frac{(1+r_0) \sin^4 \theta + r_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(r_0 + r_0^2 + r_0 r_{90})} + \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)} \right] \quad (4)$$

체적력을 무시하고 가상일 원리 (1)식으로부터 구한 수식을 유한 요소로 유한 차분 근사화하면 다음과 같은 행렬 방정식을 얻게 된다.

$$Q^m(U) + Q^b(U) = F \quad (5)$$

(5)식은 변위 벡터  $U$ 에 대한 비선형 함수이다. 이 비선형식의 해를 구하기 위하여 다음과

(5)식은 변위 벡터  $U$ 에 대한 비선형 함수이다. 이 비선형식의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 뉴턴 램슨 축차법이 사용되었다.

$$\frac{\partial}{\partial U^T} [Q^m(U) + Q^b(U)]|_{U=U_{(n-1)}} \cdot \Delta U = F - Q(U_{(n-1)}) \quad (6)$$

접촉처리는 경사경계조건을 사용하였으며 마찰은 유연화 함수를 사용하여 적용하였다.

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

유도된 수식으로부터 4 절점 박막 요소를 사용하여 평면이방 박판재료에 관하여 굽힘을 고려할 수 있는 강소성 유한 요소 해석 프로그램을 작성하였다. 본 이론의 타당성을 검증하기 위하여 수직이방성과 평면이방성의 해석의 차이를 잘 보일 수 있는 원형킵 딥드로잉 성형 공정을 해석하여, 귀현상이 생기는 것을 확인하고, 해석한 결과를 실험과 비교하였다. 실험과 해석에 사용된 재료는 실제로 산업현장에서 사용되고 있는 자동차용 냉연강판을 사용하였다. 측정된 마찰 계수  $\mu=0.17$  이고 블랭크 호울당력은 2000Kgf 이다. 해석에 사용된 재료의 물성치와 마찰 계수는 모두 실험에 의해서 측정된 것이다. 사용된 다이와 블랭크의 형상을 그림 1에 나타내었다. 문제의 대칭성을 이용하여 전체 영역의 1/4 만 해석하였으며, 총 314 개의 절점과 282 개의 요소를 사용하였다. 평면이방성으로 해석한 경우, 펀치 행정이 50 mm 될 때까지의 계산 시간은 Work Station HP C100 에서 4300 CPUsec 이 걸렸다.

그림 2에 펀치행정이 50mm 일때의 변형형상을 나타내었다. 그림 3은 펀치 행정에 대한 하중의 관계에 대하여 평면이방성으로 가정하여 해석한 결과를 수직이방성으로 해석한 결과 및 실험 결과와 비교한 것이다. 수직이방성으로 해석한 결과와 평면이방성으로 해석한 결과 모두 실험치와 잘 일치하고 있으나, 수직이방성의 경우에 평면이방성의 경우보다 하중의 급격한 변화가 더 많다. 이것은 수직이방성의 경우 모든 각도에서 대칭적인 변형을 갖으므로, 접촉하고 있는 절점들의 다이로부터의 분리도 원주방향으로 항상 동시에 일어나기 때문이다. 하중의 분포도로부터 굽힘이 잘 고려되고 있음을 알 수 있고, 수직이방성의 경우나 평면이방성의 경우에 하중의 차이는 크지 않음을 알 수 있는데, 이것은 평면이방성에서 사용한 이방성 계수의 평균을 수직이방성 계수로 사용하였기 때문에 전체적인 변형에 의해 생기는 재료내부의 일량이 같게 해석되었기 때문이다.

그림 4에는 펀치행정이 50mm 일때의 두께변형률 분포에 관해서 평면이방성으로 해석한 0도방향과 90도방향으로의 결과와 수직이방성으로 해석한 결과를 비교하였다. 펀치행정이 50mm 일때, 재료는 블랭크 홀더에서 완전히 빠져 나와있는 상태이다. 이 경우에도 역시 0도방향과 90도 방향은 펀치선단에서는 비슷한 값을 보이다가 펀치곡률 부분을 지나면서 90도방향으로 더 두꺼운 경향을 보인다. 수직이방성의 경우는 전체적으로 평면이방성의 경우보다 큰 값을 갖음을 알 수 있다. 그림 5,6,7에 각각 0도, 90도, 45도 방향으로의 두께변형률 분포에 관해서 해석 결과와 실험치를 비교하였다. 모든 방향에 대해서 평면이방성으로 해석한 결과가 수직이방성으로 해석한 결과보다 실험치와 비슷한 경향을 보이고 있으며, 두께가 가장 얇아지는 부분도 더욱 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 플랜지 부분에서 실험치가 해석 결과보다 현저히 작은 값을 나타내고 있는 이유는 실제 공정에서 이 부분이 블랭크 홀더에 의해 심하게 눌리고 있기 때문이며, 해석시 이러한 영향을 고려하지 못했기 때문이다.

그림 8에는 펀치행정이 50mm 일때의 재료의 외곽형태를 나타낸 것으로, 해석결과와 실험결과를 비교하였다. 수직이방성의 경우에 귀현상을 보이고 있지 않으며, 평면이방성의 경우 귀현상을 잘 보이고 있다. 또한 0도방향과 90도 방향으로 평면이방성의 경우에 실험치와 잘 일치하고 있으나 45방향으로는 실험치보다 많이 안쪽으로 빨려들어오는 경향을 보이고 있다. 이것은 실험할 때 펀치의 중심이 정확히 원형 판재의 중심과 일치하지 않았기

때문에 생긴 오차에 의한 것과 해석시에 블랭크 홀딩력의 적용이 실제와 같게 이루어지지 않았기 때문이다. 따라서, 앞으로 블랭크 홀딩력의 적용에 관한 새로운 시도가 요구된다.

#### 4. 결론

굽힘을 고려할 수 없는 박막요소의 단점을 굽힘에너지를 적용함으로써 개선하는 방법을 제안하고 Hill 이 제안한 이차항복식을 이용하여 평면이방성을 부가하였다. 평면이방성으로 해석한 결과는 두께변형률 분포를 예측하는데 있어서, 수직이방성으로 해석한 결과보다 더욱 실험에 근접한 결과를 보임을 알 수 있었다. 또한 원형킵 딥드로잉에서 귀현상이 생기는 것로부터 평면이방성의 적용이 잘 되었음을 알 수 있었다. 박판해석에 있어서, 이방성이 재료의 유동과 변형률에 미치는 영향이 크다는 점을 고려할 때, 평면이방성을 고려한 해석은 불가피하다고 할 수 있으며 작성된 프로그램의 이용범위도 적지 않을 것으로 예상된다. 또한 굽힘에너지를 고려함으로써 더욱 정확한 펀치하중의 변화를 예측할 수 있었다. 그러나, 블랭크 외곽선의 형상이 실험결과와 해석결과가 45도 방향에서 많은 차이를 나타내는 것을 알 수 있었고, 이에대한 개선이 요구되었다.

#### REFERENCES

1. E. Onate, and C. A. de Saracibar, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.30, No.8, pp. 1577 - 1593, 1990
2. D. Quoirin, proc. NUMIFORM 92, pp. 527-533, 1992
3. M. Kawaka and A. Makinouchi,, proc. NUMIFORM 92, pp. 491-496, 1992
4. T. C. Gmur and A. M. Schorderet, Comp. Struct., Vol 46, No 4, pp. 583 - 591, 1993
5. H. Huh, S. S. Han and D. Y. Yang, , Int. J. Mech. Sci., Vol.36, pp. 659-671, 1994
6. D. Y. Yang and Y. J. Kim, J. Eng. Ind., Trans. ASME, Vol.109, pp. 148-154, 1987

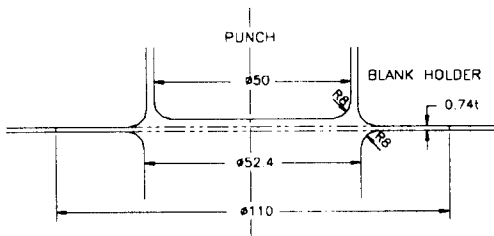


그림 1. 해석과 실험에 사용된 다이형상

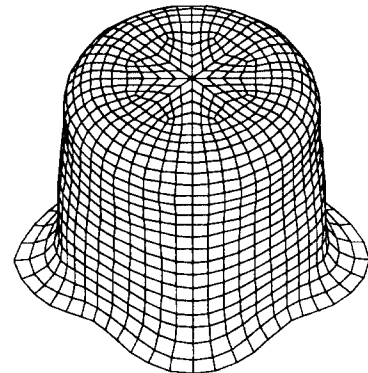


그림 2. 펀치행정이 50mm 일때의 변형형상

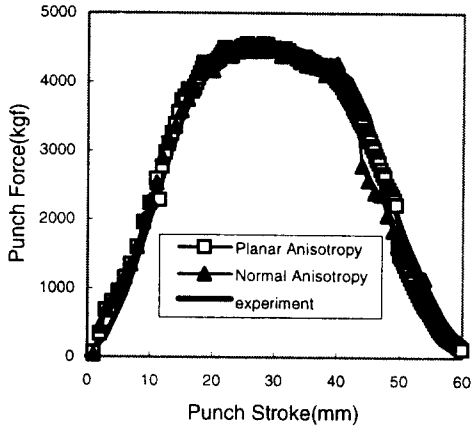


그림 3. 펀치행정에 따른 펀치반력 비교

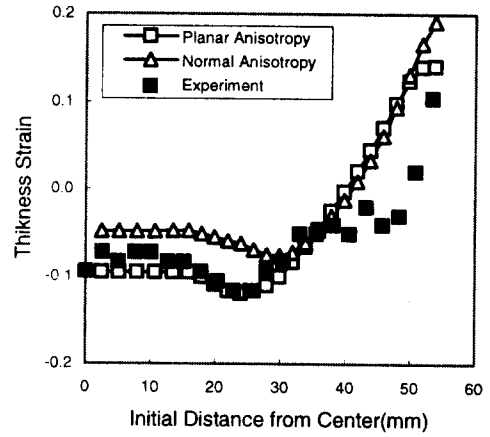


그림 6. 판재압연방향에 90도방향으로의 두께변형률 분포 비교

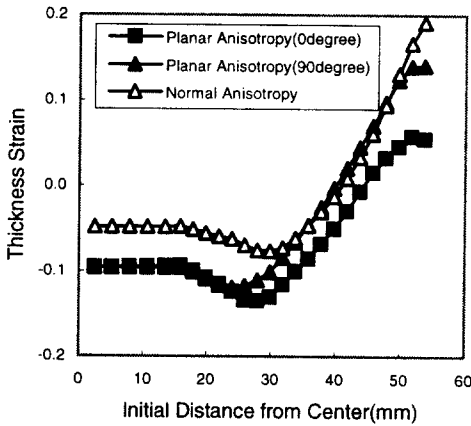


그림 4. 펀치행정이 50mm 일때 평면이방성과 수직이방성으로 해석한 두께변형률 분포 비교

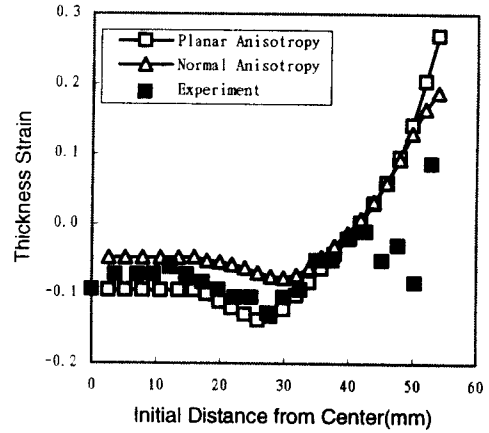


그림 7. 판재압연방향에 45도방향으로의 두께변형률 분포 비교

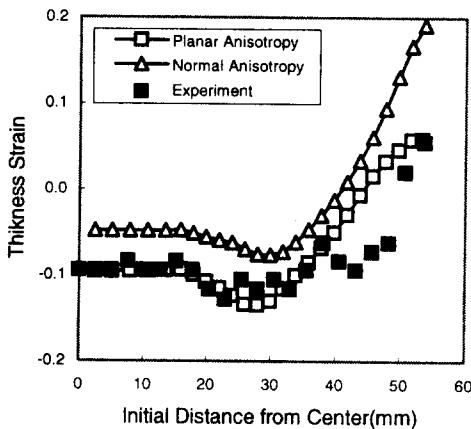


그림 5. 판재압연방향으로의 두께변형률 분포 비교

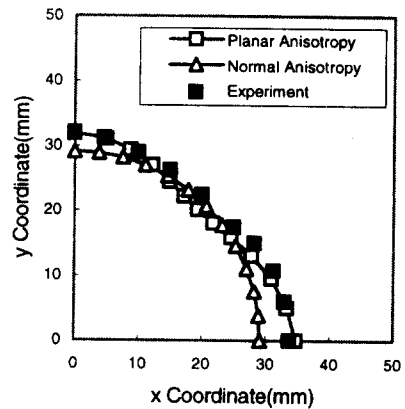


그림 8. 펀치행정이 50mm 일때 원형킵의 좌형상 비교