

박판금속성형의 최적 블랭크 설계를 위한 삼차원 다단계 역해석

*이 충호, 허 훈
한국과학기술원 기계공학과

Three Dimensional Multi-step Inverse Analysis for Optimum Blank Design in Sheet Metal Forming

Choong Ho Lee and Hoon Huh
Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract

One-step inverse methods based on deformation theory causes some amount of error. The amount of error is generally increased as the deformation path is more complex. As a remedy, a new three dimensional multi-step inverse method is introduced for optimum design of blank shapes and strain distributions from desired final shapes. The approach extends a one-step inverse method to a multi-step inverse method in order to reduce the amount of error. The algorithm developed is applied to square cup drawing to confirm its validity by demonstrating reasonably accurate numerical results.

Keywords : Multi-step Inverse Analysis, Blank Design, Sheet Metal Forming

1. 서 론

박판금속성형기구는 다양한 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받기 때문에 공정변수에 대한 최적조건은 경험과 시행착오 등에 의하여 결정되고 있는 실정이다. 최근에 이와 같은 시행착오를 줄이고 짧은 시간안에 공정변수들을 예측하기 위하여 일단계 유한요소 역해석이 이용되고 있으며, Guo와 Batoz⁽¹⁾, Chung과 Richmond⁽²⁾, Liu와 Karima⁽³⁾, Lee와 Huh⁽⁴⁾ 등에 의해 연구가 이루어지고 있다. 변형이론을 기본으로 한 일단계 유한요소 역해석은 블랭크 형상과 변형률 분포 등을 매우 짧은 계산시간에 예측이 가능하고 일반적인 형상에 적용이 가능하다. 그렇지만, 변형경로를 고려하지 못하기 때문에 변형경로가 복잡해질 수록 오차가 커지는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 일단계 역해석을 다단계 역해석으로 확장하여 일단계 역해석의 단점을 해결하면서 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제안했다. 다단계 역해석을 컵 높이가 높은 사각컵에 적용하여 다단계 역해석의 효용성을 보이고자 한다. 해석결과에서 블랭크 형상, 최종성형상태, 두께변형률 분포 등을 비교하여 다단계 역해석이 짧은 계산시간으로도 좀더 정확한 해석을 수행할 수 있음을 보여주었다.

2. 다단계 유한요소 역해석

다단계 역해석에 관한 기본적인 수치해석 절차는 Majlessi와 Lee⁽⁵⁾의 반복과정을 도입하였다. 다단계 유한요소 역해석은 각 단계마다 변형이론을 기본으로 한 일단계

유한요소 역해석을 수행하며, 각 단계의 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 이때, 각 단계의 최종상태의 변형률 분포와 초기상태의 좌표는 포텐셜 에너지 최소화 과정으로 얻어진다. 본 논문에서는 소성변형 에너지와 등가 외부일의 차를 이용하여 다음과 같이 근사적인 포텐셜 에너지를 정의하여 수식화하였다.

$$\begin{aligned} \min. \Psi(\bar{\mathbf{X}}) &= W_p(\bar{\mathbf{X}}) - W_f(\bar{\mathbf{X}}) - W_b(\bar{\mathbf{X}}) - W_d(\bar{\mathbf{X}}) \\ &= \int_{\Omega} \left(\int_{\epsilon_0}^{\epsilon} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} \right) d\Omega - \int_{\Gamma_r} \mathbf{t}_r \cdot \bar{\mathbf{u}} d\Gamma - \int_{\Gamma_b} \mathbf{t}_b \cdot \bar{\mathbf{u}} d\Gamma - \int_{\Gamma_d} \mathbf{t}_d \cdot \bar{\mathbf{u}} d\Gamma \end{aligned} \quad (1)$$

다단계 역해석은 곡면상의 초기상태를 해석하기 때문에 식(1)과 같이 국부좌표($\bar{\mathbf{X}}$)에서 정의된다. 이때, $W_p(\bar{\mathbf{X}})$ 는 소성변형 에너지이고, $W_f(\bar{\mathbf{X}})$, $W_b(\bar{\mathbf{X}})$, $W_d(\bar{\mathbf{X}})$ 는 등가 외부일로서 각각 마찰에 의한 일, 블랭크 홀딩력에 의한 일, 비드력에 의한 일이다. 식(1)을 최소화하기 위하여 식(2)와 같은 뉴턴-랩슨법을 사용하였다.

$$[\mathbf{K}(\bar{\mathbf{X}})]_{(n)} \{d\bar{\mathbf{X}}\} = -\{\mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}})\}_{(n)} \quad (2)$$

$$\mathbf{K}(\bar{\mathbf{X}}) = \frac{\partial \mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \bar{\mathbf{X}}}, \quad \mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} d\Omega - \int_{\Gamma_r} \mathbf{t}_r \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} d\Gamma - \int_{\Gamma_b} \mathbf{t}_b \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} d\Gamma - \int_{\Gamma_d} \mathbf{t}_d \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} d\Gamma \quad (3)$$

식(2)의 계산은 국부좌표에서 이루어지며, 국부 좌표계는 모든 절점들에 대하여 정의되고 절점들이 위치한 미끄럼 면(Sliding Surface)과 주 변위 방향을 이용하여 설정한다. 그렇지만, 변형 에너지항은 각 요소마다 요소의 평면상에 정의되는 물질 좌표계(S,T)에서 계산되기 때문에, 변형에너지 항을 물질좌표계에서 계산한 후 국부좌표로 변환을 수행해야 한다. 식(5)의 변환행렬 \mathbf{T} 를 이용하여 물질좌표계에서 계산한 요소의 강성 행렬 $\bar{\mathbf{K}}^c$ 과 요소의 외력 벡터 $\bar{\mathbf{R}}^c$ 를 국부 좌표계에 대한 요소의 강성 행렬 \mathbf{K}^c 과 요소의 외력 벡터 \mathbf{R}^c 으로 변환한다.

$$\bar{\mathbf{K}}^c \Delta \bar{\mathbf{U}} = -\bar{\mathbf{R}}^c \quad (4)$$

$$\text{where } \bar{\mathbf{K}}^c = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}}^c \mathbf{T}, \quad \bar{\mathbf{R}}^c = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{R}}^c$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad \mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\mathbf{X}}_i, \mathbf{S}) & \cos(\bar{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{S}) \\ \cos(\bar{\mathbf{X}}_i, \mathbf{T}) & \cos(\bar{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{T}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $\Delta \bar{\mathbf{U}} = [\Delta \bar{\mathbf{U}}_1, \Delta \bar{\mathbf{U}}_2, \Delta \bar{\mathbf{U}}_3]^T$ 이고, 첨자 i 는 하나의 요소에 대한 절점번호이다. 외부 일에 관한 항은 주변위 방향으로 작용하기 때문에 국부 좌표계에서 직접 나타낸다.

식(2)의 뉴턴-랩슨법은 각 단계마다 이루어지며, 모든 단계는 다시 전체 반복과정을 거치게 된다. 전체 반복과정을 거치는 이유는 최종형상과 초기 블랭크에만 부분적인 정보를 가지고 있고 중간형상은 단지 미끄럼 면이 주어져 있기 때문이다.

3. 수치해석 결과

다단계 역해석의 타당성을 검증하기 위하여, Fig.1과 같이 컵높이가 비교적 높은 사각컵 모델에 적용하여 보았다. Fig.1을 이용하여 일단계 역해석과 삼단계 역해석(다단계 역해석)을 수행하였다. Fig.2는 삼단계 역해석으로 초기 블랭크의 형상과 중간형상을 계산한 결과이다. 삼단계 역해석은 9번의 전체 반복과정에 의해 수렴되었으며, 계산시간은 workstation SWS715/75에서 1120 CPUsec가 소요되었다. 일단계 역해석은 163 CPUsec의 계산시간이 소요되었다. 반면에, 굽힘을 고려한 강소성 증분해석으로 단 한번의 성형공정을 해석하는 데 15788 CPUsec의 계산 시간이 소요되었다. Fig.3은 일단계 역해석과 삼단계 역해석의 초기 블랭크 형상을 비교한 것으로, 예측한 형상이

서로 최대 5mm정도 차이를 알 수 있다.

Fig.3의 블랭크 형상을 이용하여 강소성 증분해석을 수행하였으며, 이때의 플랜지의 형상을 Fig.4에 비교하였다. 일단계 역해석의 블랭크 형상을 이용한 증분해석의 플랜지 형상을 보면, 0°와 90° 그리고 45° 방향에서 요구되는 플랜지의 CAD 형상보다 최대 5 mm 정도 작거나 큰 것을 볼 수 있다. 그러나, 삼단계 역해석과 증분해석의 플랜지 형상은 0°와 90° 방향에서는 거의 일치하고 있으며, 단지 45° 방향에서 1 mm 정도 큰 것을 볼 수 있다. 결국, 다단계(삼단계) 역해석에 의한 계산은 일단계 역해석에 비하여 훨씬 정확한 블랭크 형상을 예측하고 있음을 알 수 있다. 삼단계 역해석에서 예측한 정도의 블랭크 형상을 증분해석으로 시행착오를 거쳐 계산한다면 상대적으로 엄청난 계산시간이 소요될 것이다.

Fig.5와 Fig.6은 역해석과 증분해석으로 계산한 가로 방향과 대각선 방향으로의 두께 변형률 분포이다. Fig.5와 Fig.6에서 전체적으로 삼단계 역해석의 두께 변형률 분포가 일단계 역해석보다 증분해석에 가까운 값을 보임을 알 수 있다. 삼단계 역해석과 증분해석이 차이를 보이는 가장 큰 이유는 경계조건 처리에 있다. 따라서, 더욱 정확한 해석을 하려면 단계의 수를 늘려야 할 것이다.

4. 결 론

본 논문에서는 다단계 유한요소 역해석에 관한 수식을 전개하고 프로그램을 개발하였다. 일단계 역해석의 오차를 줄이기 위한 효과적인 방법으로 다단계 역해석에 관한 수치적인 기법을 제안하고, 다단계 역해석을 컵 높이가 높은 사각컵에 적용하여 오차가 충분히 작아짐을 보였다. 본 논문에서 유도한 다단계 역해석은 박판성형의 다양한 공정변수를 신속하고 정확하게 예측할 수 있는 효과적인 방법이 될 것이다.

REFERENCES

- (1) Batoz, J.L., Guo, Y.Q., Duroux, P. and Detraux, J.M, *NUMIFORM'89*, pp.383-388, 1989.
- (2) Chung, K. and Richmond, O., *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.34, No.7, pp.575-591, 1992.
- (3) Liu, S.D. and Karima, M., *NUMIFORM'92*, pp.497-502, 1992.
- (4) Lee, C.H. and Huh, J. *Mater. Process. Technol.*, Vol.63, pp.645-650, 1997.
- (5) Majlessi, S.A. and Lee, D., *J. Mater. Shaping technol.*, Vol.6, No.1, pp.41-54, 1988.

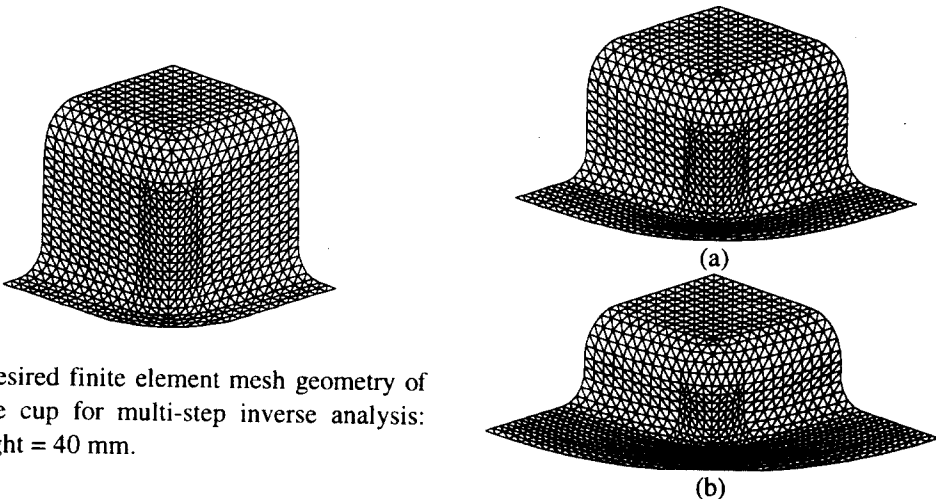


Fig.1 Desired finite element mesh geometry of a square cup for multi-step inverse analysis: cup height = 40 mm.

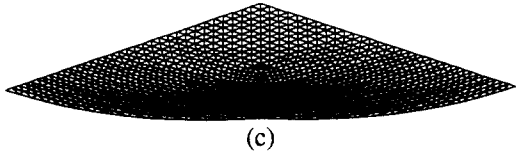


Fig.2 Calculated intermediate shapes and initial blank shape: (a) Intermediate shape, cup height = 30 mm; (b) Intermediate shape, cup height = 20 mm; (c) Initial blank shape.

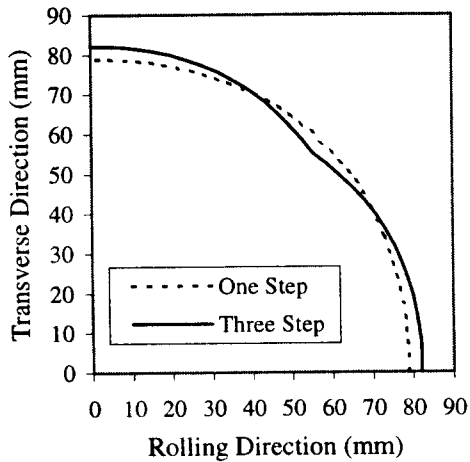


Fig.3 Comparison of blank shapes between the one step inverse analysis and the multi-step inverse analysis.

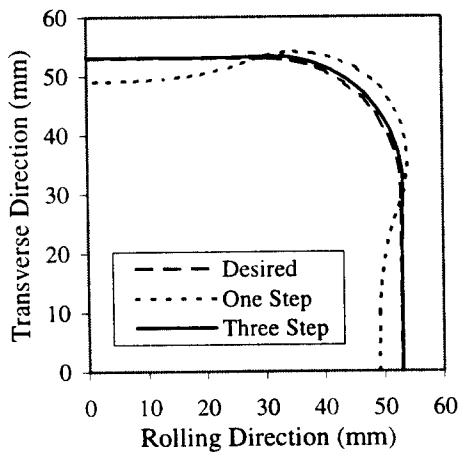


Fig.4 Comparison of flange contour between the desired CAD model and the results of rigid-plastic FEM simulations using the blank obtained from the inverse method.

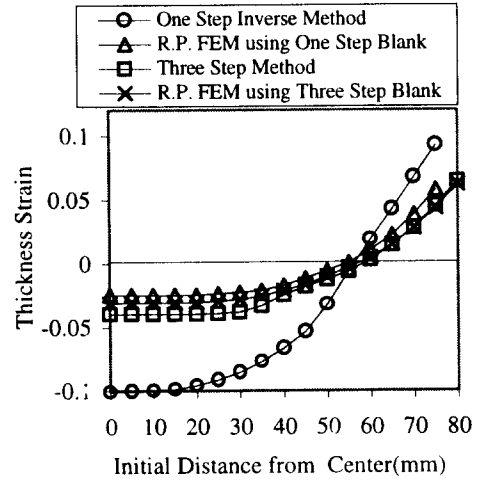


Fig.5 Comparison of the thickness strain distributions between the results of rigid-plastic FEM using the blank obtained from the inverse method and the results obtained directly from the inverse method in the rolling direction for square cups.

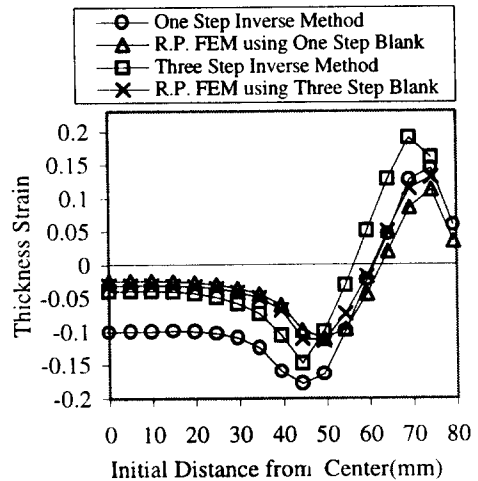


Fig.6 Comparison of the thickness strain distributions between the results of rigid-plastic FEM using the blank obtained from the inverse method and the results obtained directly from the inverse method in the diagonal direction for square cups.